UNIVERSITÉ DES SCIENCES ET TECHNIQUES DE LILLE

Nº d'ordre 383

THESE

présentée à

L'UNIVERSITÉ DES SCIENCES
ET TECHNIQUES DE LILLE

pour obtenir le grade de

DOCTEUR ES SCIENCES PHYSIQUES

par

Claude DEVAUX

*

CONTRIBUTION A L'ETUDE DE LA COUVERTURE NUAGEUSE DE VENUS PAR L'ANALYSE DES MESURES PHOTOMETRIQUES ET DES PROFILS DE FLUX SOLAIRE TRANSMIS

Soutenue le 25 Mai 1977 devant la Commission d'examen

Membres du Jury

M. SCHILTZ	Président
M. DOLLFUS M. FYMAT M. HERMAN	Rapporteurs
Mme LENOBLE M. GEHRELS	Examinateurs

U. E. R. DE PHYSIQUE FONDAMENTALE

UNIVERSITE DES SCIENCES
ET TECHNIQUES DE LILLE

DOYENS HONORAIRES de l'Ancienne Faculté des Sciences

MM. R. DEFRETIN, H. LEFEBVRE, M. PARREAU.

PROFESSEURS HONORAIRES des Anciennes Facultés de Droit
et Sciences Economiques, des Sciences et des Lettres

M. ARNOULT, Mme BEAUJEU, MM. BROCHARD, CHAPPELON, CHAUDRON, CORDONNIER, CORSIN, DECUYPER DEHEUVELS, DEHORS, DION, FAUVEL, FLEURY, P. GERMAIN, GLACET, HEIM DE BALSAC, HOCQUETTE KAMPE DE FERIET, KOUGANOFF, LAMOTTE, LASSERRE, LELONG, Mme LELONG, MM. LHOMME, LIEBAERT, MARTINOT-LAGARDE, MAZET, MICHEL, PEREZ, ROIG, ROSEAU, ROUELLE, SAVARO, WATERLOT, WIEMAN, ZAMANSKI.

PRESIDENTS HONORAIRES DE L'UNIVERSITE
DES SCIENCES ET TECHNIQUES DE LILLE

MM. R. DEFRETIN, M. PARREAU.

PRESIDENT DE L'UNIVERSITE
DES SCIENCES ET TECHNIQUES DE LILLE

M. M. MIGEON.

PROFESSEURS TITULAIRES

M.	BACCHUS Pierre	Astronomie
M.	BEAUFILS Jean-Pierre	Chimie Physique
M.	BECART Maurice	Physique Atomique et Moléculaire
M.	BILLARD Jean	Physique du Solide
M.	BIAYS Pierre	Géographie
M.	BONNEMAN Pierre	Chimie Appliquée
M.	BONNOT Ernest	Biologie Végétale
M.	BONTE Antoine	Géologie Appliqué
M.	BOUGHON Pierre	Algèbre
M.	BOURIQUET Robert	Biologie Végétale
M.	CELET Paul	Géologie Générale
M.	COEURE Gérard	Analyse
M.	CONSTANT Eugène	Electronique
M.	DEBOURSE Jean-Pierre	Gestion des Entreprises
M.	DELATTRE Charles	Géologie Générale
M.	DELHAYE Michel	Chimie Physique
M.	DERCOURT Jean	Géologie Générale
M.	DURCHON Maurice	Biologie Expérimentale
M.	FAURE Robert	Mécanique
M.	FOURET René	Physique du Solide
M.	GABILLARD Robert	Electronique
M.	GONTIER Gérard	Mécanique
M.	GRANELLE Jean-Jacques	Sciences Economiques
M.	GRUSON Laurent	Algèbre
M.	GUILLAUME Jean	Microbiologie
M.	HEUBEL Joseph	Chimie Minérale
M.	LABLACHE-COMBIER Alain	Chimie Organique
M.	LACOSTE Louis	Biologie Végétale
M.	LANSRAUX Guy	Physique Atomique et Moléculaire
M.	LAVEINE Jean-Pierre	Paléontologie
M.	LEBRUN André	Electronique
M.	LEHMANN Daniel	Géométrie

Mme LENOBLE Jacqueline	Physique Atomique et Moléculaire
M. LINDER Robert	Biologie et Physiologie Végétales
M. LOMBARD Jacques	Sociologie
M. LOUCHEUX Claude	Chimie Physique
M. LUCQUIN Michel	Chimie Physique
M. MAILLET Pierre	Sciences Economiques
M. MONTARIOL Frédéric	Chimie Appliquée
M. MONTREUIL Jean	Biochimie
M. PARREAU Michel	Analyse
M. POUZET Pierre	Analyse numérique
M. PROUVOST Jean	Minéralogie
M. SALMER Georges	Electronique
M. SCHILTZ René	Physique Atomique et Moléculaire
Mme SCHWARTZ Marie-Hélène	Géométrie
M. SEGUIER Guy	Electrotechnique
M. TILLIEU Jacques	Physique Théorique
M. TRIDOT Gabriel	Chimie Appliquée
M. VIDAL Pierre	Automatique
M. VIVIER Emile	Biologie Cellulaire
M. WERTHEIMER Raymond	Physique Atomique et Moléculaire
M. ZEYTOUNIAN Radyadour	Mécanique

PROFESSEURS SANS CHAIRE

M. BELLET Jean	Physique Atomique et Moléculaire
M. BKOUCHE Rudolphe	Algèbre
M. BODARD Marcel	Biologie Végétale
M. BOILLET Pierre	Physique Atomique et Moléculaire
M. BOILLY Bénoni	Biologie Animale
M. BRIDOUX Michel	Chimie Physique
M. CAPURON Alfred	Biologie Animale
M. CORTOIS Jean	Physique Nucléaire et Corpusculaire
Mme DACHARRY Monique	Géographie
M. DEPREZ Gilbert	Physique Théorique
M. DEVRAINNE Pierre	Chimie Minérale
Mme EVRARD Micheline	Chimie Appliquée
M. GOSSELIN Gabriel	Sociologie
M. GOUDMAND Pierre	Chimie Physique
M. GUILBAULT Pierre	Physiologie Animale
M. HERMAN Maurice	Physique Spatiale
Mme LEHMANN Josiane	Analyse
M. LENTACKER Firmin	Géographie
M. LEROY Jean-Marie	Chimie Appliquée
M. LOUAGE Francis	Electronique
M. MAIZIERES Christian	Automatique
Mle MARQUET Simone	Probabilités
M. MIGEON Michel	Chimie Physique
M. MONTEL Marc	Physique du Solide
M. MONTUELLE Bernard	Biologie Appliquée
M. NICOLE Jacques	Chimie Appliquée
M. PAQUET Jacques	Géologie Générale
M. RACZY Ladislas	Electronique
M. ROUSSEAU Jean-Paul	Physiologie Animale
M. SLIWA Henri	Chimie Organique
M. WATERLOT Michel	Géologie Générale

MAITRES DE CONFERENCES (Et Chargés d'Enseignement)

M. ADAM Michel	Sciences Economiques
M. ANTOINE Philippe	Analyse
M. BART André	Biologie Animale
Mme BATTIAU Yvonne	Géographie

M. BEGUIN Paul	Mécanique
M. BONNELLE Jean-Pierre	Chimie
M. BOSCQ Denis	Probabilités
M. BREZINSKI Claude	Analyse Numérique
M. BRUYELLE Pierre	Géographie
M. CARREZ Christian	Informatique
M. COQUERY Jean-Marie	Psycho-Physiologie
M. CORDONNIER Vincent	Informatique
M. COUTURIER Daniel	Chimie Organique
M. CRAMPON Norbert	Géologie
M. CROSNIER Yves	Electronique
M. DEBRABANT Pierre	Géologie Appliquée
M. DEGAUQUE Pierre	Electronique
M. DELORME Pierre	Physiologie Animale
M. DE PARIS Jean-Claude	Mathématiques
M. DHAINAUT André	Biologie Animale
M. DELAUNAY Jean-Claude	Sciences Economiques
M. DERIEUX Jean-Claude	Microbiologie
M. DOUKHAN Jean-Claude	Physique du Solide
M. DUBOIS Henri	Physique
M. DUEE Gérard	Géologie
M. DYMENT Arthur	Mécanique
M. ESCAIG Bertrand	Physique du Solide
M. FAKIR Sabah	Algèbre
M. FLAMME Jean-Marie	Technologie de Construction
M. FOCT Jacques	Génie Mécanique
M. FONTAINE Hubert	Physique
M. FONTAINE Jacques	Electronique
M. FOURNET Bernard	Biochimie
M. GAMBLIN André	Géographie
M. GERVAIS Michel	Gestion des Entreprises
M. GOBLOT Rémi	Algèbre
M. HECTOR Joseph	Géométrie
M. JACOB Gérard	Informatique
M. JOURNEL Gérard	Physique Atomique et Moléculaire
M. KREMBEL Jean	Biochimie
M. LAURENT François	Automatique
Mle LEGRAND Denise	Algèbre
Mle LEGRAND Solange	Algèbre
M. LEROY Yves	Electronique
M. LHENAFF René	Géographie
M. LOCQUENEUX Robert	Physique théorique
M. MACKE Bruno	Physique
M. MAHIEU Jean-Marie	Physique Atomique et Moléculaire
M. MESSELYN Jean	Physique Atomique et Moléculaire
M. MIGNOT Fulbert	Analyse Numérique
M. N'GUYEN VAN CHI Régine	Géographie
M. NOTELET Francis	Electrotechnique
M. NUSSEMBAUM Maurice	Sciences Economiques
M. PARSY Fernand	Mécanique
M. PAUPARDIN Colette	Biologie Physiologie Végétales
M. PECQUE Marcel	Chimie Physique
M. PERROT Pierre	Chimie Appliquée
M. PERTUZON Emile	Physiologie Animale
M. PETIT Francis	Chimie Organique
M. PONSOLLE Louis	Chimie Physique
M. POVY Lucien	Automatique
M. RICHARD Alain	Biologie
M. ROGALSKI Marc	Analyse
M. ROY Jean-Claude	Psycho-Physiologie
M. SIMON Michel	Sociologie
M. SOMME Jean	Géographie

Mle SPIK Geneviève	Biochimie
M. STANKIEWICZ François	Sciences Economiques
M. STERBOUL François	Informatique
M. TAILLEZ Roger	Biologie
M. THERY Pierre	Electronique
M. TOP Gérard	Sciences Economiques
M. TOULOTTE Jean-Marc	Automatique
M. TREANTON Jean-René	Sociologie
M. VANDORPE Bernard	Chimie Minérale
M. VILLETTE Michel	Mécanique
M. WALLART Francis	Chimie
M. WERNER Georges	Informatique
Mme ZIN-JUSTIN Nicole	Algèbre

A tous les Enseignants qui ont marqué ma vie scolaire et plus particulièrement à

Monsieur DEGROISSE, Directeur de l'Ecole Publique de Mouchin, et à Madame DEGROISSE son adjointe;
à Monsieur DHERBOMEZ, Directeur du C.E.G. d'Orchies
et a Mademoiselle MARTIN, Agrégée de Physique, Professeur à l'Ecole Normale d'Instituteurs de Douai.

A ma Femme

Ce travail a été effectué au LABORATOIRE D'OPTIQUE ATMOSPHERIQUE de l'UNIVERSITE DES SCIENCES ET TECHNIQUES DE LILLE.

Je tiens tout d'abord a remercier son Directeur Madame LENOBLE qui m'a accueilli et m'a permis de le mener à bien.

Je suis heureux d'exprimer ma profonde reconnaissance à Monsieur HERMAN qui m'a dirigé tout au long de ma Thèse et dont les précieux conseils et la constante coopération en ont permis l'aboutissement.

Je remercie Monsieur SCHILTZ d'avoir accepté de présider mon jury ainsi que Monsieur GEHRELS qui m'a fait l'honneur d'y participer.

Suggérée par Monsieur FYMAT, cette étude a été possible grâce à la coopération et aux documents mis à notre disposition par Monsieur DOLLFUS. Ils ont tous deux accepté de juger mon travail, qu'ils trouvent ici l'expression de mes sincères remerciements.

Je remercie également mes Collègues du Laboratoire d'Optique Atmosphérique pour leur amicale collaboration.

Je ne saurai oublier l'aide que m'a apportée l'ensemble du personnel du C.I.T.I. et plus particulièrement Monsieur DELAISSE, et Monsieur GONZALES qui a assuré une partie de la programmation et les exploitations nécessaires à ce travail.

J'adresse enfin mes remerciements à tout le personnel Technique et Administratif de l'U.E.R. qui ont contribué à la confection matérielle de ce mémoire.

– TABLE DES MATIERES –

INTRODUCTION

L'étude détaillée du champ de rayonnement dans un milieu diffusant et absorbant nécessite la mise au point de méthodes numériques suffisamment précises et rapides, pour la résolution de l'équation de transfert. Une première programmation de la méthode des Harmoniques Sphériques avait été faite au Laboratoire dans le but d'étudier le bilan radiatif dans les nuages terrestres (Guillemot, 1966; Marengo, 1967). Elle restait néanmoins à cette époque d'un emploi très lourd et assez limité. Notre premier travail a consisté à reprendre le principe des différentes étapes du calcul pour en tirer un outil mieux adapté. Ce travail est résumé ici dans la première partie. On y indique les principales modifications apportées, moyennant quoi la méthode s'avère très compétitive.

L'essentiel de notre travail s'est ensuite orienté vers l'analyse des sondages optiques de l'atmosphère nuageuse de Vénus et fait l'objet de la seconde partie. Deux raisons principales ont motivé cette direction de recherche.

D'une part l'acquis scientifique du Laboratoire sur ces problèmes du transfert radiatif lui permettait d'être retenu comme co-investigateur d'une expérience de flux pour la Mission Pioneer -Vénus 78

D'autre part à cette même époque débutait une coopération avec M.A. Dollfus qui avait rassemblé au Centre de Photographie Planétaire de Meudon de nombreux négatifs originaux de Vénus, obtenus par divers observateurs à Meudon et au Pic du Midi, et à partir desquels une étude détaillée de la lumière rediffusée par les nuages de Vénus était possible.

La préparation de la mission Pioneer nécessitait une évaluation des ordres de grandeur des flux à détecter au sein de la couche nuageuse de Vénus. Une analyse similaire avait déjà été entreprise pour les nuages terrestres, et nous avait permis de dégager les rôles des principaux paramètres du milieu sur ces mesures : elle avait en outre permis de tester une méthode analytique approchée, établie par Wang (1972) et développée au Laboratoire (Bigourd, 1975). Les principaux résultats de cette étude sont résumés au début de la seconde partie. Vers la même époque, Vénéra 8 effectuait pour la première fois une mesure du flux solaire descendant à travers l'atmosphère de Vénus. Une analyse immédiate de ces premières mesures in situ, à l'aide des méthodes mises au point précédemment, nous permettait de bâtir un premier modèle de la structure nuageuse présenté au chapitre II.2. A partir de ce modèle, il devenait possible de préciser la sensibilité des détecteurs et les gammes spectrales intéréssantes pour la mission Pioneer (chapitre II.3).

A partir des mesures en polarisation, Hansen et Arking (1971) avaient pû déduire les caractéristiques des aérosols constituant la brume supérieure de Vénus. Formée plus profondément que la lumière polarisée, la luminance globale rediffusée par la planète pouvait apporter des renseignements complémentaires sur les nuages sous-jacents. Nous avons donc entrepris l'étude photométrique détaillée de Vénus. Celle ci, faisant l'objet du troisième chapitre, a d'abord porté sur quelques clichés obtenus en lumière jaune à partir d'observations télescopiques. La détermination des paramètres utiles susceptibles d'influencer la distribution des réseaux d'isophotes a d'abord été testée . Cette première analyse, résumée dans un premier article, mettait en évidence une répartition anormale des isophotes observées en lumière jaune par rapport aux prévisions déduites des résultats en polarisation. Imputé dans un premier temps à la dégradation des images et à leur traitement photométrique, le désaccord constaté se trouvait confirmé par l'étude des clichés à haute résolution obtenus par la sonde Mariner 10 en Février 1974 au cours de son flyby Vénus - Mercure (cf. Article 2). Ainsi donc, même lorsque Vénus semble présenter une très grande homogénéité, l'analyse photométrique mettait en évidence une variation spatiale de la structure nuageuse de Vénus, qu'il était tentant de relier à la présence des taches sombres fréquemment observées en ultra violet. Ceci nous a conduit à l'élaboration de modèles inhomogènes. Nous disposions pour cela d'une série de clichés obtenus presque simultanément à différentes longueurs d'onde. Nous avons alors recherché si l'évolution spectrale des distributions de luminance observées pouvait s'interpréter par l'action d'un mécanisme d'absorption unique, et plus précisément s'il était possible d'en déduire une localisation de la couche nuageuse où cette absorption avait lieu. Ce travail et les premiers résultats auxquels il a abouti font l'objet d'un troisième article.

PREMIERE PARTIE

INTRODUCTION

L'étude du transfert du rayonnement dans un milieu diffusant et absorbant comporte de nombreuses applications. Les caractéristiques de ce rayonnement peuvent donner des informations sur les milieux dans lesquels il s'est propagé et son analyse constituait encore récemment le seul moyen d'investigation des atmosphères planétaires. L'absorption de l'énergie solaire par ces dernières est une quantité fondamentale pour l'étude et la compréhension de la dynamique atmosphérique. Avec le développement des moyens de télédétection embarqués à bord de satellites, cette étude connait un nouveau centre d'interêt. La résolution de l'équation de transfert a fait l'objet de nombreux travaux. On trouvera une bibliographie de ces différentes méthodes répertoriées par THE RADIATION COMMISSION OF THE INTERNATIONAL ASSOCIATION OF METEOROLOGY AND ATMOSPHERIC PHYSICS (I.U.G.G) dans STANDARD PROCEDURES TO COMPUTE ATMOSPHERIC RADIATIVE TRANSFER IN A SCATTERING ATMOSPHERE - édité par J.LENOBLE.

Nous nous sommes plus particulièrement intéressés à la méthode des Harmoniques Sphériques (encore appelée P_L approximation). Suggérée par JEANS (1917) pour le transfert radiatif dans les étoiles, elle avait été essentiellement appliquée au transport des neutrons (DAVISON ; 1958). Peu utilisée dans les problèmes de transfert radiatif (LENOBLE; 1961. a-b) elle connait depuis quelques années un net regain d'interêt et est utilisée par divers auteurs. Citons CANOSA et PENAFIEL (1973) DAVE (1974). A la différence de ceux-ci, au lieu d'utiliser une méthode numérique directe dans le cas d'une atmosphère homogène, nous avons employé une solution analytique que nous exposons dans le chapitre I.

CHAPITRE I

RESOLUTION DE L'EQUATION DE TRANSFERT PAR LA METHODE DES HARMONIQUES SPHERIQUES

RAPPEL DE LA METHODE

I - 1 - DÉFINITIONS

En un point M d'un milieu diffusant le rayonnement se propageant dans une direction $\vec{s}$ sera caractérisé par sa luminance $I\ (M;\vec{s})$ ($W.m^{-2}\ Sr^{-1}$). Ce rayonnement est en général polarisé et une étude rigoureuse conduirait à une représentation matricielle de cette grandeur. Toutefois, le fait de négliger la polarisation n'affecte pratiquement pas les résultats du point de vue énergétique auquel nous nous intéressons exclusivement ici (LENOBLE, 1970; DEUZE, DEVAUX, HERMAN, 1975). Nous nous limiterons donc par la suite à une étude scalaire du problème.

Considérons en M, un volume élèmentaire dv et la luminance incidente $I\ (M;\vec{s})$. Le flux diffusé par dv sera proportionnel au nombre de diffuseurs qu'il contient et à l'éclairement reçu par chacun d'eux soit

$$d\Phi_d = k\ (M)\ dv\ I\ (M;\vec{s})\ d\omega, \qquad (I-1)$$

ou k (M) (m^{-1}) est par définition le coefficient de diffusion du milieu. De la même façon, on définira le coefficient d'absorption b (M) (m^{-1}) par la relation

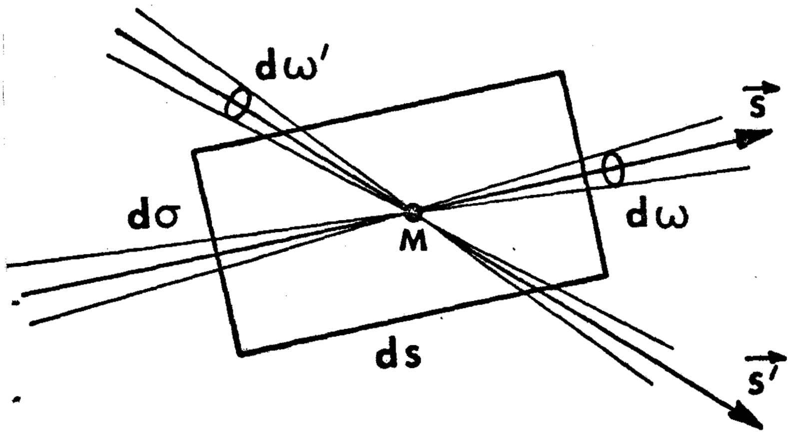
$$d\Phi_a = b\ (M)\ dv\ I\ (M;\vec{s})\ d\omega, \qquad (1-2)$$

ou $d\Phi_a$ est le flux absorbé par dv

Considérons le cylindre élémentaire d'axe $\vec{s}$ de hauteur ds et de surface de base $d\sigma$. Le flux élémentaire transmis par cet élément de volume dans la direction $\vec{s}$ et dans un cône d'angle solide $d\omega$ est

$$d\Phi_t = (I(M;\vec{s}) + d\ I\ (M;\vec{s}))\ d\omega\ \ d\sigma$$

$$d\Phi_t = I\ (M;\vec{s})\ d\omega\ \ d\sigma\ - k\ (M)\ dv\ I\ (M;\vec{s})\ d\omega\ - b(M)dv\ I(M;\vec{s})d\omega$$



Soit

$$d\,I\,(M;\vec{s}) = -\,(k(M) + b(M))\,I(M;\vec{s})\,d\omega$$

On caractérisera l'importance relative de la diffusion par l'albédo de diffusion du milieu

$$\omega_o\,(M) = \frac{k(M)}{k(M) + b(M)} \,. \qquad (I-3)$$

Si l'élément de volume reçoit par ailleurs de la direction $\vec{s}'$ un rayonnement diffus de luminance $I\,(M;\vec{s}')$, il diffusera dans la direction $\vec{s}$ un flux

$$d^2\,\Phi_d = \frac{k(M)}{4\pi}\,dv\,I\,(M;\vec{s}')\,d\omega'\,P\,(M;\vec{s},\vec{s}')\,d\omega \quad ; \qquad (I-4)$$

relation qui définit la fonction de phase $P\,(M;\vec{s},\vec{s}')$ du milieu. Compte tenu de l'expression du flux diffusé (I-1) cette fonction de phase est normalisée par la relation

$$\iint_{espace} P\,(M;\vec{s},\vec{s}')\,d\omega = 4\pi \,. \qquad (I-5)$$

Si on exprime le rayonnement diffusé dans la direction $\vec{s}$ et provenant de toutes les directions $\vec{s}'$, le bilan énergétique portant sur le flux élémentaire se propageant dans la direction $\vec{s}$, dans un cone d'angle solide $d\omega$ s'écrit

$$(I(M;\vec{s}) + d\,I\,(M;\vec{s}))\,d\omega\,d\sigma = I\,(M;\vec{s})\,d\omega\,d\sigma$$

$$-\,(\,k(M) + b(M))\,dv\,I\,(M;\vec{s})\,d\omega$$

$$+ \frac{k(M)}{4\pi} \, dv \, d\omega \iint_{espace} I\,(M;\vec{s}\,')\,P\,(M;\vec{s},\vec{s}\,')\,d\omega'$$

$$+ \frac{k(M)}{4\pi} \, dv \, d\omega \cdot \sum_{i \text{ sources}} E_i\,(M)\,P\,(M;s,s_i)\,,$$

où l'on a fait apparaitre explicitement l'éclairement direct en M dû aux différentes sources éventuelles, $I\,(M;\vec{s})$ caractérisant alors le rayonnement diffusé au moins une fois. Ceci établit l'équation intégro - différentielle à résoudre

$$\frac{\partial I}{\partial s}(M;s) = -\,(k(M)+b(M))\left(I(M;s) - \frac{\omega_o(M)}{4\pi}\iint_{espace} P\,(M;s,\vec{s}\,')\,I\,(M;\vec{s}\,')\,d\omega \right.$$
$$\left. - \frac{\omega_o(M)}{4\pi}\sum_{i \text{ sources}} E_i\,(M)\,P\,(M;\vec{s},\vec{s}_i)\right). \qquad \text{(I-6)}$$

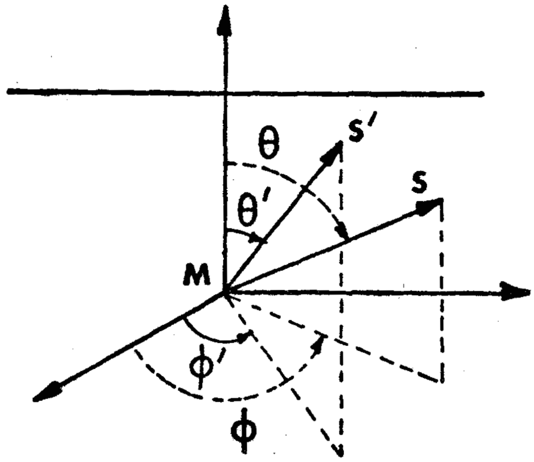
La solution de cette équation dépend avant tout de la forme du noyau $P(M;\vec{s},\vec{s}\,')$ et de la géométrie du milieu et des sources. Nous nous limiterons au cas idéalisé d'une couche homogène, limitée par deux plans parallèles, etuniformément éclairée sur sa face supérieure par un faisceau parallèle. Ceci est une bonne approximation de nombreux milieux naturels sous l'éclairement solaire.

La position d'un point M sera donc caractérisée uniquement par sa profondeur géométrique h dans la couche, ou par sa profondeur optique τ définie par

$$\tau = (k + b)\,h. \qquad \text{(I-7)}$$

De même la fonction de phase ne dépendra que de l'angle Θ entre les directions $\vec{s}$ et $\vec{s}\,'$. Celles ci seront repérées par les angles Θ et Φ respectivement par rapport à la verticale ascendante et à un axe origine arbitraire dans le plan horizontal. D'où

$$P\,(M;\vec{s},\vec{s}\,') = P\,(\Theta) = P\,(\theta,\,\Phi;\,\theta',\Phi') = P\,(\mu,\,\Phi;\,\mu',\,\Phi'),$$



en posant $\mu = \cos\Theta$. La direction du faisceau incident, d'éclairement πF, sera définie par μ_o et Φ_o ($\mu_o<o$), et l'équation (I-6) s'écrira finalement, avec $ds = -d\tau / \mu (ds>o)$

$$\mu \frac{\partial I}{\partial \tau}(\tau;\mu,\Phi) = I(\tau;\mu,\Phi)$$

$$-\frac{\omega_o}{4\pi}\int_o^{2\pi}\int_{-1}^{+1} P(\mu,\Phi;\mu',\Phi')\, I(\tau;\mu',\Phi')\, d\mu'\, d\Phi'$$

$$-\frac{\omega_o}{4\pi} P(\mu,\Phi;\mu_o,\Phi_o)\ \pi F \exp(\tau/\mu_o). \tag{I-8}$$

I - 2 - DÉVELOPPEMENT EN AZIMUT

Nous supposerons toujours la fonction de phase développée en série de polynômes de LEGENDRE sous la forme

$$P(\Theta) = \sum_{\ell=o}^{L} \beta_\ell\, P_\ell(\cos\Theta), \tag{I-9}$$

où la condition de normalisation (I-5) donne $\beta_o = 1$.
Nous discuterons plus loin de l'ordre L nécessaire à une représentation correcte de $P(\Theta)$. Le théorème d'addition des fonctions de LEGENDRE donne

$$P_\ell(\cos(\mu,\Phi;\mu',\Phi') = \sum_{s=o}^{\ell}(2-\delta_{os})\cos s(\Phi-\Phi')\, P_s^\ell(\mu)\, P_s^\ell(\mu'),$$

où $\delta_{os} = 0$ si $s \neq 0$,

$= 1$ si $s = 0$,

et

$$P_s^\ell(\mu) = \sqrt{\frac{(\ell-s)!}{(\ell+s)!}}\,(1-\mu^2)^{s/2}\frac{d^s}{d\mu^s}(P_\ell(\mu))$$, fonction de LEGENDRE

associée de première espèce, utilisée avec la norme $\sqrt{2/(2\ell+1)}$.

En développant $I(\tau;\mu,\Phi)$ en série de $\cos s(\Phi-\Phi_o)$, soit

$$I(\tau;\mu,\Phi) = \sum_{s=o}^{L} (2-\delta_{os}) \cos s(\Phi-\Phi_o) \; I^s(\tau;\mu), \tag{I-10}$$

l'intégration sur Φ est immédiate et l'équation de transfert (I-8) se sépare en L+1 équations

$$\mu \frac{\partial I^s}{\partial\tau}(\tau;\mu) = I^s(\tau;\mu) - \frac{\omega_o}{2} \sum_{\ell=s}^{L} \beta_\ell \, P_s^\ell(\mu) \int_{-1}^{+1} P_s^\ell(\mu') \, I^s(\tau;\mu')d\mu'$$

$$- \frac{\omega_o}{4\pi} \pi F \exp(\tau/\mu_o) \sum_{\ell=s}^{L} \beta_\ell \; P_s^\ell(\mu) \; P_s^\ell(\mu_o). \tag{I-11}$$

I - 3 - Méthode des Harmoniques Sphériques

Suivant la procédure classique des " Harmoniques Sphériques " (Davison, 1958), développons $I^s(\tau;\mu)$ en série de fonctions $P_s^\ell(\mu)$ à l'ordre $N = 2p - 1 + s$ (avec p entier) soit,

$$I^s(\tau;\mu) = \sum_{\ell=s}^{N} (2l+1) \; A_s^\ell(\tau) \quad P_s^\ell(\mu). \tag{I-12}$$

Compte tenu de la relation de récurrence

$$(2\ell+1)\,\mu\, P_s^\ell(\mu) = ((\ell+s+1)(\ell-s+1))^{1/2} \; P_s^{\ell+1}(\mu) + ((\ell+s)(\ell-s))^{1/2} \; P_s^{\ell-1}(\mu),$$

et de l'orthogonalité des fonctions de LEGENDRE

$$\int_{-1}^{+1} P_s^\ell(\mu) \, P_s^m(\mu)\, d\mu = \begin{cases} 0 & \text{si } \ell \neq m, \\ \dfrac{2}{2\ell+1} & \text{si } \ell = m, \end{cases}$$

on obtient, après substitution de (I-12) dans (I-11), et ce pour chaque valeur de s, un système indépendant de 2p équations différentielles du premier ordre en $A_s^{\ell}(\tau)$:

$$\sqrt{(\ell+s)(\ell-s)}\ \frac{dA_s^{\ell-1}}{d\tau} + \sqrt{(\ +s+1)(\ -s+1)}\ \frac{dA_s^{\ell+1}}{d\tau} = (2\ell+1-\omega_o\beta_\ell)\ A_s^{\ell}(\tau)$$

$$- \frac{\omega_o}{4\pi}\ \pi F \exp(\tau/\mu_o)\ \beta_\ell\ P_s^{\ell}(\mu_o),\ \ell = s,\ s+1, --- N. \qquad \text{(I-13)}$$

Si l'on veut tenir compte des L termes du développement (I-9) de P (Θ) il faut prendre $N = 2p-1+s > L$.

On cherchera la solution générale du système homogène associé (I-13) en superposant 2p solutions particulières linéairement indépendantes de ce système, solutions que l'on cherchera sous la forme

$$A_s^{\ell}(\tau) = g_s^{\ell}(\nu)\ \exp(-\nu\tau). \qquad \text{(I-14)}$$

En substituant (I-14) dans le système d'équations (I-13), il vient

$$-\nu\left(\sqrt{(\ell+s)(\ell-s)}\ g_s^{\ell-1} + \sqrt{(\ell+s+1)(\ell-s+1)}\right)\ g_s^{\ell+1} = (2\ell+1-\omega_o\ \beta_\ell)\ g_s^{\ell}\ . \qquad \text{(I-15)}$$

Soit, à résoudre un système de 2p équations homogènes à 2p inconnues qui définira les g_s^{ℓ}, à partir de g_s^{s} pris arbitrairement égal à 1, et les 2p valeurs ν_i^{s} correspondant aux 2p solutions particulières cherchées. Ces racines ν_s^{i} pourront s'obtenir en assurant la comptabilité du système (I-15). La forme récursive de ces équations montre que, partant de $g_s^{s} = 1$, il suffit pour assurer cette comptabilité, d'annuler le coefficient g_s^{s+2p} qu'on en déduirait soit

$$g_s^{s+2p}(\nu_s^{i}) = 0\ . \qquad \text{(I-16)}$$

La solution particulière du système complet (I-13) peut se chercher sous la forme

$$A_s^\ell (\tau) = h_s^\ell \exp (\tau/\mu_o). \tag{I-17}$$

On aboutit alors à un système linéaire de 2p équations qui définit les 2p inconnues h_s^ℓ soit

$$\frac{1}{\mu_o} \left(\sqrt{(\ell+s)(\ell-s)}\; h_s^{\ell-1} + \sqrt{(\ell+s+1)(\ell-s+1)}\; h_s^{\ell+1} \right) = (2\ell+1-\omega_o\, \beta_\ell)\, h_s^\ell$$

$$- \frac{\omega_o}{4\pi}\, \pi F\; \beta_\ell\; P_s^\ell (\mu_o), \tag{I-18}$$

et la solution générale de (I-13) s'écrira finalement

$$A_s^\ell (\tau) = \sum_{\substack{i=-p \\ \neq o}}^{+p} \left(k_s^i\; g_s^\ell (\nu_s^i) \exp (-\nu_s^i \tau) \right) + h_s^\ell \exp (\tau/\mu_o), \tag{I-19}$$

où les constantes d'intégration k_s^i seront à déterminer à partir des conditions aux limites. La solution cherchée pour I $(\tau;\mu,\Phi)$ s'écrira donc

$$\begin{aligned} I(\tau;\mu,\Phi) = & \sum_{s=o}^{L} (2-\delta_{os}) \cos s\,(\Phi-\Phi_o) \sum_{\ell=s}^{2p-1+s} (2\ell+1)\, P_s^\ell (\mu) \\ & \times \left(\sum_{\substack{i=-p \\ \neq o}}^{+p} k_s^i\; g_s^\ell\; (\nu_s^i) \exp (-\nu_s^i \tau) + h_s^\ell \exp (\tau/\mu_o) \right) \end{aligned} \tag{I-20}$$

II - RESOLUTION NUMERIQUE

II - 1 - CALCUL DES RACINES ν_s^i ET DES COEFFICIENTS g_s^ℓ

La principale difficulté numérique est dans l'équation (I-16). On vérifie facilement sur la relation (I-15) que les g_s^ℓ sont des polynômes en $1/\nu$ de la forme

$$g_s^{s+j} = \sum_{m=o}^{\{j/2\}} \frac{a_m^{s,j}}{\nu^{j-2m}} = \nu^{-j} \sum_{m=o}^{\{j/2\}} a_m^{s,j} \, . \, \nu^{2m}, \qquad (I-21)$$

où $\{j/2\}$ désigne le plus grand entier inférieur ou égal à $j/2$. En reportant cette expression de g_s^{ℓ} dans (I-15), l'identification des coefficients de même puissance en $1/\nu$ conduit à la relation de récurrence

$$\sqrt{j(j+2s)}\; a_m^{s,j} = -a_{m-1}^{s,j-2} \sqrt{(j-1)(j+2s-1)} + a_m^{s,j-1}(2s+2j-1-\omega_0\beta_{s+j+1}) , \qquad (I-22)$$

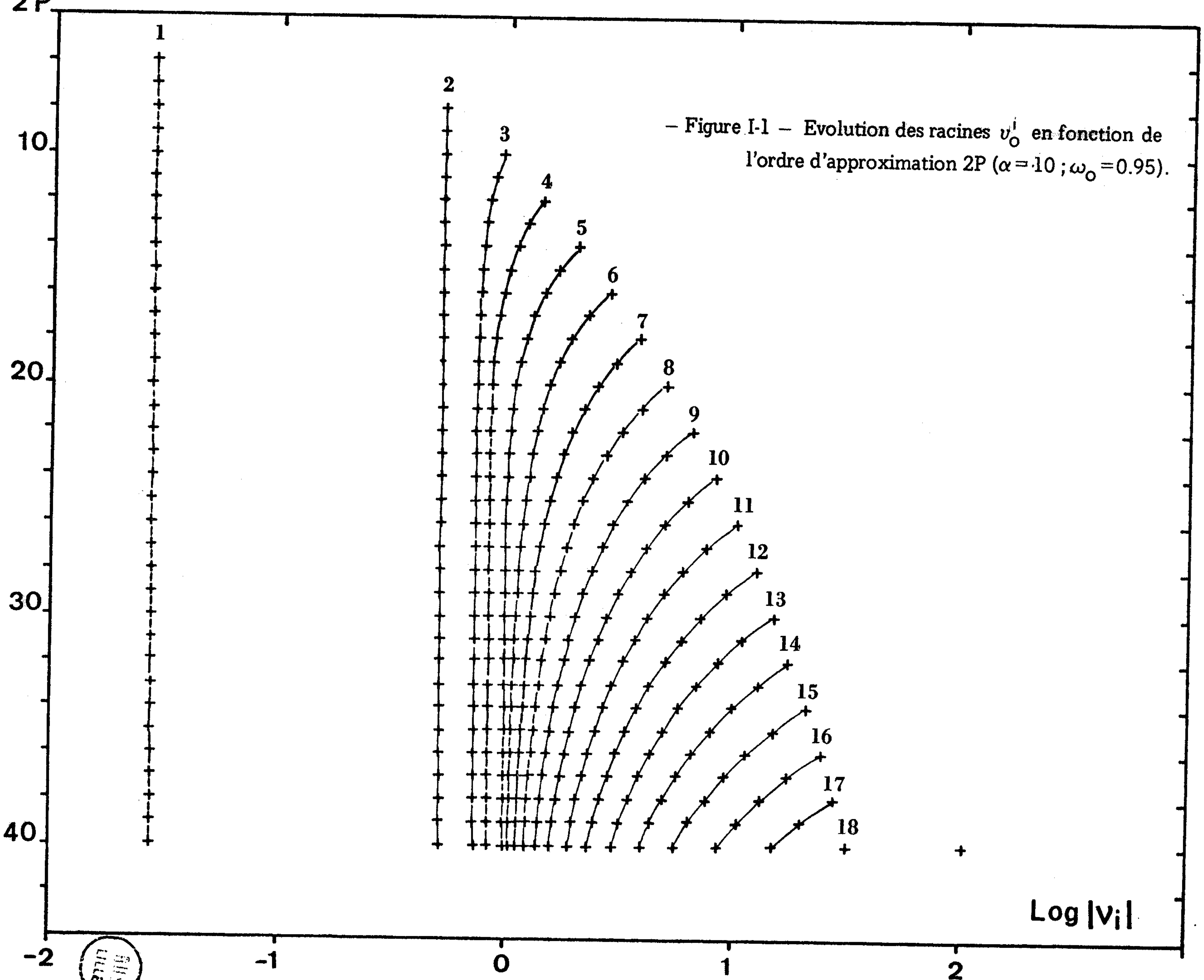
initialisée par $a_o^{s,o} = 1$ $(g_s^s = 1)$ et $a_{-1}^{s,j} = o$,

qui permet le calcul numérique des coefficients de l'équation (I-16) à résoudre.

Avec $X = \nu^2$, posons

$$Y\,(j) = g_s^{s+j} \quad \nu^j = \sum_{m=o}^{\{j/2\}} a_m^{s,j} \quad X^m \qquad (I-23)$$

Pour des fonctions de phase anisotropes, le développement (I-9) de P (Θ) devient long. Une bonne précision sur I nécessitant un ordre d'approximation 2p supérieur à L, la recherche directe des racines de Y (j) à l'ordre 2p deviendrait impraticable. Mais il suffit de traiter le problème successivement dans les approximations d'ordre 4,5,---,j,---2p pour tourner la difficulté. On a en effet constaté empiriquement que les $\{ j/2-1 \}$ racines positives du polynôme Y (j-1), qu'on notera par valeur croissante $X_i^{(j-1)}$, constituent d'excellentes approximations pour les $(\{ j/2 \} -1)$ plus petites des racines $X_i^{(j)}$, de même indice i, de Y (j). La figure I-1 illustre clairement ce comportement, où l'on voit que la racine de rang i, apparue dès la résolution de $g_{2i}(\nu) = o$ ne varie plus ensuite que très lentement. On remarquera par ailleurs (DEUZE, 1974) qu'une racine $X_i^{(j)}$ est toujours encadrée par les deux racines $X_i^{(j-1)}$ et $X_{i-1}^{(j-1)}$, propriété liée au fait que les polynômes g_s^{s+j} (ν) constituent une suite de



– Figure I-1 – Evolution des racines v_o^i en fonction de l'ordre d'approximation 2P ($\alpha = 10$; $\omega_o = 0.95$).

Sturm (POUZET, 1964; GASTINEL, 1966). On amorce donc la solution en calculant à l'ordre $j = 5$ les deux racines immédiates du polynôme du second degré $Y(5)$. Supposant connues les racines $X_i^{(j-1)}$ du polynôme $Y(j-1)$, on en déduit les racines de même rang i de $Y(j)$ par une méthode de bissection bien adaptée puisque le domaine d'existence de X_i^j est connu. Pour ce qui est de la nouvelle racine $X_{j/2}^{(j)}$ apparaissant pour chaque ordre pair du polynôme $Y(j)$, son calcul est immédiat. En identifiant les coefficients $a_m^{s,2k}$ du polynôme $Y(2k)$ aux coefficients du développement équivalent à (I-21) soit

$$Y(2k) = a_k^{s,2k} \prod_{i=1}^{k} (X - X_i^{(2k)}),$$

on aura en particulier pour les termes de degré 1 et j en X,

$$a_{k-1}^{s,2k} = - a_k^{s,2k} S, \quad a_o^{s,2k} = (-1)^k a_k^{s,2k} P,$$

où l'on a noté S et P la somme et le produit des racines. Connaissant (k-1) des racines de $Y(2k)$, une de ces relations suffit en fait pour déterminer la dernière. Sauf au dernier passage, pour $j = 2p$, une faible précision suffit puisqu'il ne s'agit que d'approcher la solution de l'ordre suivant.

La procédure précédente fournit donc les 2p valeurs cherchées ν_s^i, deux à deux symétriques

$$\nu_s^i = - \nu_s^{-i} = \sqrt{X_i^{2p}} \quad (i=1,2---,p). \qquad \text{(I-24)}$$

Pour chacune de ces racines, le calcul des coefficients $g_s^{s+j}(\nu_s^i)$ associés est en principe immédiat à partir de la relation (I-15), initialisée arbitrairement par $g_s^s = 1$ et $g_s^{s-1} \equiv o$. On constate cependant que cette recurrence s'accompagne d'une propagation d'erreur d'autant plus grande que la racine ν_s^i concernée est plus petite et que sa valeur évolue moins avec l'ordre j. Dans ce cas il devient en effet impossible, au delà d'un certain ordre k, de discerner la racine $\nu_s^{i,k}$ de g_s^{s+k} (ν) de la racine $\nu_s^{i,2p}$ de g_s^{j+2p} (ν). La valeur $\nu_s^{i,2p}$ ainsi reportée dans la relation (I-15) donnera alors à l'ordre k

$$- \nu \left(\sqrt{(2s+k)k} \;\; g_s^{s+k-1} + \sqrt{(2s+k+1)(k+1)} \;\; g_s^{s+k+1} \right) \simeq o$$

soit $$g_s^{s+k-1} \simeq - g_s^{s+k+1}$$

A l'ordre suivant on vérifiera que g_s^{s+k+2} sera proportionnel à g_s^{s+k+1}/ν et on aura à partir de cet ordre une divergence de la série d'autant plus rapide que, comme le montre le tableau (I-1) ν est plus petit.

En écrivant au contraire la relation (I-15) sous la forme décroissante

$$\tilde{g}_s^{s+k-1} \sqrt{k(2s+k)} = \tilde{g}_s^{s+k+1} \sqrt{(2s+k+1)(k+1)} - \tilde{g}_s^{s+k} \left(2s+2k+1-\omega_o \beta_{s+k}\right) \tag{I-25}$$

avec $$\tilde{g}_s^{s+2p} = o \quad \text{et} \quad \tilde{g}_s^{s+2p-1} = 1,$$

on vérifiera aisément que lorsque k diminue, les coefficients $\tilde{g}_s^{s+k}$ deviennent de plus en plus grands, et ce d'autant plus vite que ν est petit; leur calcul numérique restera alors bien conditionné. Pour retrouver les coefficients g_s^{ℓ} cherchés, il suffit de renormaliser les coefficients $\tilde{g}_s^{s+k}$ en les divisant par le coefficient $\tilde{g}_s^{s}$ (Tableau (I-1)). Cette renormalisation n'a évidemment d'autre intérêt que de conserver pour les constantes k_s^i des valeurs comparables.

II - 2 - CALCUL DES COEFFICIENTS h_s^{ℓ}

Le même type de résolution s'étend facilement au système (I-18). Considérant les h_s^{ℓ} comme des fonctions de h_s^s, on vérifie que

$$h_s^{s+k} = \lambda_k \, h_s^s + \zeta_k \, , \tag{I-26}$$

↑ ν_o^1 = 0.210456983 ↓		↑ ν_o^2 = 0.748084368 ↓		↑ ν_o^6 = 1.014789865 ↓	
1.000000000-00	1.000000000-00	1.000000000-00	1.000000000-00	1.000000000-00	1.000000000-00
-2.375782414-01	-2.375782420-01	-6.683738114-02	-6.683725962-02	-4.927128437-02	-4.925950600-02
4.721275586-02	4.721382959-02	-4.566906431-01	-4.566906372-01	-4.764641085-01	-4.764696880-01
-7.103838410-03	-7.107814784-03	4.949034440-01	4.949028671-01	3.792077891-01	3.792044390-01
9.357234608-04	9.552463958-04	-3.698236156-01	-3.698220076-01	-4.501630862-02	-4.500839200-02
-4.886731360-06	-1.203809062-04	2.365127201-01	2.365130925-01	-2.466162241-01	-2.466235080-01
-7.468624814-04	1.460220212-05	-1.398755408-01	-1.398762153-01	3.819266442-01	3.819303340-01
5.371038401-03	-1.745738017-06	8.004481399-02	8.004570702-02	-3.577898700-01	-3.577890240-01
-3.929477693-02	2.073843190-07	-4.509771543-02	-4.509922373-02	2.177074658-01	2.177029320-01
2.939163845-01	-2.461956328-08	2.528836331-02	2.529058604-02	-2.516459968-02	-2.515824900-02
-2.227868829 00	2.931292169-09	-1.419421844-02	-1.419776786-02	-1.557499648-01	-1.557560220-01
1.700919807 01	-3.497893609-10	7.976766974-03	7.982473411-03	2.733601530-01	2.733640960-01
-1.306573971 02	4.191170744-11	-4.496187118-03	-4.505444669-03	-2.995203367-01	-2.995210790-01
1.006599750 03	-5.046633377-12	2.533788549-03	2.548902481-03	2.336920115-01	2.336896180-01
-7.762068893 03	6.057380651-13	-1.407607831-03	-1.432312175-03	-1.014401277-01	-1.014355680-01
6.035680650 04	-7.326352469-14	7.622985921-04	8.030781656-04	-5.198036115-02	-5.198558300-02
-4.677278861 05	8.700527275-15	-3.681236086-04	-4.352474625-04	1.799396551-01	1.799438970-01
3.705026188 06	-1.022518537-15	1.154804211-04	-2.289788993-04	-2.512148379-01	-2.512169790-01
-2.975348303 07	1.161586914-16	8.290269473-05	-1.139280984-04	2.546565235-01	2.546561750-01
2.478837087 08	-1.274879681-17	-3.064623070-04	5.388025756-05	-2.082368892-01	-2.082343380-01
-2.143943671 09	1.367208964-18	6.767582337-04	-2.459796156-05	1.365176734-01	1.365134560-01
1.902729787 10	-1.426912019-19	-1.418797738-03	1.086276609-05	-5.606630029-02	-5.606089500-02
-1.739623644 11	1.487859041-20	3.046249704-03	-4.789178252-06	-2.275338247-02	-2.275973000-02
1.595756414 12	-1.550596311-21	-6.593761238-03	2.109501310-06	9.740802383-02	9.741507100-02
-1.467358655 12	1.616692421-22	1.433198718-02	-9.294804941-07	-1.660649404-01	-1.660724570-01
1.348677391 14	-1.686805909-23	-3.121523742-02	4.098228366-07	2.271897898-01	2.271975650-01
-1.242876197 15	1.761246687-24	6.806601690-02	-1.808264634-07	-2.794573126-01	-2.794650980-01
1.146256081 16	-1.840253690-25	1.485443306-01	7.984158921-08	3.217915335-01	3.217991340-01
-1.057864577 17	1.924049870-26	3.244054841-01	-3.527567467-08	-3.534011028-01	-3.534082870-01
9.769023229 17	-2.012882226-27	-7.089210190-01	1.559488455-08	3.737971368-01	3.738036560-01
-9.026642037 18	2.107000962-28	1.550116723 00	-6.898140781-09	-3.827992249-01	-3.828044910-01
8.345239015 19	-2.206691568-29	-3.391334675 00	3.052884531-09	3.805328208-01	3.805375430-01
-7.719227792 20	2.312242743-30	7.423374100 00	-1.351768096-09	-3.674185458-01	-3.674221960-01
7.143612025 21	-2.423975261-31	-1.625708605 01	5.988111000-10	3.441541965-01	3.441567030-01
-6.613911873 22	2.542219521-32	3.561903737 01	-2.653685213-10	-3.116899949-01	-3.116913190-01
6.126101315 23	-2.667337038-33	-7.807433880 01	1.176233333-10	2.711977975-01	2.711979350-01
-5.676554456 24	2.799706005-34	1.712027071 02	-5.210067936-11	-2.240351327-01	-2.240341130-01
5.261999297 25	-2.939730600-35	-3.755601366 02	2.296425097-11	1.717050659-01	1.717029490-01
-4.879477783 26	3.087451241-36	8.241495745 02	-9.857397598-12	-1.158129942-01	-1.158098700-01
4.526311125 27	-3.207754880-37	-1.809181375 03	3.640410359-12	5.802154246-02	5.801752600-02
-4.200069588 28	0.000000000 00	3.972831496 03	0.000000000-00	-4.769369500-06	0.000000000-00

– Tableau I-1 – Calcul des $g_o^\ell(\nu_o^i)$ (i = 1,2,6) par une récurrence montante (↑ ; ℓ croissant) et descendante (↓ ; ℓ décroissant).
($\alpha = 10$; $\omega_o = 0.95$)

où λ_k et ζ_k vérifient respectivement les relations

$$\sqrt{k(k+2s)}\ \lambda_k = -\lambda_{k-2}\sqrt{(k-1)(k+2s-1)} + \lambda_{k-1}\ \mu_o\ \underline{(2s+2k-1-\omega_o\beta_{s+k-1})} \qquad (I\text{-}27a)$$

$$\sqrt{k(k+2s)}\zeta_k = \zeta_{k-2}\sqrt{(k-1)(k+2s-1)} + \zeta_{k-1}\ \mu_o\ \underline{(2s+2k-1-\omega_o\ \beta_{s+k-1})} - \frac{\omega_o}{4}\ F\ \mu_o\ P_s^{s+k-1}(\mu_o)\ \beta_{s+k-1}, \qquad (I\text{-}27b)$$

obtenues par identification en portant l'expression (I-26) dans le système (I-18), et initialisées par $\lambda_o \equiv 1$, $\zeta_o \equiv o$, $\lambda_{-1} \equiv \zeta_{-1} \equiv o$. Il suffit donc de calculer λ_{2p} et ζ_{2p} à l'aide des équations (I-27). La compatibilité de (I-18) sera réalisée si l'on a

$$h_s^{s+2p} = o, \qquad (I\text{-}28)$$

d'où

$$h_s^s = -\frac{\zeta_{2p}}{\lambda_{2p}}, \qquad (I\text{-}29)$$

qui initialise la relation de récurrence (I-18) (avec $h_s^{s-1} \equiv o$), dont on déduira les coefficients h_s^ℓ cherchés.

II - 3 - Calcul des constantes d'intégration k_s^i

Supposons qu'en plus du faisceau parallèle incident des sources diffuses connues $J\ (o;\mu,\Phi)$ et $J\ (\tau_1;\mu,\Phi)$ soient imposées, respectivement au sommet et au bas de la couche:

$$I\ (o;\mu<o,\Phi) \equiv J\ (o;\mu<o,\Phi)\ ;\ I\ (\tau_1;\mu>o,\Phi) \equiv J\ (\tau_1;\mu>o,\Phi), \qquad (I\text{-}30)$$

soit

$$I^s(o;\mu<o) \equiv J^s(o;\mu<o) \quad ; \quad I^s(\tau_1;\mu>o) \equiv J^s(\tau_1;\mu>o), \quad (s=o,1,---L), \tag{I-31}$$

en développant les sources en série de Fourier. Ne disposant que de 2p constantes d'intégration k_s^i , on ne peut pas respecter exactement les conditions (I-30, et 31). On a retenu ici les conditions de MARSHAK (MARSHAK, 1947), qui conduisent à un calcul bien conditionné. Elles consistent à développer, à τ = o et $\tau = \tau_1$, I^s et les sources correspondantes imposées, suivant le système des fonctions impaires $P_s^{s+2j-1}(\mu)$ (j = 1,2,---p), complet sur les intervalles { o, ± 1 } . En identifiant les p premiers termes de ces développements, on est conduit aux 2p équations linéaires en k_s^i

$$\int_o^{+1} I^s(\tau_1;\mu)\, P_s^{s+2j-1}(\mu)d\mu = \int_o^{+1} J^s(\tau_1,\mu)\, P_s^{s+2j-1}(\mu)d\mu ,$$

$$j = 1,2,---p \tag{I-32}$$

$$\int_o^{-1} I^s(o,\mu)\, P_s^{s+2j-1}(\mu)\, d\mu = \int_o^{-1} J^s(o,\mu)\, P_s^{s+2j-1}(\mu)\, d\mu \quad .$$

Compte tenu de l'expression de $I^s(\tau;\mu)$, le système (I-32) en k_s^i peut se ranger sous la forme matricielle

$$\left|\begin{array}{cc} A_j^i & B_j^i \\ \hdashline {}^*C_j^i & {}^*D_j^i \end{array}\right| \quad \left|\begin{array}{c} k_s^i \\ \hdashline k_s^{-i} \end{array}\right| = \left|\begin{array}{c} E_j \\ \hdashline {}^*F_j \end{array}\right| \quad , \tag{I-33}$$

où les matrices carrées $\{A\}$, $\{B\}$, $\{{}^*C\}$, $\{{}^*D\}$ et colonnes $\{E\}$, $\{{}^*F\}$ sont d'ordre p. Les constantes k_s^i sont rangées de haut en bas dans l'ordre i = 1, 2, ---p, et les coefficients s'écrivent

$$A_j^i = \sum_{\ell=s}^{N} (2\ell+1)\; g_s^\ell(\nu_s^i)\; b_{s,-}^{j,\ell} \quad , \tag{I-34a}$$

$$B_j^i = \sum_{\ell=s}^{N} (2\ell+1)\ g_s^{\ell}\ (-\nu_s^i)\ b_{s,-}^{j,\ell} \tag{I-34b}$$

$$E_j = -\sum_{\ell}^{N} (2\ell+1)\ h_s^{\ell}\ b_{s,-}^{j,\ell} + \int_o^{-1} J^s(o;\mu)\ P_s^{s+2j-1}(\mu)\ d\mu \quad , \tag{I-34c}$$

$${}^*F_j = -\exp(-\tau_1/\mu_o) \sum_{\ell=s}^{N} (2\ell+1)\ h_s^{\ell}\ b_{s,+}^{j,\ell} + \int_o^{+1} J^s(\tau_1;\mu)\ P_s^{s+2j-1}(\mu)\ d\mu \quad , \tag{I-34d}$$

$$C_j^i = B_j^i \quad , \quad D_j^i = A_j^i \; , \tag{I-34e}$$

$${}^*C_j^i = C_j^i \exp(-\nu_s^i\ \tau_1) \quad , \quad {}^*D_j^i = D_j^i \exp(\nu_s^i\ \tau_1), \tag{I-34f}$$

$$(i = 1,\ 2,\ ---p) \quad ; \quad N = s+2p-1 \ .$$

On a posé dans les équations (I-34)

$$b_{s,\pm}^{j,\ell} = \int_o^{\pm 1} P_s^{s+2j-1}(\mu)\ P_s^{\ell}(\mu)\ d\mu$$

et les expressions des C_j^i et D_j^i résultent des parités des $g_s^{\ell}(\nu_s^i)$, soit

$$g_s^{s+k}(\nu_s^i) = (-1)^k\ g_s^{s+k}(-\nu_s^i),$$

et de celles des $b_{s,\pm}^{j,\ell}$ (établies en Appendice I), à savoir :

$$b_{s,+}^{j,\ell} = b_{s,-}^{j,\ell} \qquad \text{si } \ell = s+2k,$$

$$b_{s,+}^{j,\ell} = b_{s,-}^{j,\ell} \equiv o \qquad \text{si } \ell = s+2k-1 \quad k \neq j \quad ,$$

$$b_{s,+}^{j,\ell} = -\ b_{s,-}^{j,\ell} \qquad \text{si } \ell = s+2j-1 \ .$$

La résolution du système linéaire (I-33) est alors effectuée par la méthode de GAUSS-JORDAN à pivot maximum. On remarquera que si τ_1 n'est pas trop petit (τ_1>1), on peut se ramener à des résolutions successives de systèmes d'ordre p seulement (GUILLEMOT, 1966). En effet, pour une couche semi-infinie ($\tau_1 \to \infty$), la condition à la limite du fond donne des constantes $k_s^{-i} \equiv o$. Pour τ_1 grand, on tend vers cette condition et on trouve des constantes d'intégration beaucoup plus petites pour la moitié inférieure $\{K^-\}$ que pour la moitié supérieure $\{K^+\}$ du vecteur colonne en k_s^i du système (I-33). Cette disproportion des constantes d'intégration peut se prévoir à partir de la dissymétrie des coefficients $^*C_j^i$ et $^*D_j^i$ dans l'équation (I-34e), les coefficients A_j^i et B_j^i étant comparables. Posant

$$^*k_s^{-i} = k_s^{-i} \exp(\nu_s^i \tau_1),$$

et

$$^*B_j^i = B_j^i \exp(-\nu_s^i \tau_1),$$

de façon à éviter des dépassements de capacité mémoire de l'ordinateur si $\nu_s^i \tau_1$ devient grand, le système (I-33) s'écrit

$$\left|\begin{array}{c|c} A_j^i & ^*B_j^i \\ \hline ^*C_j^i & D_j^i \end{array}\right| \left|\begin{array}{c} k_s^i \\ \hline ^*k_s^i \end{array}\right| = \left|\begin{array}{c} E_j \\ \hline ^*F_j \end{array}\right| \qquad (I-35)$$

On résoudra d'abord le système linéaire d'ordre p obtenu en négligeant $\{K-\}$ soit

$$\{A\}\ \{K\} = \{E\} \to k_s^i = k_{s(o)}^i . \qquad (I-36)$$

Substituant ces valeurs approchées k_s^i (o) des constantes k_s^i dans $\{K^+\}$ on aura en première approximation pour les constantes $^+k_s^{-i}$

$$\{D\}\ \{^*K^-\} = \{^*F\} - \{^*C\}\ \{K^+\}_{(o)} \qquad (I-37$$

et il suffit d'itérer les équations (I-36) et (I-37) successivement en complétant (I 37) au second membre par le terme correctif

$$- \{{}^*B\} \quad \{{}^*K^-\} \ ,$$

Une dizaine d'itérations suffisent pour $\tau_1 > 1$ et $\omega_o < 0.99$. La convergence est plus rapide si τ_1 augmente, mais se ralentit si ω_o tend vers 1, ce qui correspond à une influence du fond d'autant plus faible que la couche est plus épaisse, et plus absorbante. Pour l'ordre d'approximation 2p maximum de l'ordre de 40, auquel nous sommes actuellement limités comme on le verra par la suite, la résolution directe du système linéaire (I-35) est encore réalisable.

II - 4 - AMÉLIORATION DU RÉSULTAT PAR ITÉRATION

Tous les termes de l'expression (I-20) de la luminance sont ainsi déterminés et on peut calculer

$$\begin{aligned} I\,(\tau;\mu,\Phi) = \sum_{s=o}^{L} (2-\delta_{os}) \cos s\Phi \left\{ \sum_{\ell=s}^{s+2p-1} (2\ell+1)\, P_s^\ell\,(\mu) \right. \\ \times \left\{ \exp\,(\tau/\mu_o)\, h_s^\ell + \sum_{\substack{i=-p \\ \neq o}}^{+p} k_s^i \exp\,(-\,\nu_s^i\tau)\; g_s^\ell\,(\nu_s^i) \right\}\left. \vphantom{\sum} \right\} \end{aligned} \qquad (I-38)$$

Cette expression approchée donne en fait, surtout à $\tau = o$, un diagramme qui oscille désagréablement autour de la répartition exacte de la luminance; et d'une utilisation peu pratique pour des interprétations de mesures. Mais on peut effacer ce défaut en améliorant la précision des résultats (KOURGANOFF, 1952), si on procède à une dernière itération. L'équation (I-11) peut s'écrire sous la forme

$$\mu \frac{\partial I^s}{\partial \tau}\,(\tau;\mu) = I^s\,(\tau;\mu) - J^s\,(\tau;\mu) \qquad (I-39)$$

où

$$J^s(\tau;\mu) = \omega_o \exp(\tau/\mu_o) \left\{ \sum_{\ell=s}^{L} \beta_\ell P_s^\ell(\mu) \left(P_s^\ell(\mu_o) \frac{F}{4} + h_s^\ell \right) \right\}$$

$$+ \omega_o \sum_{\ell=s}^{L} \beta_\ell P_s^\ell(\mu) \left\{ \sum_{\substack{i=-p \\ \neq o}}^{+p} k_s^i g_s^\ell(\nu_s^i) \exp(-\nu_s^i \tau) \right\}, \qquad (I-40)$$

compte tenu de l'expression obtenue pour $I^s(\tau;\mu)$. L'intégration formelle de (I-39) est immédiate et donne

$$I_+^s(\tau;\mu) = I_+^s(\tau_1;\mu) \exp((-\tau_1-\tau)/\mu) + \frac{1}{\mu}\int_\tau^{\tau_1} J_s(t,\mu) \exp(-(t-\tau)/\mu)dt,$$

$$I_-^s(\tau;\mu) = I_-^s(o;\mu) \exp(\tau/\mu) - \frac{1}{\mu}\int_o^{\tau} J^s(t;\mu) \exp(-(t-\tau)/\mu)dt, \qquad (I-41)$$

où l'on a distingué

$I_+^s(\tau;\mu>o)$ pour le rayonnement montant

et (I-42)

$I_-^s(\tau;\mu<o)$ pour le rayonnement descendant.

Il est clair que ces expressions satisfont rigoureusement aux conditions aux limites imposées.

La substitution de l'expression (I-40) de $J^s(t;\mu)$ dans les seconds membres, après une dernière intégration donne le résultat définitif

$$I_+^s(\tau;\mu) = I_+^s(\tau_1;\mu) \exp(-(\tau_1-\tau)/\mu) + \frac{\omega_o\mu_o}{\mu\ \mu} \left\{ \exp(\tau_1/\mu_o)\exp((\tau-\tau_1)/\mu) - \exp(\tau/\mu_o) \right\}$$

$$\times \sum_{\ell=s}^{L} \beta_\ell P_s^\ell(\mu) \left(P_s^\ell(\mu_o) \frac{F}{4} + h_s^\ell\right)$$

$$+ \sum_{\substack{i=-p \\ \neq o}}^{+p} \frac{\omega_o k_s^i}{1+\mu \nu_s^i} \left\{ \exp(-\nu_s^i \tau_1) \exp((\tau-\tau_1)/\mu) - \exp(-\nu_s^i \tau) \right\} \qquad (I-43a)$$

$$\times \sum_{\ell=s}^{L} \beta_\ell P_s^\ell(\mu) g_s^\ell(\nu_s^i). \quad \text{pour } \mu>o,$$

$$I_-^s(\tau;\mu) = I_-^s(o,\mu)\exp(\tau/\mu) + \frac{\omega_o\mu_o}{\mu-\mu_o}\left\{\exp(\tau/\mu) - \exp(\tau/\mu_o)\right\}$$

$$\times \sum_{\ell=s}^{L} \beta_\ell P_s^\ell(\mu)\left(\left(P_s^\ell(\mu_o)\frac{E}{4} + h_s^\ell\right)\right)$$

$$- \sum_{\substack{i=-p\\ \neq o}}^{+p} \frac{\omega_o k_s^i}{1+\mu\nu_s^i}\left\{\exp(\tau/\mu) - \exp(-\nu_s^i\tau)\right\} \tag{I-43b}$$

$$\times \sum_{\ell=s}^{L} \beta_\ell P_s^\ell(\mu)\, g_s^\ell(\nu_s^i) \quad \text{, pour } \mu<o,$$

$$I_\pm(\tau;\mu,\Phi) = \sum_{s=o}^{L}(2-\delta_{os})\cos s\Phi \,.\, I_\pm^s(\tau;\mu)\,. \tag{I-43c}$$

Pour des valeurs de μ voisines de $-1/\nu_s^i$ ou de μ_o, les expressions (I-43 a et b) risquent de conduire à des indéterminations, et on leur substituera alors des développements limités au premier ordre. On vérifiera facilement que les termes

$$\frac{k_s^{-i}}{1+\mu\nu_s^{-i}}\left\{\exp(\nu_s^i\ \tau_1)\exp\left((\tau-\tau_1)/\mu\right) - \exp(+\nu_s^i\ \tau)\right\}$$

intervenant dans $I_+^s(\tau;\mu)$ et

$$\frac{k_s^i}{1-|\mu|\nu_s^i}\left\{\exp(-\tau/|\mu|) - \exp(-\nu_s^i\ \tau)\right\}$$

intervenant dans $I_-^s(\tau;\mu)$

pourront être remplacés quand $\mu \to 1/\nu_s^i$ respectivement par

$$k_s^i\left(\frac{\tau-\tau_1}{\mu}\right)\exp(\tau/\mu)$$

et $$k_s^i\ \frac{\tau}{\mu}\ \exp(-\tau/|\mu|)\ ,$$

et que la quantité

$$\frac{\mu_o}{\mu-\mu_o} \{ \exp(\tau/\mu) - \exp(\tau/\mu_o) \}$$

qui apparait dans l'expression de $I_-^s(\tau;\mu)$ est équivalente à

$$- \tau/\mu_o \exp(\tau/\mu_o) \quad \text{lorsque } \mu \to \mu_o \,. \qquad \text{(I-40e)}$$

II - 5 - Calcul des flux

Compte tenu de l'expression (I-10) et (I-12) de $I(\tau;\mu,\Phi)$, le flux énergétique reçu par une surface unité

$$F(\tau) = \int_o^{2\pi} \int_{-1}^{+1} \mu\, I(\tau;\mu,\Phi)\, d\mu\, d\Phi \quad , \qquad \text{(I-44)}$$

s'écrira ici

$$F(\tau) = 2\pi \int_{-1}^{+1} \mu \; I^o(\tau;\mu)\, d\mu = 4\pi\, A_o^1(\tau) \,,$$

et d'après (I-19)

$$F(\tau) = 4\pi \left\{ \sum_{\substack{i=-p \\ \neq o}}^{+p} k_o^i\, g_o^1(\nu_o^i) \exp(-\nu_o^i\, \tau) + h_o^1 \exp(\tau/\mu_o) \right\} \qquad \text{(I-45)}$$

Le calcul de $F(\tau)$ ne présente donc aucune difficulté.

Il est parfois utile de préparer le flux montant et le flux descendant qu'on notera

$$F^+(\tau) = \int_o^{2\pi} \int_o^{+1} \mu \; I(\tau;\mu,\Phi)\, d\mu\, d\Phi \quad , \qquad \text{(I-46a)}$$

$$F^-(\tau) = - \int_o^{2\pi} \int_o^{-1} \mu\, I(\tau;\mu,\Phi)\, d\mu\, d\Phi \quad . \qquad \text{(I-46b)}$$

D'après (I-19) les termes intervenant dans (I-46) sont de la forme

$$\sum_{\substack{i=-p\\ \neq 0}}^{+p} k_o^i \exp(-\nu_o^i \tau) \left\{ \sum_{\ell=o}^{2p-1} (2\ell+1)\, g_o^\ell(\nu_o^i) \int_o^{\pm 1} P_\ell(\mu)\, d\mu \right\} .$$

On identifiera facilement les expressions entre parenthèses aux quantités A_1^i, B_1^i, C_1^i, D_1^i définies précédemment.

Le flux sphérique (ou luminance moyenne au facteur 2π près), à une profondeur optique τ, sera défini par

$$\Phi(\tau) = \int_o^{2\pi} \int_{-1}^{+1} I(\tau;\mu,\Phi)\, d\mu\, d\Phi \quad ,$$

soit

$$\Phi(\tau) = 2\pi \int_{-1}^{+1} I^o(\tau;\mu)\, d\mu = 4\pi\, A_o^o(\tau) \; ,$$

qui s'écrit

$$\Phi(\tau) = 4\pi \left\{ \sum_{\substack{i=-p\\ i\neq o}}^{+p} k_o^i \exp(-\nu_o^i \tau) + h_o^o \exp(\tau/\mu_o) \right\} . \qquad (I-47)$$

III - CAS PARTICULIERS - EXTENSIONS

Nous résumons ci-dessous quelques cas particuliers dans lesquels la méthode précédente se simplifie, ou reste applicable moyennant de légères modifications

III - 1 - CAS D'UNE COUCHE SEMI-INFINIE

Dans le cas particulier d'une couche semi-infinie, $I(\tau;\mu,\Phi)$ étant bornée lorsque $\tau \to \infty$, on annulera les constantes k_s^{-i} du système linéaire (I-33); celui-ci se réduit à un système linéaire de dimension p:

$$\{A_j^i\} \quad \{k_s^i\} = \{ E_j \} \qquad (I-48)$$

L'expression (I-43a) de $I_+^s(\tau;\mu)$ devient avec $\tau_1 = \infty$,

$$I_+^s(\tau;\mu) = -\frac{\omega_o\mu_o}{\mu-\mu_o} \exp(\tau/\mu_o) \sum_{\ell=s}^{L} \beta_\ell P_s^\ell(\mu) \left(P_s^\ell(\mu_o) \frac{F}{4} + h_s^\ell \right)$$

$$- \sum_{i=1}^{p} \frac{\omega_o k_o^i}{1+\mu\nu_s^i} \exp(-\nu_s^i \tau) \sum_{\ell=s}^{L} \beta_\ell P_s^\ell(\mu)\, g_s^\ell(\nu_s^i), \qquad (I-49)$$

tandis que (I-43b) reste inchangée à condition de limiter la sommation sur i de 1 à p. On remarquera que pour τ assez grand, seul subsiste le terme correspondant à la plus petite des racines ν_s^i obtenues. Celle-ci apparaissant toujours dans l'expression de $I^o(\tau;\mu)$, le rayonnement en grande profondeur sera caractérisé par une décroissance exponentielle pure et possédera la symétrie de révolution autour de la verticale quelle que soit la direction du rayonnement incident (HERMAN, 1968)

III - 2 - CAS D'UN MILIEU CONSERVATIF

Pour un albédo ω_o unité, ce qui précède reste inchangé, sauf si s = o. Dans ce cas la racine $X_1^{(p)}$ est en effet nulle et on ne dispose plus que de (2p-2) solutions particulières linéairement indépendantes, en $\exp(-\nu_o^i\tau)$, du système associé à (I-13). Ce système s'écrit ici

$$\ell \frac{dA_o^{\ell-1}}{d\tau} + (\ell+1) \frac{dA_o^{\ell+1}}{d\tau} = (2\ell+1-\beta_\ell) A_o^\ell, \qquad (I-50)$$

soit $$\frac{\partial A_o^1}{\partial\tau} = o,$$

$$\frac{\partial A_o^o}{\partial\tau} + \frac{2\partial A_o^2}{\partial\tau} = (3-\beta_1) A_o^1,$$

$$\frac{2\partial A_o^1}{\partial\tau} + \frac{3\partial A_o^3}{\partial\tau} = (5-\beta_2) A_o^2, \text{ etc}$$

une première solution évidente est donnée par

$$A_o^o = \text{cte} = k_o^1 \quad ; \quad A_o^1 = A_o^2 = \text{----} = A_o^{2p-1} \equiv o.$$

On vérifiera facilement qu'une deuxième solution particulière du système homogène (I-50) peut s'écrire

$$A_o^1 = \text{cte} = k_o^{-1} \quad ; \quad A_o^o = k_o^{-1}(3-\beta_1)\tau \quad ; \quad A_o^2 = A_o^3 = A_o^{2p-1} \equiv o$$

En intégrant formellement l'équation (I-11), et compte tenu de la forme des deux solutions particulières introduites, les expressions (I-43a) et (I-43b) sont ici pour s = o,

$$\begin{aligned}
I_+^o(\tau,\mu) &= I_+^o(\tau_1;\mu)\exp\left(-(\tau_1-\tau)/\mu\right) \\
&+ \frac{\mu_o}{\mu-\mu_o}\left\{\exp(\tau_1/\mu_o)\exp((\tau-\tau_1)/\mu) - \exp(\tau/\mu_o)\right\} \\
&\times \sum_{\ell=o}^{L} \beta_\ell\, P_\ell(\mu)\left(P_\ell(\mu_o)\,\frac{F}{4} + h_o^\ell\right) \\
&- \sum_{i=\pm 2}^{\pm p} \frac{k_o^i}{1+\mu\,\nu_o^i}\left\{\exp(-\nu_o^i\,\tau_1)\exp((\tau-\tau_1)/\mu) - \exp(-\nu_s^i\,\tau)\right\} \\
&\times \sum_{\ell=o}^{L} \beta_\ell\, P_\ell(\mu)\, g_o^\ell(\nu_o^i) \qquad\qquad (I-51a) \\
&- \left(\exp(-(\tau_1-\tau)/\mu) - 1\right)\left(k_o^1 + 3\mu\, k_o^{-1}\right) \\
&- \left(\tau_1\exp(-(\tau_1-\tau)/\mu)-\tau\right)\left((3-\beta_1)\,k_o^{-1}\right),
\end{aligned}$$

et

$$\begin{aligned}
I_-^o(\tau;\mu) &= I_-^o(o;\mu)\exp(\tau/\mu) \\
&+ \frac{\mu_o}{\mu-\mu_o}\left\{\exp(\tau/\mu) - \exp(\tau/\mu_o)\right\}\sum_{\ell=o}^{L}\beta_\ell\, P_\ell(\mu)\left(P_\ell(\mu_o)\frac{F}{4} + h_o^\ell\right) \\
&- \sum_{i=\pm 2}^{\pm p}\frac{k_o^i}{1+\mu\nu_o^i}\left\{\exp(\tau/\mu) - \exp(\nu_o^i\,\tau)\right\}\sum_{\ell=o}^{L}\beta_\ell\, P_\ell(\mu)\, g_o^\ell(\nu_o^i)
\end{aligned}$$

$$- (\exp(\tau/\mu) - 1)\,(k_o^1 + 3\mu\, k_o^{-1}) \tag{I-51b}$$

$$+ \tau(3 - \beta_1)\, k_o^{-1}\,.$$

III - 3 - INTRODUCTION DE L'ÉMISSION

Pour des études en infrarouge proche, on peut avoir, en plus du rayonnement solaire une émission propre du milieu non négligeable. Si on suppose l'atmosphère en équilibre thermodynamique local, l'équation de transfert (I-8) s'écrira

$$\mu\, \frac{\partial I}{\partial \tau}(\tau;\mu,\Phi) = I(\tau;\mu,\Phi) - \frac{\omega_o}{4\pi}\int_o^2\int_{-1}^{+1} P(\mu,\Phi;\mu',\Phi')\,I(\tau;\mu',\Phi')\,d\mu'\; d\Phi'$$

$$- \frac{\omega_o}{4\pi} P(\mu,\Phi;\mu_o,\Phi_o)\;\pi F \exp(\tau/\mu_o) - (1-\omega_o)\, B(\tau), \tag{I-52}$$

où $B(\tau)$ est la luminance du corps noir à la température régnant à la profondeur optique τ.

Dans le développement en série de FOURIER de l'équation de transfert, $B(\tau)$, isotrope n'apparaitra que dans le terme indépendant de l'azimuth pour lequel l'équation (I-11) prendra la forme

$$\mu\, \frac{\partial I^o}{\partial \tau}(\tau;\mu) = I^o(\tau;\mu) - \frac{\omega_o}{2}\sum_{\ell=o}^{L} \beta_\ell\, P_\ell(\mu)\int_{-1}^{+1} P_\ell(\mu)\, I_o(\tau;\mu')\, d\mu'$$

$$- \frac{\omega_o}{4\pi}\;\pi F \exp(\tau/\mu_o)\sum_{\ell=o}^{L} \beta_\ell\, P_\ell(\mu)\, P_\ell(\mu_o) - (1-\omega_o)\, B(\tau). \tag{I-53}$$

La seule modification du système différentiel (I-13) en $A_o^\ell(\tau)$ apparait donc pour $\ell = o$ (MARENGO, 1967), avec

$$\ell\,\frac{dA_o^{\ell-1}}{d\tau} + (\ell+1)\,\frac{dA_o^{\ell+1}}{d\tau} = (2\ell+1-\omega_o\beta_\ell)\, A_o^\ell - (1-\omega_o)\,\delta_o^\ell\, B(\tau)$$

$$- \frac{\omega_o}{\pi}\;\pi F \exp(\tau/\mu_o)\;\beta_\ell\; P_\ell(\mu_o). \tag{I-54}$$

La solution générale du système homogène associé sera inchangée et le seul problème sera de trouver une solution particulière du système complet.

En cherchant celle ci sous la forme

$$A_o^\ell(\tau) = h_o^\ell \exp(\tau/\mu_o) + {}^*A_o^\ell(\tau) , \qquad (I-55)$$

on sera conduit au nouveau système homogène

$$\ell \frac{d\,{}^*A_o^{\ell-1}}{d\tau} + (\ell+1)\frac{d\,{}^*A_o^{\ell+1}}{d\tau} = (2\ell+1-\omega_o\beta_\ell)\,{}^*A_o^\ell - (1-\omega_o)\,\delta_o^\ell\, B(\tau) \qquad (I-56)$$

soit

$$\frac{d\,{}^*A_o^1}{d\tau} = (1-\omega_o)\,({}^*A_o^o - B(\tau)) \qquad \text{si } \ell = o$$

$$\ell \frac{d\,{}^*A_o^{\ell-1}}{d\tau} + (\ell+1)\frac{d\,{}^*A_o^{\ell+1}}{d\tau} = (2\ell+1-\omega_o\beta_\ell)\,{}^*A_o^\ell \qquad \text{si } \ell \geqslant 1$$

Posons ${}^*A_o^o = B(\tau)$ et ${}^*A_o^1 = o$.

On vérifiera facilement que les fonctions ${}^*A_o^\ell(\tau)$ s'expriment facilement à partir des fonctions ${}^*A_o^{\ell-2}(\tau)$ et de la primitive de la fonction ${}^*A_o^{\ell-1}(\tau)$. La possibilité de résoudre un tel système dépendra donc essentiellement de la forme de la fonction $B(\tau)$. Si celle ci peut se représenter par un polynôme ou une série d'exponentielles, les intégrations successives seront simples et les fonctions ${}^*A_o^\ell(\tau)$ facilement déduites par récurrence.

Dans le cas particulier d'un milieu isotherme la solution est triviale $B(\tau) = B$=constante; et donc

$${}^*A_o^o = B \;;\; {}^*A_o^1 = {}^*A_o^2 = ---- = {}^*A_o^n \equiv o .$$

L'intensité $I^o(\tau;\mu)$ s'écrira alors

$$I_o(\tau;\mu) = B + \sum_{\ell=o}^{2p-1} (2\ell+1)\, P_\ell(\mu) \left\{ \sum_{\substack{i=-p \\ \neq o}}^{+p} k_o^i\, g_o^\ell(\nu_o^i) \exp(-\nu_o^i \tau) \right.$$

$$\left. + h_o^\ell \exp(\tau/\mu_o) \right\} .$$

Après intégration formelle de l'équation de transfert, la contribution de l'émission se traduira en ajoutant respectivement aux expressions (I-43a) et (I-43b) les termes correctifs

$$B\,(1 - \exp(-(\tau_1-\tau)/\mu)) \text{ et } B\,(1 - \exp(\tau/\mu)),$$

III - 4 - CAS D'UNE RÉFLEXION DIFFUSE DU SOL

Dans ce qui précède, la luminance du sol $J(\tau_1;\mu > o, \Phi)$ était supposée connue. La méthode se généralise sans difficulté au cas d'une réflexion diffuse connue du fond, pour laquelle $J(\tau_1;\mu > o,\Phi)$dépendra du rayonnement transmis $I(\tau_1;\mu < o,\Phi)$. Nous avons plus particulièrement envisagé le cas d'un sol réfléchissant en partie le rayonnement incident suivant la loi de LAMBERT; ce qui constitue en général une bonne approximation des milieux naturels. Le flux reçu par le sol s'écrivant

$$F_{sol} = \pi F \mu_o \exp(\tau_1/\mu_o) + 2\pi \int_{-1}^{o} \mu\, I_-^o(\tau_1;\mu)\, d\mu, \qquad \text{(I-57)}$$

le flux réfléchi sera

$$F_{réfléchi} = -\rho\, F_{sol} ,$$

et la luminance $J(\tau_1;\mu > o,\Phi)$ étant ici isotrope, on aura

$$J^+(\tau_1;\mu) = -\frac{\rho}{\pi} \left(\mu_o\, \pi F \exp(\tau_1/\mu_o) + 2\pi \int_{-1}^{o} \mu\, I_-^o(\tau_1;\mu)\, d\mu \right), \qquad \text{(I-58)}$$

soit compte tenu de (I-20)

$$J^{+}(\tau_1;\mu) = -\frac{\rho}{\pi}\Big\{ \mu_o \pi F \exp(\tau_1/\mu_o) + 2\pi \sum_{\substack{i=-p \\ \neq o}}^{+p} k_o^i \exp(-\nu_o^i \tau_1)$$

$$\times \Big(\sum_{\ell=o}^{2p-1} (2\ell+1)\; g_o^{\ell}(\nu_o^i) \int_{-1}^{o} \mu P_\ell(\mu)\, d\mu \Big) \qquad (I-59)$$

$$+ 2\pi \exp(\tau_1/\mu_o) \sum_{\ell=o}^{2p-1} h_o^{\ell} \int_{-1}^{o} \mu P_\ell(\mu)\, d\mu \Big\}.$$

Le système linéaire (I-33) peut alors s'écrire sous la forme

$$\left|\begin{array}{c:c} A_j^i & B_j^i \\ \hdashline {}^{*}C_j'^{\,i} & {}^{*}D_j'^{\,i} \end{array}\right| \; \left|\begin{array}{c} k_s^i \\ \hdashline k_s^{-i} \end{array}\right| = \left|\begin{array}{c} E_j \\ \hdashline {}^{*}F_j' \end{array}\right| \qquad (I-60)$$

où

$${}^{*}C_j'^{\,i} = {}^{*}C_j^i - 2\rho\, A_1^i \exp(-\nu_o^i \tau_1) \int_o^{+1} P^{2j-1}(\mu)\, d\mu ,$$

$${}^{*}D_j'^{\,i} = {}^{*}D_j^i - 2\rho\, B_1^i \exp(\nu_o^i \tau_1) \int_o^{+1} P^{2j-1}(\mu)\, d\mu ,$$

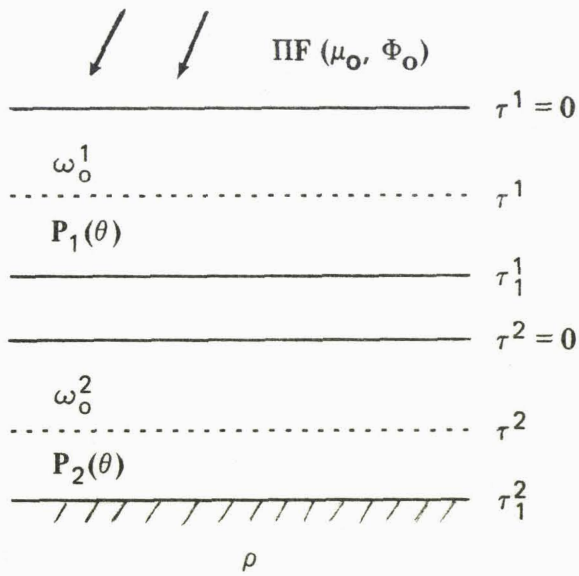
$${}^{*}F_j' = {}^{*}F_j - \exp(\tau_1/\mu_o)\,(\mu_o F + 2 E_1) \int_o^{+1} P^{2j-1}(\mu)\, d\mu .$$

Le calcul des termes correctifs ne présente aucune difficulté supplémentaire. Le système (I-60) définit les k_o^i , les autres constantes k_s^i (s >1) restant inchangées.

On pourrait sans grande difficulté de principe, étendre la méthode à des lois de reflexion différentes.

III - 5 - Cas de plusieurs couches diffusantes

Dans l'étude du rayonnement rediffusé par Vénus, nous serons amené à considérer le problème de plusieurs couches diffusantes superposées; chacune d'elles sera caractérisée par sa fonction de phase, son albédo pour une diffusion et son épaisseur optique. La luminance I_n^s dans la $n^{\text{ième}}$ couche s'exprimera toujours sous la forme (I-20) où les $\nu_s^{i(n)}$, $g_s^{\ell(n)}$ et $h_s^{\ell(n)}$ se calculeront comme précédemment. La seule modification vient des conditions aux limites pour le calcul des constantes $k_s^{i(n)}$. Nous ne détaillons les calculs, auxquels conduirait la simple généralisation de ce qui précède, que dans le cas de deux couches, les indices (1) et (2) se rapportant respectivement à la couche supérieure et inférieure.



Les conditions de surface et de sol restent inchangées,

$$I_1^s\ (\tau=o,\ \mu<o) \equiv o \quad \text{et}$$

$$I_2^s\ (\tau_1^2,\ \mu>o) = \frac{1}{\pi}\,\rho\, F_2(\tau_1^2).$$

Nous devons ajouter la continuité de la luminance à la jonction entre les 2 couches soit

$$I_1^s\ (\tau_1^1) \equiv I_2^s\ (o)\ .$$

Avec les notations employées précédemment, on vérifiera aisément que ces conditions conduisent aux systèmes d'équations suivants :

pour la surface

$$\sum_{\substack{i=-p \\ \neq o}}^{+p} k_{s1}^{i} \begin{Bmatrix} A_j^{i1} & i>o \\ B_j^{i1} & i<o \end{Bmatrix} = E_j^1 \qquad j = 1,\ 2,\ \ldots.p; \qquad \text{(I-61a)}$$

pour le sol

$$\sum_{\substack{i=-p \\ \neq o}}^{+p} k_{s2}^{i} \left\{ \begin{matrix} C'^{\,i2}_{j} & i>o \\ D'^{\,i2}_{j} & i<o \end{matrix} \right\} = *F'^{\,2}_{j} \, , \qquad \text{(I-61b)}$$

avec

$$*F'^{\,2}_{j} = *F^{2}_{j} - \rho \exp(\tau_1^2/\mu_o) \left\{ \mu_o F \exp(\tau_1^1/\mu_o) + 2 E_1^1 \int_o^1 P^{2j-1}(\mu) \, d\mu \right\};$$

le terme $\mu_o F \exp(\tau_1^1/\mu_o)$ caractérise l'atténuation du faisceau solaire dans la traversée de la couche supérieure.

A la jonction pour $\mu > o$

$$\sum_{\substack{i=-p \\ \neq o}}^{+p} k_{s1}^{i} \left\{ \begin{matrix} *C^{i1}_{j} & i>o \\ *D^{i1}_{j} & i<o \end{matrix} \right\} = *F^{1}_{j} - F^{2}_{j} + \sum_{\substack{i=-p \\ \neq o}}^{+p} k_{s2}^{i} \left\{ \begin{matrix} C^{i2}_{j} & i>o \\ D^{i2}_{j} & i<o \end{matrix} \right\}$$

(I-61c)

A la fonction pour $\mu < o$

$$\sum_{\substack{i=-p \\ \neq o}}^{+p} k_{s1}^{i} \left\{ \begin{matrix} *A^{i1}_{j} & i>o \\ B^{i1}_{j} & i<o \end{matrix} \right\} = *E^{1}_{j} - E^{2}_{j} + \sum_{\substack{i=-p \\ \neq o}}^{+p} k_{s2}^{i} \left\{ \begin{matrix} A^{i2}_{j} & i>o \\ B^{i2}_{j} & i<o \end{matrix} \right\} .$$

(I-61d)

Ce système peut se mettre sous la forme matricielle

$$\begin{bmatrix} A^{i1}_{j} & B^{i1}_{j} & o & o \\ *C^{i1}_{j} & *D^{i1}_{j} & -C^{i2}_{j} & -D^{i2}_{j} \\ *A^{i1}_{j} & *B^{i1}_{j} & -A^{i2}_{j} & -B^{i2}_{j} \\ o & o & *C'^{\,i2}_{j} & *D'^{\,i2}_{j} \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} k^{i}_{s1} \\ k^{-i}_{s1} \\ k^{i}_{s2} \\ k^{-i}_{s2} \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} E^{1}_{j} \\ *F^{1}_{j} - F^{2}_{j} \\ *E^{1}_{j} - E^{2}_{j} \\ *F'^{\,2}_{j} \end{bmatrix}$$

$i = 1, 2, \ldots p \qquad j = 1, 2, \ldots p$

La dimension du système à résoudre est donc doublée par rapport au cas d'une seule couche, et plus généralement pour un problème à n couches la place mémoire retenue croîtrait en n^2. Les possibilités de cette résolution directe semblent limitées et nous avons préféré une méthode itérative. Si τ_1^1 est assez grand (> quelques unités) l'influence de la couche inférieure sur la couche (1) se réduira à une reflexion diffuse de flux et le rayonnement de la couche supérieure sera donc assez voisin de celui d'une couche unique, ayant les mêmes caractéristiques mais limitée par un sol de coefficient de réflexion ρ' égal à l'albédo de la couche inférieure. Celui-ci pourra être évalué facilement par une méthode approchée (Bigourd ; 1975) sur laquelle nous reviendrons par la suite. La méthode de résolution sera donc la suivante: on cherchera une première approximation en remplaçant la couche inférieure par un sol de coefficient ρ'. Puis on calculera les constantes $k_s^{\pm}2^i$ en prenant pour I_2^s (o;μ<o) cette valeur approchée du rayonnement transmis par (1). On itère alors jusqu'à la stabilisation des constantes. Le choix du test pourra éventuellement être modulé selon le résultat cherché. Par exemple, si l'on ne s'intéresse qu'au seul rayonnement émergeant de la couche supérieure,on limitera le test aux seules constantes k_s^i1 et $k_s^{-i}1$. En général, le nombre d'itérations nécessaires est inférieur à une dizaine et il diminue lorsque s augmente. Comme le temps de résolution du système en k_s^i est sensiblement proportionnel au cube de la dimension de celui ci, cette méthode est préférable. L'extension de la méthode à un nombre quelconque de couches serait immédiat.

III - 6 - CAS D'UN MILIEU D'ABSORPTION VARIABLE

L'étude d'une couche inhomogène pourra se ramener au cas précédent en décomposant le milieu en sous couches assez fines pour qu'on puisse les considérer comme homogènes et caractérisées par des valeurs moyennes de leur albédo de diffusion et de leur fonction de phase. Cette façon de procéder ne peut être envisagée que si l'inhomogénéité du milieu est faible et le nombre nécessaire de sous couches à considérer petit. Sinon la méthode des ordres sccessifs de diffusion sera mieux adaptée au problème. On peut néanmoins étendre l'utilisation de la méthode des " Harmoniques Sphériques " au cas ou l'albédo de diffusion varie avec la profondeur optique, la fonction de phase restant constante.

Soit

$$\omega_o (\tau) = \omega_o (1 + \varepsilon(\tau)) \qquad (I-62)$$

On peut alors développer sous forme semi analytique une méthode itérative si $\varepsilon (\tau)$ est de forme exponentielle (DEUZE ; 1973 ; DEUZE, DEVAUX, HERMAN ; 1975)

$$\varepsilon (\tau)= \varepsilon \exp (- b\tau). \qquad (I-63)$$

Un tel type d'inhomogénéité verticale étant vraisemblable pour des atmosphères planétaires réelles à certaines longueur d'onde (échelles de hauteur différentes pour un absorbant gazeux et les aérosols) les calculs s'y rapportant ont été développés.

Nous n'exposerons ici que le principe général de la méthode dans le cas de l'incidence normale; l'extension au cas général est immédiate. Seul subsiste donc le terme $\underline{s}$ = o et on omettra désormais cet indice. Compte tenu de (I-62) et avec $\mu_o = - 1$ l'équation (I-11) s'écrit ici

$$\mu \frac{\partial I}{\partial \tau} (\tau;\mu) = I (\tau;\mu) - \frac{\omega_o}{2} \left(\sum_{\ell=o}^{2p-1} \beta_\ell \; P_\ell \; (\mu) \right.$$

$$\Big\{ \frac{F}{2} (-1)^{\ell} + \exp(-\tau) + \int_{-1}^{+1} I(\tau;\mu')\, P_{\ell}(\mu')\, d\mu' \Big\} \Big)$$

$$- \frac{\omega_o}{2} \varepsilon(\tau) \Big(\sum_{\ell=o}^{2p-1} \beta_{\ell} \quad P_{\ell} \quad (\mu) \qquad \text{(I-64)}$$

$$\Big\{ \frac{F}{2} (-1)^{\ell} \exp(-\tau) + \int_{-1}^{+1} I(\tau;\mu')\, P_{\ell}(\mu')\, d\mu' \Big\} \Big)$$

Si on néglige le terme d'inhomogénéité en $\varepsilon\ (\tau)$ dans l'équation (I-64) la solution se réduit à l'expression (I-20) établie précédemment soit

$$I^{(o)}(\tau;\mu) = \sum_{\ell}^{2p-1} (2\ell + 1)\, P_{\ell}(\mu)$$

$$\times \Big(h_{\ell,(o)} \exp(-\tau) + \sum_{\substack{i=-p \\ \neq}}^{+p} k_i^{(o)}\, g_{\ell}(\nu_i) \exp(\nu_i \tau) \Big) \qquad \text{(I-65)}$$

où l'indice (o) sur I et les constantes k_i précise l'ordre d'approximation.

Pour améliorer la solution sans modifier sa forme il suffit de faire intervenir l'inhomogénéité de façon approchée en remplaçant I par $I^{(o)}$ dans l'intégrale en $\varepsilon\ (\tau)$ de l'équation (I-64). Si $\varepsilon\ (\tau)$ est de la forme (I-63) l'équation de transfert pour $I^{(1)}$ à la même forme que pour $I^{(o)}$ mais présente au second membre (2p+2) sources connues en exp ($-\alpha\tau$) ($\alpha = 1,\ 1 + b,\ (\nu_i + b)$; $i = \pm 1, - - , \pm p$) au lieu de la seule source en exp ($-\tau$).

La solution $I^{(1)}$ s'écrira donc

$$I^{(1)}(\tau;\mu) = \sum_{\ell=o}^{2p-1} (2\ell+1)\, P_\ell(\mu) \left(\sum_{\substack{i=-p \\ \neq o}}^{+p} k_i^{(1)}\, g_\ell(\nu_i) \exp(-\nu_i\tau) \right.$$

$$+ h_{\ell,o} \exp(-\tau) + h_{\ell,1} \exp(-(1+b)\tau) \qquad (I\text{-}66)$$

$$\left. \sum_{\substack{i=-p \\ \neq o}}^{+p} j^{(1)}_{\ell,i,1} \exp(-\nu_i+b)\tau \right)$$

La procédure se poursuit en substituant toujours à I dans l'intégrale en $\varepsilon(\tau)$ la dernière approximation obtenue en $I^{(n-1)}$. Finalement dans l'approximation d'ordre (n) on vérifie facilement qu'à la solution inchangée du système homogène dont seules restent à calculer les constantes d'intégration $k_i^{(n)}$, s'ajoutent { (n+1) + 2pn } solutions particulières en $\exp(-\tau)$, $\exp(-(1+b)\tau)$,--, $\exp(-(1+bn)\tau)$ et $\exp(-(\nu_i+b)\tau)$,-- $\exp(-(\nu_i+bn)\tau)$, ($i = \pm p$); d'où l'expression générale de la solution à l'ordre (n) :

$$I^{(n)}(\tau;\mu) = \sum_{\ell=o}^{2p-1} (2\ell+1)\, P_\ell(\mu) \left(\sum_{\substack{i=-p \\ \neq o}}^{+p} k_i^{(n)}\, g_\ell(\nu_i) \exp(-\nu_i\tau) \right.$$

$$+ \sum_{k=o}^{n} h_{\ell,k} \exp(-1+bk)\tau) \qquad (I\text{-}67)$$

$$\left. + \sum_{\substack{i=-p \\ \neq o}}^{+p} \sum_{k=1}^{n} j^{(n)}_{\ell,i,k} \exp(-(\nu_i+kb)\tau) \right) .$$

Les coefficients h_ℓ, k sont en fait indépendants de l'ordre (n) et on peut les déterminer directement en poussant leur calcul jusqu'à un ordre N tel que l'on ait $h_{\ell,N} << h_{\ell,o}$.

D'autre part, en posant

$$j^{(n)}_{\ell,i,k} = k_i^{(n-k)} \; g_{\ell,i,k} \;,\quad g_\ell(\nu_i) = g_{\ell,i,o} \;, \tag{I-68}$$

on peut déterminer les coefficients $g_{\ell,i,k}$ indépendamment des conditions aux limites. En effet lorsque l'ordre d'approximation n augmente les termes supplémentaires introduits dans la solution (I-67) (c'est à dire les termes en $j^{(n)}_{\ell,i,k}$ pour $k > N$) deviennent négligeables. On peut donc écrire

$$I^{(\infty)}(\tau;\mu) = \sum_{\ell=1}^{2p-1} (2\ell+1)\, P_\ell(\mu) \left(\sum_{k=o}^{N} h_{\ell,k} \exp(-(1+kb)\tau) \right.$$

$$\left. + \sum_{\substack{i=-p \\ \neq o}}^{+p} k^i \left\{ \sum_{k=o}^{N} g_{\ell,i,k} \exp(-(\nu_i+kb)\tau) \right\} \right), \tag{I-69}$$

où N est tel que $h_{\ell,N}$ et $g_{\ell,i,N}$ soient tous négligeables.

Les constances k_i seront calculées comme précédemment et les expressions finales de I seront améliorées en les substituant toujours dans les solutions formelles (I-41) de l'équation de transfert.

IV - PRECISION ET LIMITES DE LA METHODE

Quatre méthodes de résolution de l'équation de transfert ont été programmées au Laboratoire (DEVAUX et al 1973)

- a) La méthode des principes d'invariance (CHANDRASEKHAR, 1950) qui n'a été utilisée que pour des couches semi infinies, et qui fournit le rayonnement sortant au sommet de la couche;

- b) La méthode du doubling (VAN DE HULST et GROSSMANN, 1968 ; HANSEN, 1969) dans laquelle, connaissant le rayonnement sortant en haut et en bas d'une couche d'épaisseur optique τ , on calcule celui refléchi et transmis par une couche d'épaisseur 2τ (d'ou le nom de la méthode). La couche de départ est prise d'épaisseur assez faible ($\tau = 2.10^{-16}$) pour que les diffusions multiples soient négligeables.

- c) La méthode des ordres successifs de diffusion (KOURGANOFF, 1952 ; LENOBLE , 1961) calcule la luminance du rayonnement diffusé (j+1) fois à partir du rayonnement diffusé j fois. La solution est ici encore amorcée par un calcul de diffusion primaire.

- d) La méthode des harmoniques sphériques que nous venons d'étudier plus spécialement.

Dans toutes ces méthodes, la fonction de phase est développée en série de polynômes de LEGENDRE, suivant (I-9) pour permettre le développement en série de FOURIER sous la forme (I-10)

IV - 1 - RÉSULTATS OBTENUS PAR CES MÉTHODES

La méthode des principes d'invariance ne peut donner que le rayonnement rétrodiffusé par une couche semi infinie. La méthode de doubling permet d'obtenir le rayonnement en haut, en bas et au milieu de la couche , pour une série d'épaisseurs optiques croissant en progression géométrique de raison 2 ; pour $\omega_o < 1$, des couches suffisamment épaisses donneront une excellente approximation d'un milieu semi infini.

Les méthodes des harmoniques sphériques et des ordres successifs permettent d'obtenir le rayonnement à toute profondeur dans la couche , en plus du rayonnement sortant, les temps calculs augmentant néanmoins rapidement avec l'épaisseur pour cette dernière méthode.

Dans les méthodes des principes d'invariance, de doubling et des ordres successifs les directions de diffusion considérées sont fixées par les points de la quadrature utilisée pour le calcul des intégrales sur μ (points de Gauss en général); des directions supplémentaires peuvent être ajoutées sans difficulté. Contrairement à la méthode des ordres successifs qui ne permet de traiter qu'une seule direction d'incidence, les principes d'invariance et le doubling donnent simultanément les résultats pour autant de directions d'incidence que de points de quadrature. Les harmoniques sphériques permettent de faire le calcul pour n'importe quelle direction d'incidence et pour toutes les directions de diffusion voulues ; si on veut traiter le même problème pour plusieurs directions d'incidence une partie seulement du calcul doit être reprise à chaque fois comme l'indique l'organigramme.

A priori, si ces différentes méthodes ont donc des possibilités à peu près équivalentes pour analyser le rayonnement rediffusé par une atmosphère diffusante, on voit que des calculs d'échauffement radiatif à l'intérieur du milieu ne seront abordables que par les H.S. et les O.S. Toutefois, on verra que cette dernière méthode est très inférieure, au point de vue du temps calcul, dès que le milieu est optiquement épais.

IV - 2 - PRÉCISION DES RÉSULTATS

Une étude systématique de la précision a été faite sur la méthode des principes d'invariance pour obtenir la luminance à quelques unités près sur la cinquième décimale, de façon à servir de référence pour la comparaison des méthodes.

Dans les méthodes de doubling, des principes d'invariance et des ordres successifs, la précision n'est en principe limitée que par le calcul des intégrales sur μ effectué par une quadrature de Gauss; et l'extrapolation par une série géométrique de la somme d'une série infinie de termes. La précision du résultat peut donc être évaluée en augmentant ce nombre des points de Gauss et en faisant le calcul de la série à un ordre plus élevé. Quelques résultats de comparaison sont donnés dans les tableaux (1.2 à 1.7). Tous les calculs ont été faits avec un éclairement incident égal à π. Ces tableaux montrent un parfait accord entre les méthodes de principes d'invariance et de doubling. La méthode des harmoniques sphériques donne dans tous les cas une précision meilleure que 1%, atteignant

μ	S = 0			S = 1			S = 2			S = 3		
	PI	HS	D	PI	HS	D	PI	HS	D	PI	HS	D
0,01305	0,40436	0,40303	0,40437	0,24655	0,24560	0,34654	0,10645	0,10619	0,10649	0,03090	0,03088	0,03090
0,06747	0,40037	0,39677	0,40038	0,22956	0,22787	0,22956	0,09410	0,09374	0,09414	0,02627	0,02630	0,02633
0,16030	0,37486	0,37219	0,37487	0,19500	0,19388	0,19499	0,07461	0,07439	0,07464	0,01977	0,01975	0,01977
0,28330	0,33501	0,33328	0,33501	0,15270	0,15203	0,15268	0,05371	0,05359	0,05374	0,01314	0,01313	0,01314
0,42556	0,29079	0,28966	0,29079	0,11188	0,11147	0,11185	0,03547	0,03540	0,03549	0,00770	0,00770	0,00770
0,50000	0,26946	0,26854	0,26946	0,09378	0,09345	0,09375	0,02794	0,02789	0,02796	0,00560	0,00560	0,00560
0,57444	0,24949	0,24874	0,24949	0,07764	0,07738	0,07761	0,02154	0,02150	0,02156	0,00392	0,00392	0,00392
0,71670	0,21499	0,21448	0,21498	0,05135	0,05120	0,05133	0,01192	0,01189	0,01193	0,00168	0,00168	0,00168
0,83970	0,18870	0,18834	0,18868	0,03212	0,03203	0,03210	0,00578	0,00576	0,00578	0,00057	0,00057	0,00057
0,93253	0,17077	0,17050	0,17075	0,01810	0,01805	0,01808	0,00217	0,00217	0,00217	0,00013	0,00013	0,00013
0,98695	0,16095	0,16072	0,16092	0,00732	0,00730	0,00731	0,00039	0,00039	0,00039	0,00001	0,00001	0,00001
1	0,15866	0,15845	0,15864	0	0		0			0		

TABLEAU I-2: Coefficients $I^{(s)}$ du développement en azimuth de l'intensité rétrodiffusée calculée par les Principes d'Invariance (PI), les Harmoniques Sphériques (HS) et le Doubling (D) pour des particules $\alpha=2, m=1.33$ dans le cas d'une couche semi-infinie avec $\omega_o = 0,95$ et $\mu = 0,5$

	S = 4		S = 5		S = 6		S = 7	
	PI	HS	PI	HS	PI	HS	PI	HS
0,01305	0,00768	0,00768	0,00128	0,00128	0,00015	0,00015	0,00001	0,00001
0,06747	0,00655	0,00654	0,00110	0,00110	0,00013	0,00013	0,00001	0,00001
0,16030	0,00492	0,00492	0,00083	0,00083	0,00010	0,00010	0,00001	0,00001
0,28330	0,00325	0,00325	0,00054	0,00054	0,00006	0,00006	0,00001	0,00001
0,42556	0,00186	0,00186	0,00030	0,00030	0,00003	0,00003	0,00001	0,00000
0,50000	0,00132	0,00132	0,00021	0,00021	0,00002	0,00002	/	
0,57444	0,00090	0,00090	0,00014	0,00014	0,00001	0,00001	/	
0,71670	0,00035	0,00035	0,00005	0,00005				
0,83970	0,00010	0,00010	0,00001	0,00001				
0,93253	0,00002	0,00002	/	0				
0,98695	0	0	/	0				
1	0	0	0	0	0		0	

TABLEAU I-2: (suite)

μ	$\omega_o = 0,95$			$\omega_o = 0,99$		
	PI	HS	D	PI	HS	D
0,013	0,10752	0,10824	0,10747	0,21414	0,21557	0,21404
0,067	0,13438	0,13374	0,13428	0,26927	0,26793	0,26911
0,160	0,16444	0,16390	0,16436	0,33735	0,33624	0,33720
0,283	0,18422	0,18405	0,18428	0,39727	0,39679	0,39723
0,425	0,19221	0,19213	0,19222	0,44066	0,44044	0,44056
0,500	0,19518	0,19506	/	0,45837	0,45816	/
0,574	0,19892	0,19883	0,19885	0,47470	0,47453	0,47451
0,717	0,20622	0,20627	0,20629	0,50087	0,50087	0,50081
0,840	0,20475	0,20468	0,20468	0,51065	0,51054	0,51044
0,933	0,19675	0,19678	0,19679	0,50823	0,50824	0,50812
0,987	0,19438	0,19435	0,19435	0,50822	0,50816	0,50803
1	0,19505	0,19483	0,19483	0,50941	0,50915	0,50902
Temps	150	50	750	300	50	750

TABLEAU I-3: Intensité rétrodiffusée par une couche semi infinie éclairée en incidence normale pour des particules $\alpha=5, m=1.33$ avec ω_o = 0,95 et 0,99, calculée par les Principes d'Invariance (PI) les Harmoniques Sphériques (HS) et le Doubling (D)

μ	$\omega_0 = 0,95$			$\omega_0 = 0,99$		
	PI	HS	D	PI	HS	D
0,005	0,15968	0,16054	0,15967	0,26910	0,27051	0,26904
0,028	0,18059	0,17998	0,18057	0,30490	0,30380	0,30481
0,067	0,20268	0,20207	0,20266	0,34618	0,34513	0,34697
0,122	0,21568	0,21527	0,21564	0,37970	0,37914	0,37964
0,191	0,22812	0,22795	0,22819	0,41344	0,41318	0,41342
0,271	0,25867	0,25839	0,27858	0,50775	0,50752	0,50768
0,452	0,28120	0,28110	0,28124	0,52941	0,52926	0,52934
0,500	0,29538	0,29531	/	0,55269	0,55252	/
0,547	0,31333	0,31322	0,31333	0,57907	0,57893	0,57895
0,641	0,30618	0,30609	0,30619	0,58487	0,58479	0,58480
0,729	0,31035	0,31022	0,31031	0,59992	0,59980	0,59979
0,809	0,35769	0,35768	0,35775	0,65750	0,65746	0,65743
0,878	0,30517	0,30512	0,30518	0,60842	0,60832	0,60829
0,933	0,33736	0,33734	0,33739	0,64601	0,64598	0,64593
0,972	0,35167	0,35158	0,35164		0,66360	0,66357
0,995	0,30888	0,30886	0,30892	0,62005	0,62001	0,61996
1	0,31383	0,31371	0,31375	0,62529	0,62510	0,62504
Temps	450	75	1500	900	75	500

TABLEAU I-4: Comme Tableau (I-3) pour α = 10

μ_i	PI	D	HS
0,0024	0,09163	0,09161	0,09181
0,0126	0,09778	0,09776	0,09725
0,0309	0,10590	0,10591	0,10531
0,0568	0,11492	0,11490	0,11455
0,0900	0,12390	0,12391	0,12388
0,1299	0,13224	0,13223	0,13221
0,1760	0,13953	0,13953	0,13927
0,2273	0,14566	0,14566	0,14565
0,2831	0,15054	0,15055	0,15063
0,3425	0,15437	0,15436	0,15417
0,4044	0,15716	0,15717	0,15732
0,4680	0,15927	0,15928	0,15915
0,5000	0,16011	/	0,16002
0,5320	0,16087	0,16088	0,16098
0,5956	0,16230	0,16232	0,16223
0,6575	0,16379	0,16380	0,16388
0,7169	0,16556	0,16553	0,16546
0,7727	0,16758	0,16757	0,16766
0,8240	0,16979	0,16977	0,16967
0,8701	0,17208	0,17208	0,17221
0,9100	0,17524	0,17524	0,17511
0,9432	0,18102	0,18104	0,18116
0,9691	0,18411	0,18409	0,18402
0,9874	0,17054	0,17053	0,17057
0,9976	0,16584	0,16581	0,16581
1	0,17172	0,17175	0,17203

TABLEAU I-5: Comme Tableau (I-3) pour une granulométrie $n(r) = r^6 e^{-1,5r}$ à $\lambda = 4\mu$ avec $m = 1,345 - 0,0065\, i$, $\omega_o = 0,90991$

	$\tau=0$		$\tau=8$		$\tau=4$			
					I^+		I^-	
μ	HS	D	HS	D	HS	D	HS	D
0,01305	0,18807	0,18655	0,19942	0,19867	0,50108	0,50095	0,50735	0,50789
0,06747	0,23375	0,23458	0,24835	0,25015	0,48609	0,48588	0,52120	0,52180
0,16030	0,29172	0;29225	0,31930	0,32099	0,45860	0,45825	0,54333	0,54408
0,28330	0,33836	0,33873	0,40003	0,40099	0,41814	0,41804	0,57167	0,57217
0,42556	0,36539	0,36538	0,48147	0,48225	0,36755	0,36737	0,60667	0,60725
0,50000	0,37344	/	0,52192	/	0,33967	/	0,62956	/
0,57444	0,37976	0,37987	0,56205	0,56248	0,31175	0,31179	0,65865	0,65904
0,71670	0,38527	0,38523	0,64404	0,64457	0,25936	0,25929	0,75535	0,75585
0,83970	0,37495	0,37495	0,73266	0,73310	0,21676	0,21678	0,97005	0,97049
0,93253	0,35694	0,35676	0,82619	0,82680	0,18767	0,18752	1,38400	1,38462
0,98695	0,34726	0,34722	0,90295	0,90343	0,17181	0,17181	1,85979	1,86028
1	0,34592	0,34594	0,92503	0,92546	0,16819	0,16822	2,01511	2,01552

<u>TABLEAU I-6</u>: Intensité rétrodiffusée I^+ ($\tau=0$), transmise I^- ($\tau= 8$), et au centre de la couche I^+ et I^- ($\tau= 4$) pour une couche d'épaisseur optique $\tau_1 = 8$ éclairée en incidence normale avec des particules $\alpha=5, m=1.33$ et $\omega_o = 1$, calculée par les Harmoniques Sphériques (HS) et le Doubling (D)

μ	ω_o = 0,95			ω_o = 0,99		
	HS	D	OS	HS	D	OS
0,01305	0,10219	0,10145	0,098445	0,16207	0,16092	0,15496
0,06747	0,12618	0,12669	0,012338	0,20120	0,20211	0,19542
0,16030	0,15406	0,15450	0,015255	0,25004	0,25082	0,24610
0,28330	0,17140	0,17162	0,017077	0,28803	0,28844	0,28539
0,42556	0,17627	0,17636	0,017613	0,30824	0,30841	0,30650
0,50000	0,17748	/	/	0,31433	/	/
0,57444	0,17944	0,17948	0,017941	0,31933	0,31941	0,31817
0,71670	0,18323	0,18325	0,018309	0,32422	0,32428	0,32341
0,83970	0,17822	0,17823	0,017790	0,31553	0,31558	0,31496
0,93253	0,16763	0,16765	0,016718	0,29963	0,29967	0,29922
0,98695	0,16360	0,16371	0,016306	0,29175	0,29180	0,29143
1,00000	0,16370	0,16371	/	0,29090	0,29094	/

<u>TABLEAU I-7</u>: Intensité rétrodiffusée par une couche d'épaisseur optique τ_1=8 éclairée en incidence normale pour des particules α=5, m=1,33 avec ω_o = 0,95 et 0,99, calculée par les Harmoniques Sphériques (HS) le Doubling (D) et les Ordres Successifs (OS)

le plus souvent quelques millièmes. Ces calculs ont été effectués sur un ordinateur C.I.I.10070, ordinateur de gestion qui ne dispose que de 7 chiffres significatifs. Une précision supérieure serait certainement obtenue sur un ordinateur plus précis. On peut néanmoins considérer ces résultats comme entièrement satisfaisants, étant donné la précision habituelle des mesures expérimentales, et on pourra s'abstenir d'employer la double précision qui augmenterait fortement la durée des calculs. On remarquera que l'utilisation des développements limites (I-43d-e) dans les expressions (I-43a-b) donne surtout pour les valeurs de μ voisines de zéro, une précision qui reste excellente contrairement à ce qu'avait laissé paraitre une étude précédente (DEVAUX etal ; 1973).

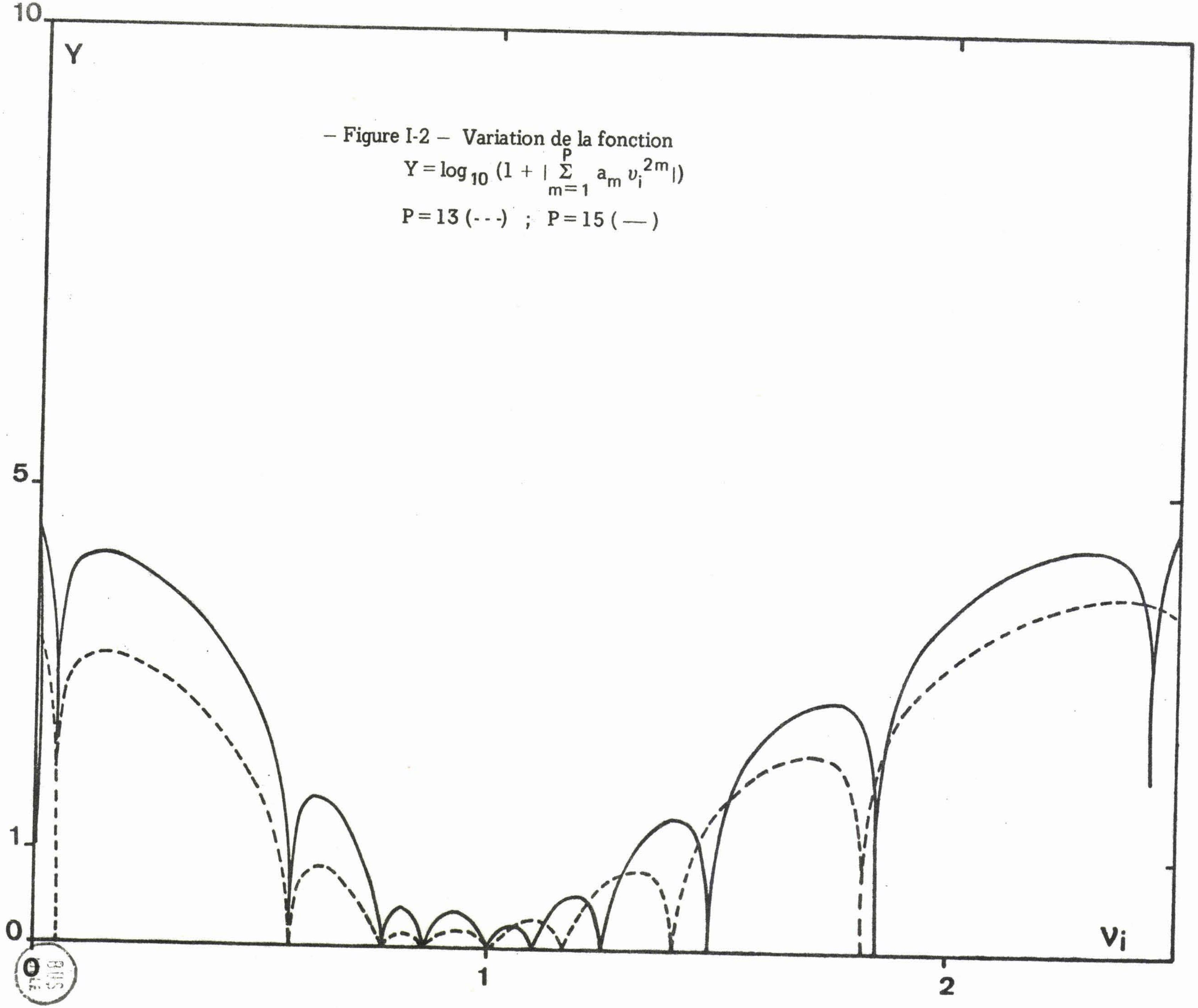
IV - 3 - EFFET DU NOMBRE DE TERMES DE LA FONCTION DE PHASE

Les 3 méthodes qui ont servi de base de comparaison, permettent en principe de traiter des fonctions de phase développées à un ordre L aussi grand que l'on veut. Mais pour maintenir la précision il faut augmenter parallèlement le nombre de points dans la quadrature, afin d'intégrer correctement les fonctions rapidement variables en μ. Le temps calcul augmente ainsi approximativement en L^3. Ceci joint à l'augmentation des dimensions des tableaux à garder en mémoire, ces méthodes ne sont actuellement pratiquement utilisables que jusqu'à L = 60.

Dans la méthode des harmoniques sphériques si L augmente, il faut afin de tenir compte de tous les termes du développement (I-9), augmenter l'ordre d'approximation N dans l'expression (I-12), ce qui minore à priori (2p). Mais on peut se demander comment évoluent les résultats lorsque L étant fixé on augmente N. Divers tests ont été effectués. Le tableau (I-8) présente les résultats obtenus dans le cas d'une couche semi infinie pour des valeurs de 2p croissantes. On constate que les résultats dépendent très peu de l'ordre d'approximation (2p) choisi, les

Ordre d'approximation 2p	Temps en 1/100 de minute sur CII 10070	μ = 1	μ = 0.91223	μ = 0.74633	μ = 0.5	μ = 0.37370	μ = 0.07652	Flux
8	3	.312877	.316477	.320639	.316365	.306521	.246412	.987355
12	4	.313031	.316675	.320944	.316899	.307205	.246728	.986753
16	4	.313077	.316736	.321042	.317084	.307456	.247038	.986541
20	5	.313107	.316773	.321097	.317180	.307586	.247278	.986489
24	7	.313114	.316783	.321116	.317221	.307646	.247429	.986416
28	9	.313135	.316807	.321146	.317265	.307699	.247556	.986452
32	12	.313118	.316791	.321132	.317259	.307696	.247617	.986331
36	15	.313159	.316834	.321180	.317309	.307755	.247706	.986501
40	19	.313019	.316688	.321026	.317149	.307600	.247615	.985808
44	24	.319502	.323443	.328238	.324780	.315235	.253897	1.016889
48	30	-9.544	-9.964	-10.676	-11.358	-11.387	-9.350	-46.610596

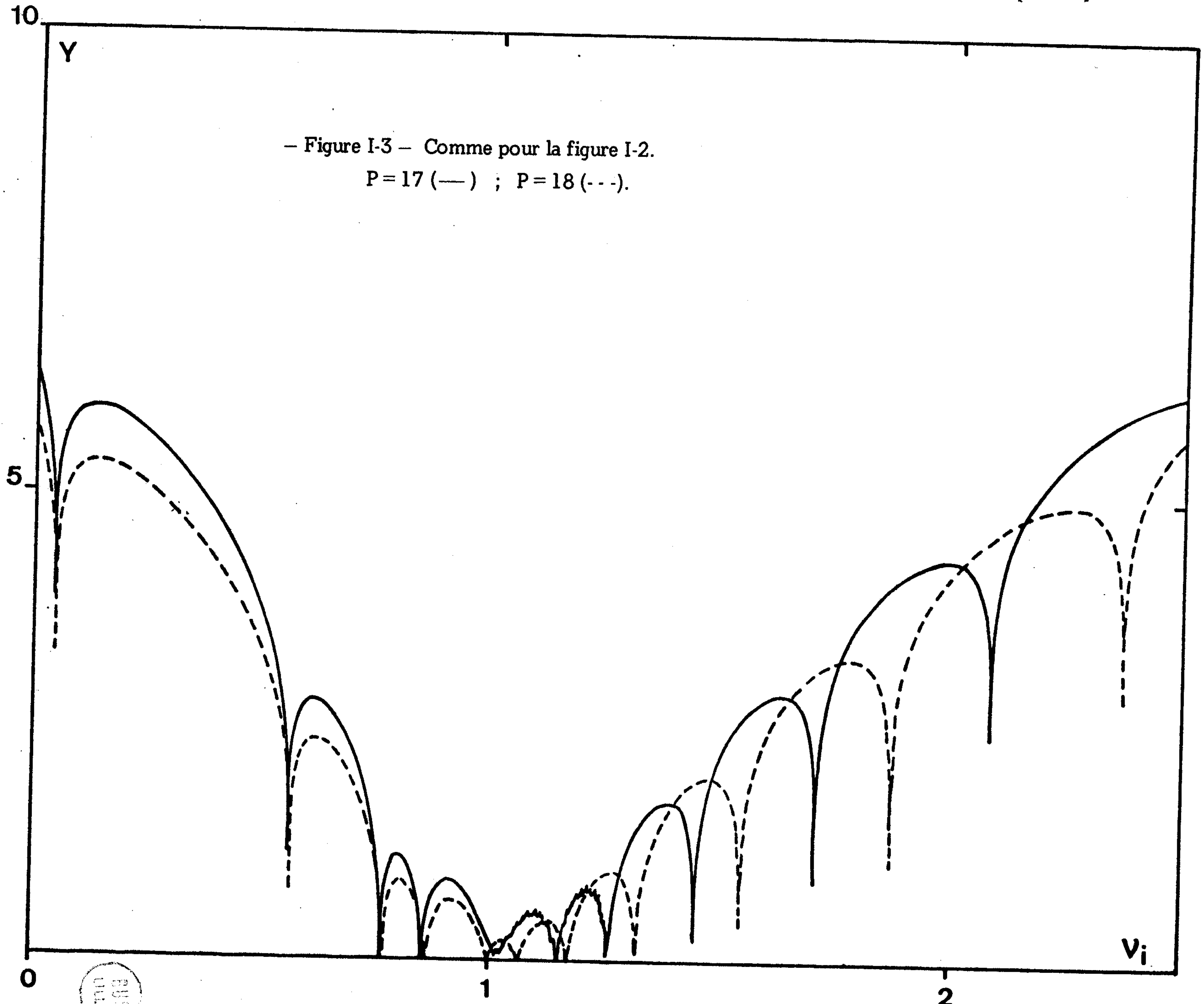
TABLEAU I-8: Intensité et flux rétrodiffusés par une couche semi-infinie éclairée en incidence normale pour des particules $\alpha=2, m=1.33$ avec ω_o = 0,95 : Influence de l'ordre d'approximation variations étant de l'ordre de grandeur de la précision de la méthode. Cependant lorsque (2p) devient supérieur à 40 on constate une nette divergence pour obtenir des valeurs totalement aberrantes si (2p) est supérieur à 44. Ceci limite l'emploi de la méthode pour des fonctions de phase ayant un développement limité à 40 termes maximum. Cette instabilité aux ordres d'approximation élevé provient de l'impossibilité d'extraire certaines racines du polynôme (I-23) par suite du comportement de la fonction au voisinage de X = 1. Les figures (I-2 à I-4) représentent les variations de cette fonction dans l'intervalle (0; 2,5) et ce pour divers ordres d'approximation; on a porté, en ordonnée la quantité $\mathrm{Log}_{10}(1+|y|)$. On constate que lorsque 2p croît, la fonction reste en valeur absolue inférieure à quelques unités lorsque X est voisin de 1 alors que parallèlement les coefficients a_m^ℓ deviennent grands. En effet on vérifiera aisément sur la relation de récurrence (I-22) que, lorsque ℓ est supérieur à quelques unités, compte tenu des parités des a_m^ℓ, les coefficients a_m^ℓ, $a_m^{\ell+1}$, $a_m^{\ell+2}$ croissent au moins aussi vite que les termes d'une progression géométrique de raison 2. Si l'on écrit ces coefficients sous la forme d'une mantisse et d'un exposant, dès que l'un de celui-ci dépasse le nombre de chiffres significatifs, il entraine pour le calcul de la fonction une incertitude absolue supérieure à l'unité. Une telle erreur est suffisante pour perturber profondément le comportement de la fonction comme le montre la figure (I-4) et rendre impossible l'extraction de certaines racines. De nombreux ordinateurs ayant un compilateur Double Précision, nous avons utilisé cette possibilité et c'est ce qui nous a permis de pousser les calculs jusqu'à un ordre d'approximation 2p = 40 avant de constater les instabilités mentionnées dans le tableau (I-8). Les calculs effectués en simple précision sur le même ordinateur CII - 10070 (mots de 24 bits mantisse de 7 chiffres) font apparaitre des instabilités à l'ordre 2p = 24 L'ordinateur BULL M 40 (mots de 32 bits - mantisse de 12 chiffres) ne



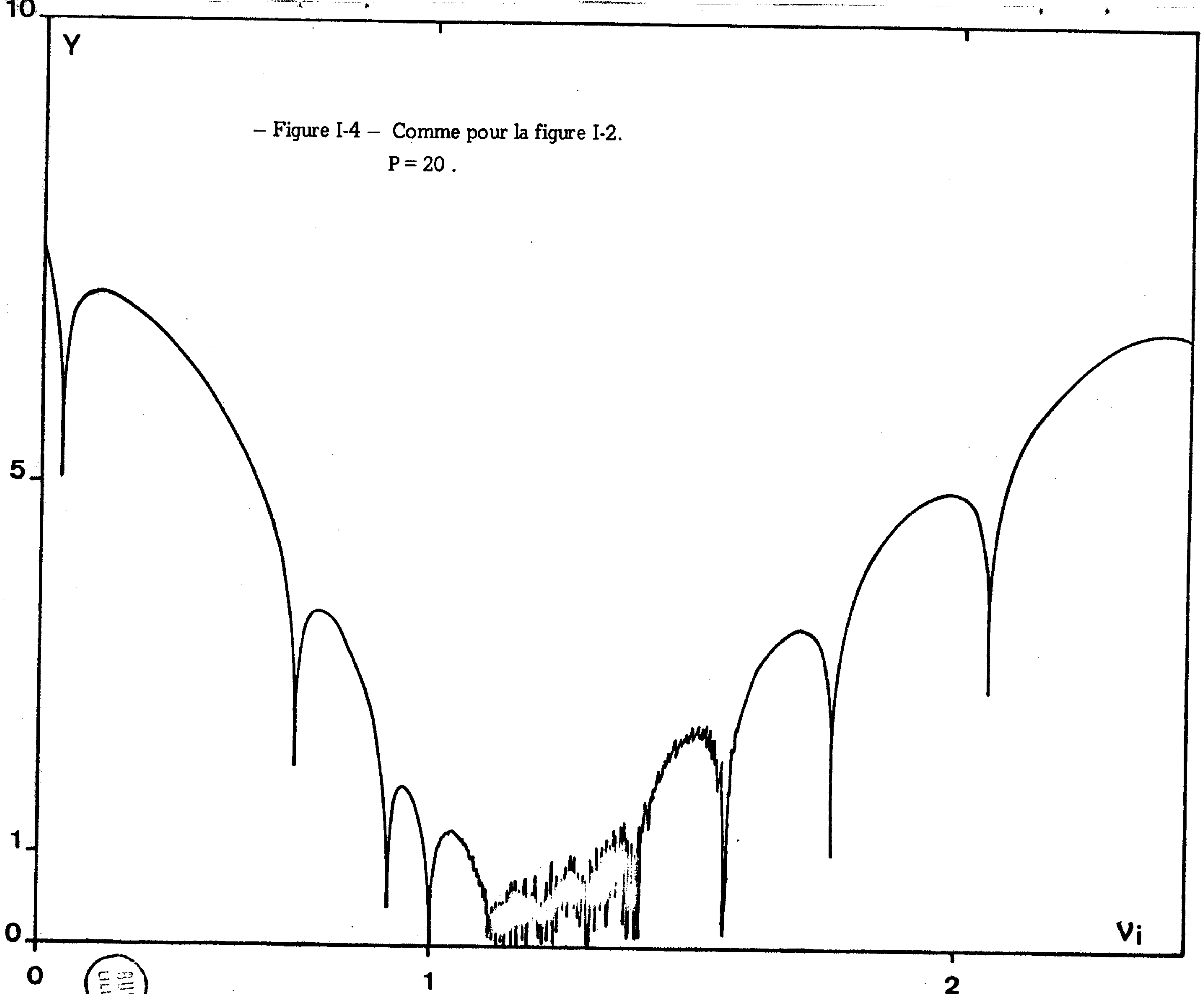
– Figure I-2 – Variation de la fonction

$$Y = \log_{10}\left(1 + \left|\sum_{m=1}^{P} a_m \nu_i^{2m}\right|\right)$$

P = 13 (- - -) ; P = 15 (—)



– Figure I-3 – Comme pour la figure I-2.
P = 17 (—) ; P = 18 (- - -).



– Figure I-4 – Comme pour la figure I-2.
P = 20 .

disposant pas de la double précision nous avait permis auparavant de traiter des fonctions de phase à 30 termes. Certains ordinateurs peuvent effectuer facilement les calculs en multi-précision (triple - quadruple précision) et devraient permettre de résoudre le problème de fonctions de phase encore plus anisotropes, sans augmenter considérablement le temps calcul, étant donné que l'extraction des racines ne représente qu'une petite partie du programme. Si l'on ne dispose pas d'un tel ordinateur cette limitation est néanmoins peu génante car dans le cas de grosses particules, il est possible de remplacer la fonction de phase réelle qui contient un grand nombre de termes par la somme d'une fonction de DIRAC et d'un développement beaucoup plus court (POTTER; 1968). Dans cette approximation la pointe avant, correspondant au pic de diffraction de l'onde lumineuse par la particule, est tronquée et compensée par un simple changement des caractéristiques du milieu diffusant. Cette façon de procéder, qui donne une précision en général meilleure que 1% sauf pour les directions trop voisines de celle de l'éclairement incident permet en outre un gain de temps considérable. En effet, non seulement comme on peut le constater (tableau I-8) le temps augmente rapidement avec le nombre de termes du développement de P (Θ) mais en outre, pour obtenir la solution complète de l'équation (I-10) il aurait fallu calculer les L composantes $I^S(\tau;\mu)$ qui développent $I(\tau;\mu,\phi)$.

IV - 4 - Temps calcul

Pour les principes d'invariance et les ordres successifs, le temps calcul augmente rapidement quand ω_o tend vers 1 alors que pour le doubling et les harmoniques sphériques il est indépendant de ω_o.

Dans la méthode des harmoniques sphériques le temps calcul est indépendant de l'épaisseur optique du milieu tandis que pour le doubling, il croît d'abord rapidement puis de plus en plus lentement puisqu'on a une itération supplémentaire chaque fois que l'on doit doubler la couche. Pour les ordres successifs qui exigent une intégration sur τ , le temps calcul croît très rapidement quand l'épaisseur de la couche augmente.

Enfin comme il a été dit ce temps calcul augmente rapidement pour toutes les méthodes avec le nombre de terme de la fonction de phase L.

Le tableau (I-9) donne pour quelques cas une comparaison des temps de calcul exprimés en seconde pour l'ordinateur BULL M 40; ces temps sont à diviser par 15 environ sur IBM 360 65. Il faut noter que cette comparaison concerne les programmes tels qu'ils ont été écrits au Laboratoire et que pour une même méthode des différences peuvent apparaitre suivant la plus ou moins grande habilité du programmeur.

Tableau (I-9) - Temps calculs pour divers cas en incidence normale avec les 4 méthodes :

- Principes d'Invariance (PI)
- Doubling (D)
- Ordres Successifs (OS)
- Harmoniques Sphériques (HS)

Temps M 40 sec.

$\alpha = 2\pi r / \lambda$	τ_1	ω_o	PI	HS	D	OS
5	∞	0,95	150	50	750	
5	∞	0,99	300	50	750	
10	∞	0,95	450	75	1500	
10	∞	0,99	900	75	1500	
5	8	0,99		50	600	750

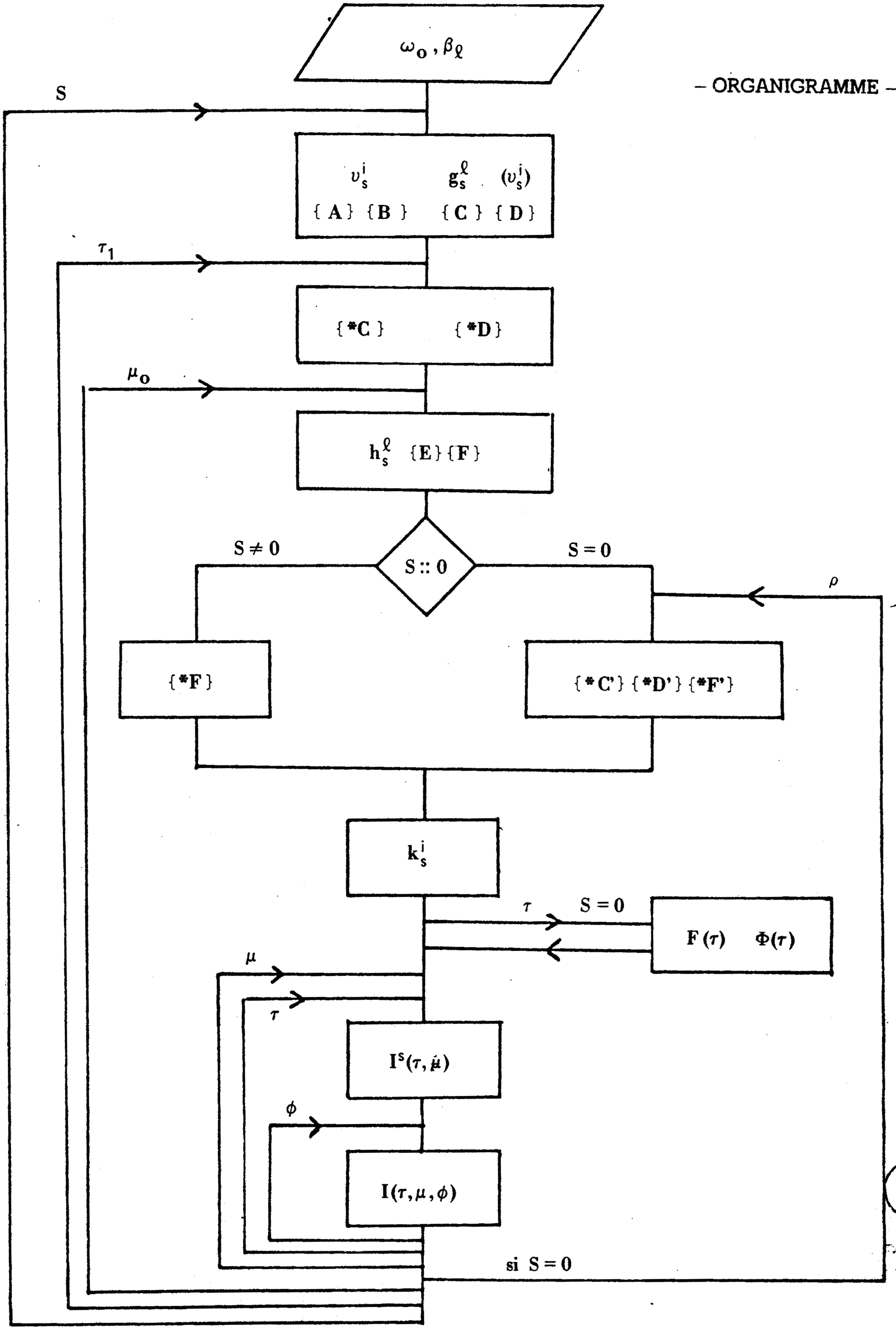
La méthode des harmoniques sphériques semble actuellement de beaucoup la plus rapide des quatres méthodes étudiées.

V-CONCLUSION .

Utilisée au mieux de ses possibilités, la méthode des Harmoniques Sphériques permet, avec des temps calcul très avantageux, d'obtenir des résultats complets (toutes directions, toutes profondeurs) et d'une précision très satisfaisante.

L'analyse que nous venons d'en faire peut paraitre compliquée. Mais on constate que la plupart des calculs auxquels on est conduit se formulent sous une forme récursive donc particulièrement bien adaptée aux ordinateurs. La complexité de la méthode provient essentiellement de son caractère semi analytique qui conduit à une subdivision poussée des calculs. Mais pour certaines applications (étude de l'influence du fond, de l'épaisseur optique, ou de la direction d'incidence), il en résulte en fait l'avantage de n'avoir à reprendre qu'une partie des calculs. L'organigramme simplifié ci-après résume les principaux blocs de calcul et permet de préciser ceux qui ne devraient pas être recalculés, dans ce type de résolution si l'on ne s'intéresse qu'aux variations de certains paramètres du problème $(\rho, \mu_0; \tau_1)$. C'est encore cette structure de la résolution qui permet comme on l'a vu, de ramener le problème de l'absorption variable à un calcul de solutions particulières et finalement on verra que cette méthode est particulièrement bien adaptée à l'analyse du rayonnement rediffusé par une planète.

— ORGANIGRAMME —



APPENDICE I

Les conditions de MARSHAK appliquées à $I^s(o,\mu<o)$ et $I^s(\tau_1;\mu>o)$ nous conduisent à calculer des intégrales du type

$$b^{j,\ell}_{s,\pm} = \int_o^{\pm 1} P_s^{s+2j-1}(\mu)\, P_s^{\ell}(\mu)\, d\mu \ .$$

Les fonctions associées de LEGENDRE de première espèce $P_m^n(\mu)$ satisfont à l'équation différentielle associée de LEGENDRE ({ROBIN} T1 p 65)

$$\frac{d}{d\mu}\left\{(1-\mu^2)\frac{dP_m^n}{d\mu}\right\} + \left\{\ell(\ell+1) - \frac{s^2}{1-\mu^2}\right\} P_m^n = o \tag{1}$$

Multiplions par $P_s^m(\mu)$ l'équation (1) écrite pour $P_s^\ell(\mu)$, et par $P_s^\ell(\mu)$ celle écrite pour $P_s^m(\mu)$. En soustrayant, il vient

$$\frac{d}{d\mu}\ (1-\mu^2)\left\{P_s^\ell(\mu)\frac{dP_s^m}{d\mu}(\mu) - P_s^m(\mu)\frac{dP_s^\ell}{d\mu}(\mu)\right\}$$

$$= (\ell-m)(\ell+m+1)\ P_s^\ell(\mu)\ P_s^m(\mu) = o \tag{2}$$

En intégrant les deux membres de cette équation entre 0 et $\pm$ 1 on obtient

$$\left[(1-\mu^2)\left\{P_s^\ell(\mu)\frac{dP_s^m}{d\mu}(\mu) - P_s^m(\mu)\frac{dP_s^\ell}{d\mu}(\mu)\right\}\right]_O^{\pm 1}$$

$$= (\ell-m)(\ell+m+1)\int_o^{\pm 1} P_s^\ell(\mu)\ P_s^m(\mu)\ d\mu \ . \tag{3}$$

Soit

$$P_s^\ell(o)\ \frac{dP_s^m}{d\mu}(o) - P_s^m(o)\ \frac{dP_s^\ell}{d\mu}(o) = -\ (\ell-m)(\ell+m+1)\int_o^{\pm 1} P_s^\ell(\mu)\ P_s^m(\mu)\ d\mu \tag{4}$$

Si $m = \ell$ et compte tenu de la norme choisie pour P_s^ℓ nous aurons

$$\int_o^{+1}(P_s^\ell)^2\ d\mu = -\int_o^{-1}(P_s^\ell)^2\ d\mu = \frac{1}{2}\int_{-1}^{+1}(P_s^\ell)^2\ d\mu = \frac{1}{2\ell+1} \tag{5}$$

D'autre part ({ROBIN} T1 p 101) et toujours avec la norme choisie les $P_s^\ell(\mu)$ vérifient la relation

$$(\mu^2-1)\ \frac{dP_s^\ell}{d\mu}\ (\mu) = \ell\mu\ P_s^\ell(\mu) - \sqrt{(\ell+S)(\ell-s)}\ P_s^{\ell-1}(\mu) \tag{6}$$

Soit pour $\mu = o$

$$\frac{dP_s^\ell}{d\mu}(o) = \sqrt{(\ell+s)(\ell-s)}\ P_s^{\ell-1}(o) \tag{7}$$

Compte tenu de (7) la relation (4) devient

$$\sqrt{(m-s(m+s)}\ P_s^\ell(o)\ P_s^{m-1}(o) - \sqrt{(\ell-S(\ell+s)}\ P_s^m(o)\ P_s^{\ell-1}(o)$$

$$= (m-\ell)\ (m+\ell+1) \int_o^{\pm 1} P_s^\ell(\mu)\ P_s^m(\mu)\ d\mu$$

Comme

$$P_s^\ell(o) = o \quad \text{si} \quad (\ell+s) \quad \text{est impair} \tag{8}$$

on obtient

$$\int_o^{\pm 1} P_s^\ell(\mu)\ P_s^m(\mu)\ d\mu = o \quad \text{si} \quad (m+\ell) \quad \text{est pair} \quad m \neq \ell \tag{9}$$

Puisque nous nous intéressons essentiellement au système des polynômes de degré impair, en remarquant la parité fixe de $m = 2j + s - 1$, on a

$$P_s^{s+2j-1}(o) = o \tag{10}$$

d'où

$$b_{s,\pm}^{j,\ell} = \int_o^{\pm 1} P_s^{s+2j-1}(\mu)\ P_s^\ell(\mu)\ d\mu = \sqrt{\frac{(2s+2j-1)(2j-1)\ P_s^\ell(o)}{(s+2j-\ell-1)(s+2j+\ell)}}\quad P_s^{s+2j-2}(o)$$

Les relations suivantes récapitulent les relations utiles

$$b_{s,+}^{j,\ell} = -\ b_{s,-}^{j,\ell} = \frac{1}{2\ell+1} \qquad \text{si } \ell = s + 2j - 1 \tag{11a}$$

$$b^{j,\ell}_{s,+} = b^{j,\ell}_{s,-} \equiv o \qquad \text{si } (\ell+s) \text{ est impair } \quad \ell \neq s + 2j - 1 \qquad (11b)$$

$$b^{j,\ell}_{s,+} = b^{j,\ell}_{s,-} = \frac{\sqrt{(2s+2j-1)(2j-1)}}{(s+2j-\ell-1)(s+2j+\ell)} \; P^{\ell}_{s}(o) \; P^{s+2j-2}_{s}(o)$$

$$\text{si } (\ell+s) \text{ est pair soit } \ell = s + 2k \qquad (11c)$$

Le calcul des termes $P^{s+2k}_{s}(o)$ s'effectue très facilement à partir de la relation de récurrence des P^{ℓ}_{s}

$$\sqrt{(\ell+s+1)(\ell-s+1)} \; P^{\ell+1}_{s}(\mu) = (2\ell+1)\mu \, P^{\ell}_{s}(\mu) - \sqrt{(\ell+s)(\ell-s)} \; P^{\ell-1}_{s}(\mu) \qquad (12)$$

initialisée à partir de $P^{s}_{s}(\mu)$ défini par

$$P^{s}_{s}(\mu) = (1-\mu^2)^{s/2} \sqrt{\frac{(2s-1)!!}{(2s)!!}} \quad \text{si } s \neq o \qquad P_o(\mu) \equiv 1 \quad \text{si } s = o \qquad (13)$$

et de

$$P^{s-1}_{s}(\mu) \equiv o \quad \text{si } s \neq o \qquad P_{-1}(\mu) \equiv o \quad \text{si } s = o \qquad (14)$$

Dans le cas particulier ou $\mu = o$ les relations (12) et (13) deviennent

$$\sqrt{(\ell+s+1)(\ell-s+1)} \; P^{\ell+1}_{s}(o) = - \sqrt{(\ell+s)(\ell-s)} \; P^{\ell-1}_{s}(o) \qquad (15)$$

$$P^{s}_{s}(o) = \sqrt{\frac{(2s-1)!!}{(2s)!!}} \qquad (16)$$

DEUXIEME PARTIE

APPLICATION DE LA METHODE DES HARMONIQUES SPHERIQUES

A L'ETUDE DU TRANSFERT RADIATIF DANS L'ATMOSPHERE DE VENUS

INTRODUCTION

Bien qu'étant une des plus proches planètes de la Terre, Vénus était jusqu'à ces dernières années assez mal connue en raison de la couverture nuageuse permanente qui la masque aux observations visuelles.

L'analyse des nombreuses observations en polarisation effectuées par LYOT (1929), DOLLFUS (1966), COFFEEN et GEHRELS (1969), DOLLFUS et COFFEEN (1970), avait permis à HANSEN et ARKING (1971) d'établir les caractéristiques des aérosols présents dans la haute atmosphère de Vénus : particules sphériques de rayon effectif moyen de 1µm et d'indice de réfraction égal à 1,45 ± 0,02. La contribution de la diffusion Rayleigh plaçait le niveau de cette brume à une altitude de 70 km environ (soit une pression de l'ordre de 50 mb). Poursuivie par HANSEN et HOVENIER (1974) cette étude confirmait les suggestions de SILL (1972) et YOUNG (1973) en montrant que parmi toutes les compositions chimiques proposées pour ces aérosols, seule une solution concentrée d'acide sulfurique donnait un bon accord.

Mais la lumière polarisée étant essentiellement formée au sommet de la couche diffusante, une telle méthode d'analyse restait limitée. Moins sensible aux caractéristiques des aérosols que la lumière polarisée, la luminance rétrodiffusée doit permettre par contre de sonder les couches nuageuses sous-jacentes.

Dans le domaine infrarouge, l'étude des raies du CO_2 avait d'ailleurs montré, que le rayonnement rediffusé était formé essentiellement dans un milieu diffusant et non en atmosphère claire, (BELTON et al, 1968) et les températures de formation des raies (≃250 K) impliquaient l'existence de particules diffusantes au moins jusqu'à une altitude inférieure à 50 km (FOUQUART ,1975). Il était donc intéressant de comparer les répartitions de luminance observées sur le disque de Vénus à celle que l'on pouvait calculer dans l'hypothèse d'un milieu diffusant optiquement dense, les aérosols ayant les caractéristiques déduites de la polarisation. Avec ce modèle nous avons dans un premier temps analysé les courbes de phase à diverses longueurs d'onde et quelques clichés obtenus en lumière jaune. Cette étude photométrique détaillée a ensuite été étendue à l'étude des taches observées en ultra violet et dont la réapparition cyclique avait permis de mettre en évidence la rotation rétrograde en quatre jours de l'atmosphère nuageuse de Vénus (BOYER et GUERIN,1966). Etant donné la transparence de l'acide sulfurique dans ce domaine spectral; l'existence de ces inhomogénéités pose en effet un problème intéressant et qui relève directement de l'analyse photométrique. Ces différentes analyses sont développées dans le troisième chapitre.

Pour étudier les couches plus profondes, il est indispensable de faire appel à des mesures in situ à l'aide de sondes. Cette exploration a été entreprise à la fois par les Américains (Mariner 5) et surtout par les Soviétiques (Vénéra 4 à 10 de 1967 à 1974). C'est Vénéra 8 qui pour la première fois mesurait au cours de sa descente le flux solaire transmis dans l'atmosphère de Vénus (AVDUEVSKY et al 1973). Bien que très incomplets, ces premiers résultats ont été l'occasion d'utiliser des données de flux pour remonter à une structure nuageuse et ont permis ainsi de bâtir un premier modèle de l'atmosphère profonde de Vénus(LOUKACHEVITCH et al, 1973 ; TITARCHOUK, 1973 ; LACIS et HANSEN, 1974; DEVAUX et HERMAN ; 1975). Par ailleurs un des objectifs prioritaires de la mission Pioneer- Vénus est d'établir un bilan radiatif global de la planète et des nuages. La définition des fluxmètres à utiliser nécessitait donc de préciser les ordres de grandeur des flux à mesurer. C'est le modèle d'atmosphère déduit du sondage de Vénéra 8 qui a servi de base à cette estimation. L'étude des flux radiatifs et son application à l'atmosphère de Vénus fait l'objet du second chapitre.

CHAPITRE II

DETERMINATION DE LA STRUCTURE DE L'ATMOSPHERE DE VENUS

A PARTIR DE MESURES DE FLUX IN SITU

I - MOYENS D'ANALYSE

La résolution de l'équation de transfert nécessite de connaitre à priori les caractéristiques de la couche nuageuse : fonction de phase, albédo de diffusion simple, épaisseur optique. Pour l'étude des atmosphères planétaires, on se trouve confronté au problème inverse ; connaissant certaines caractéristiques du champ de rayonnement, le but est de remonter aux paramètres qui le régissent. Etant donné la multiplicité de ces paramètres, le problème est complexe et il n'existe pas, sauf pour des cas très simplifiés et peu réalistes, de méthodes d'inversion. Les calculs directs doivent alors être effectués en variant les divers paramètres; ceux ci sont alors finalement ajustés en comparant les valeurs expérimentales aux abaques ainsi construits. La forme semi-analytique très poussée de la méthode des Harmoniques Sphériques facilite beaucoup cette première étape.

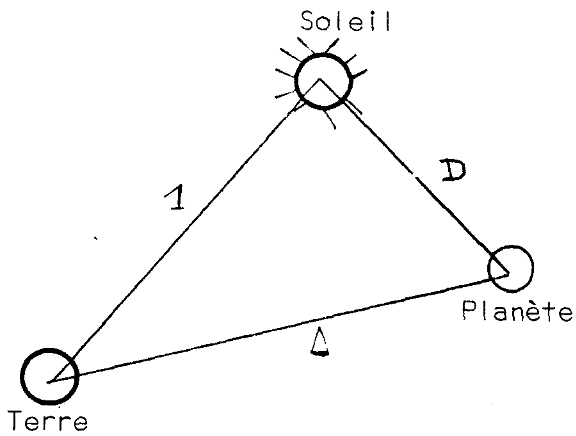
I - 1 - Mesures disponibles

Les mesures de la lumière solaire rediffusée par Vénus sont le plus souvent intégrées sur le disque. On dispose également de mesures résolues en chaque point et celles ci seront analysées plus particulièrement dans le troisième chapitre.

A partir des luminances intégrées, on obtient les courbes de phase à diverses longueurs d'onde ou les courbes de reflectivité spectrale pour divers angles de phase suivant que l'on choisit V ou λ respectivement comme variable. Les observations sont généralement reportées en termes de magnitude. La magnitude visuelle d'une planète est définie à une constante près par la relation

$$m = - 2,5 \log E (\Delta , D, V), \qquad II.1$$

$E (\Delta , D, V)$ étant l'éclairement reçu de la planète située à la distance Δ de la Terre et D du Soleil. De la même façon, la magnitude visuelle solaire est définie à la même constante près par



$$m_0 = -2{,}5 \log E_0 \qquad \text{II.2}$$

ou E_0 est l'éclairement solaire sur la Terre à une unité astronomique soit ΠF_o.

On obtient alors :

$$m_V = m_0 - 2{,}5 \log \frac{E(\Delta, D, V)}{\Pi F_o} \qquad \text{II.3}$$

En pratique les magnitudes observées sont réduites à certaines valeurs standard de Δ et D (habituellement on choisit $D = \Delta = 1$).

Par application de la loi de l'inverse des carrés, on peut écrire

$$E(\Delta, D, V) = E(1, 1, V) / (D\Delta)^2$$

et l'expression II.3 devient alors

$$m_V = m_0 + 5 \log D\Delta - 2{,}5 \log \left(\frac{E(1,1,V)}{\Pi F_o} \right. \qquad \text{II.4}$$

qui permet de définir la magnitude réduite par

$$m_V^* = m_V - 5 \log D\Delta = m_0 - 2{,}5 \log \left(\frac{E(1,1,V)}{\Pi F_o} \right. \qquad \text{II.5}$$

La luminance étant proportionnelle à l'éclairement incident, on peut écrire

$$\frac{E(1, 1, V)}{\Pi F_o} = \iint I(M)\, d\omega\, dS.$$

où I (M) est la luminance diffusée correspondant à un éclairement unité, l'intégrale double étant étendue à la partie éclairée du disque de la planète. Comme le rayon de la planète R est très petit par rapport à 1 unité astronomique, $d\omega$ peut être considéré comme constant sur tout le disque.

Les magnitudes réduites peuvent alors s'écrire

$$m_V^* = m_0 - 2{,}5 \log \frac{\pi R^2}{2} (1+ \cos V) - 2{,}5 \log \left(\frac{1}{S} \iint_S I (M) . dS \right) \qquad \text{II.6}$$

où S représente la surface éclairée du disque, la luminance étant calculée en résolvant l'équation de transfert.

Une dernière intégration des courbes de phase en fonction de V donne l'albédo sphérique A^* . Celui ci caractérise le rapport du flux total réémis par la planète au flux solaire incident qu'elle intercepte soit

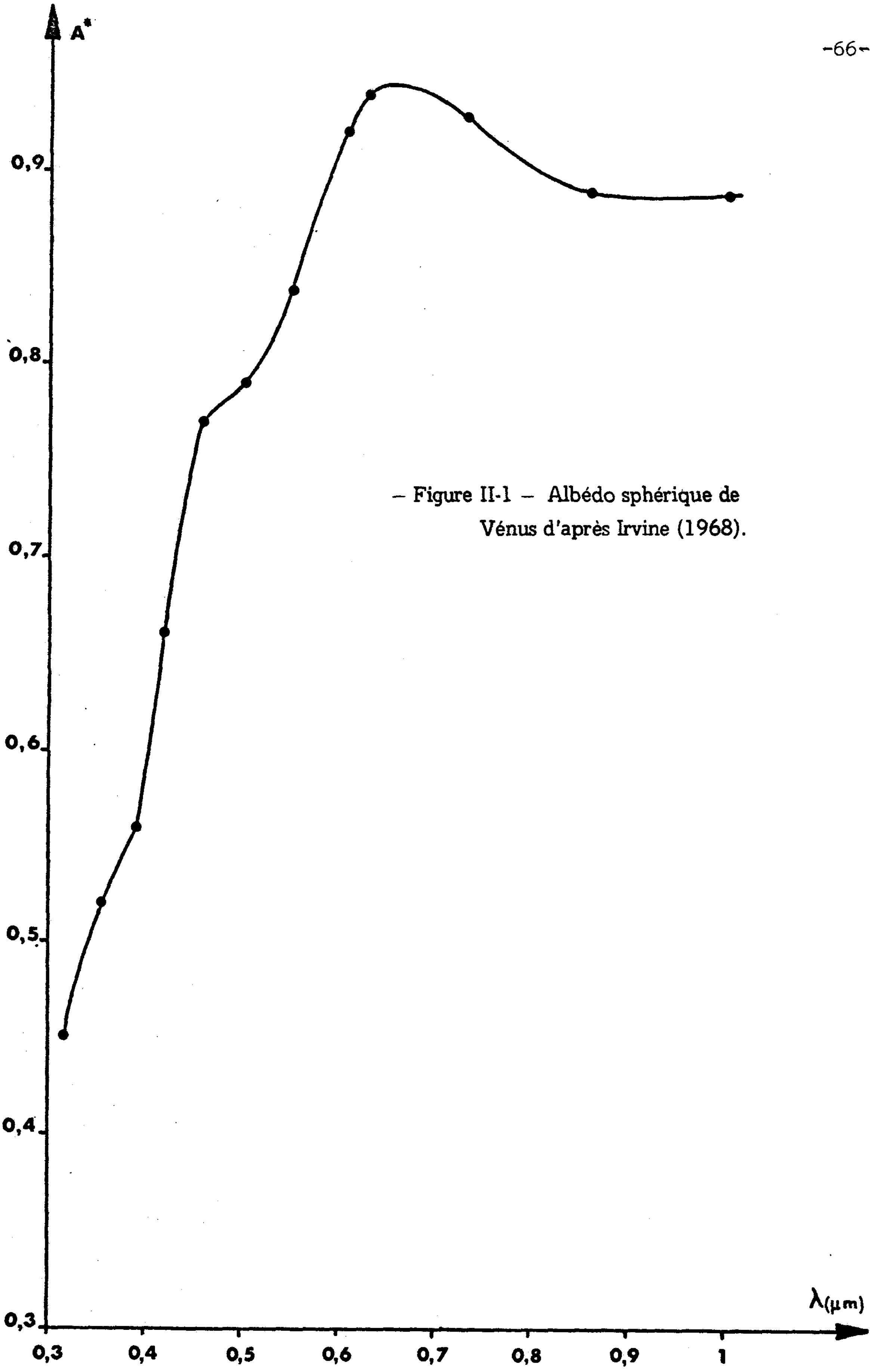
$$A^* = \frac{\Phi \text{ réémis}}{\Phi \text{ intercepté}} = \frac{\iint_S \Phi(M)\, dS}{\pi R^2 F} \quad .$$

La figure II.1 représente les valeurs des albédos sphériques obtenus par Irvine entre 0,3 µm et 1,1 µm (1968).

Partant du modèle nuageux déduit des mesures de polarisation par Hansen et Arking, l'hypothèse la plus simple était de supposer que ces particules constituaient le seul aérosol présent sur Vénus, avec une échelle de hauteur donnée. Il reste alors à définir l'épaisseur optique des nuages et leur albédo de diffusion, et ce pour diverses réflectivité du sol.

Avec l'hypothèse d'une couverture nuageuse homogène horizontalement et si on se fixe ces paramètres ajustables, le flux réfléchi en un point M de la planète peut être calculé et il ne dépend que de l'angle d'incidence θ_o du faisceau solaire et on peut alors écrire

$$A = \frac{\int_o^{2\pi} \int_o^{\pi/2} \Phi \; (\theta_o)\, R^2 \sin \; \theta_o \, d \; \theta_o \, d\Psi}{\pi \, R^2 \; F}$$



– Figure II-1 – Albédo sphérique de Vénus d'après Irvine (1968).

so it $$A^* = \frac{2}{F} \int_0^1 \Phi(\mu_o)\, d\mu_o.$$

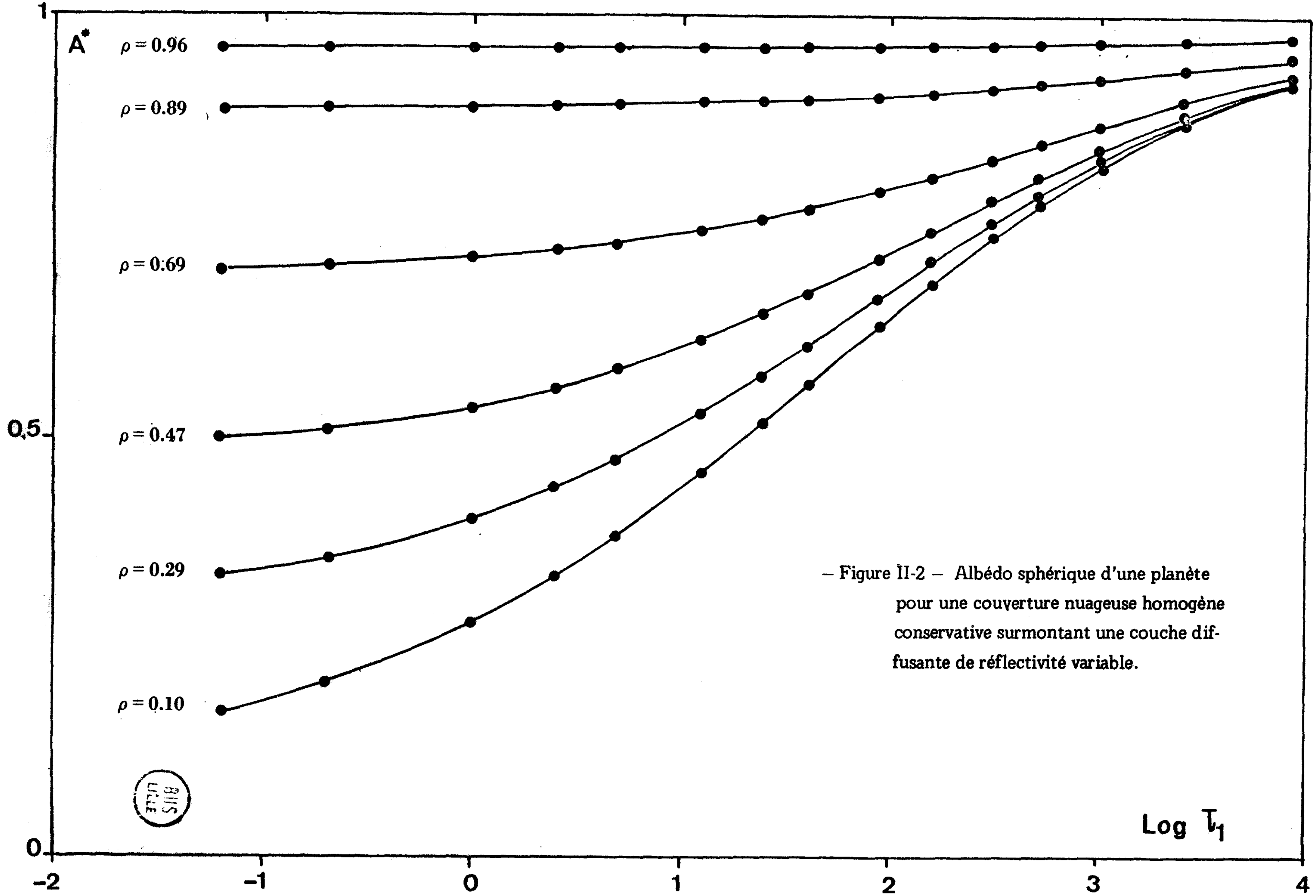
La figure II.2 présente un exemple de résultats obtenus pour une couche conservative d'épaisseur optique τ_1 variable limitée par un sol de réflectivité ρ variable. Bien que l'établissement de telles abaques soit relativement rapide avec la méthode numérique utilisée, la multiplicité des paramètres rendait souhaitable l'établissement de formules approchées plus simples.

I-2-METHODE DU NOYAU EXPONENTIEL

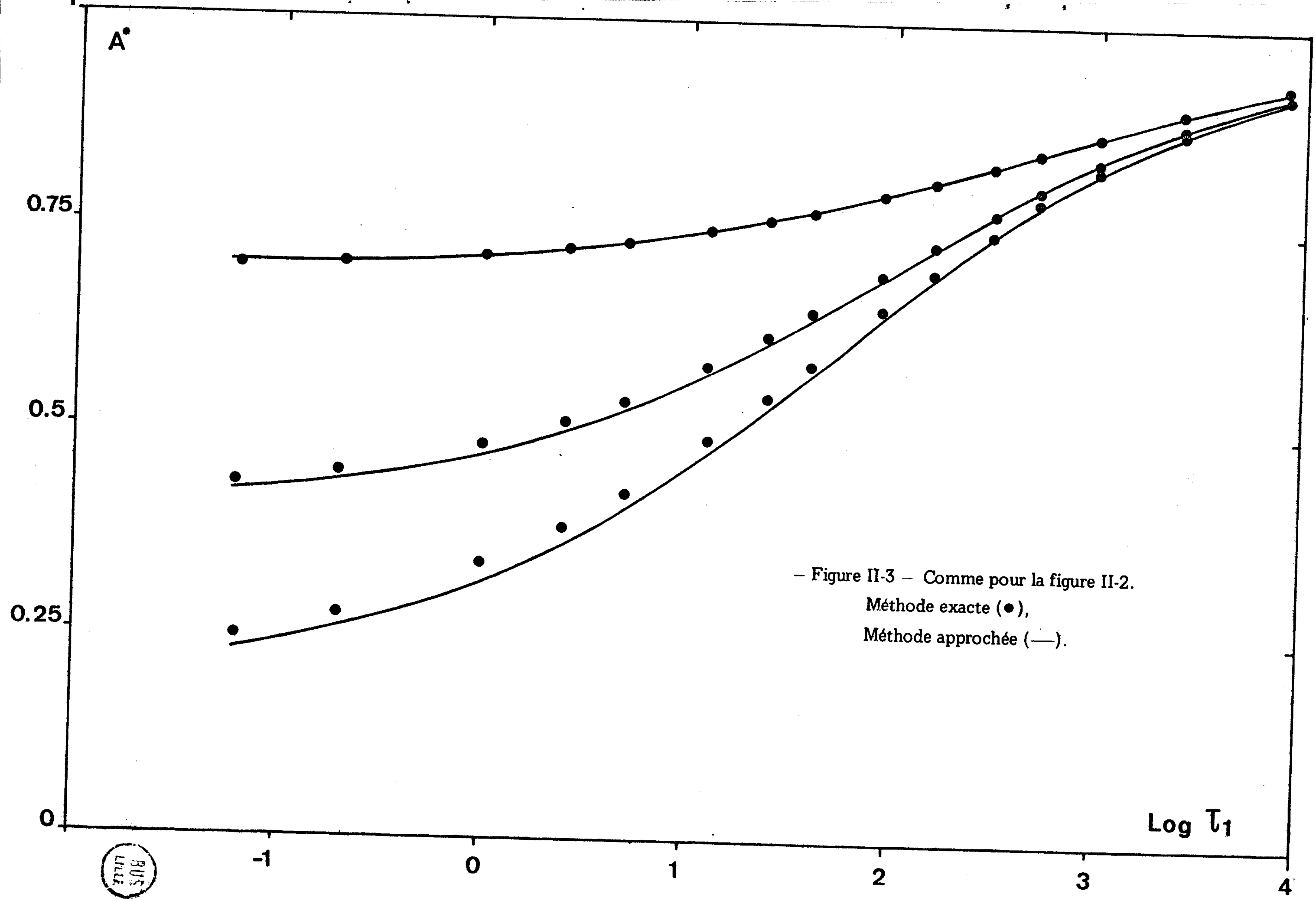
WANG (1972) ayant montré que la méthode du noyau exponentiel conduisait à une expression très simple de l'albédo sphérique dans le cas d'une couche infinie ou d'une couche conservative limitée par un sol noir, cette méthode a été retenue et étendue aux cas d'une couche finie ou stratifiée pour des reflexions de sols variables. Ce travail a fait l'objet de la Thèse de 3 ème cycle de Madame BROGNIEZ,(1975; BROGNIEZ et al, à paraitre). La précision de ces formules, largement testée en comparant leurs résultats à ceux obtenus par la méthode des Harmoniques Sphériques est excellente comme on peut le constater sur la Figure II.3. Le modèle diffusant est le même que pour la figure précédente.

II - APPLICATIONS AU SONDAGE DE VENERA 8

Le 22 Juillet 1972, la sonde Vénéra 8 mesurait le flux solaire descendant dans l'atmosphère de Vénus. Cette mesure s'est effectuée à partir d'une altitude de 50 Km jusqu'au sol avec un détecteur ayant un maximum de sensibilité spectrale à 0,68 µm. En conjugant ces mesures de flux descendant aux données de l'albédo sphérique, il était alors possible moyennant certaines hypothèses de préciser l'épaisseur optique des nuages de Vénus et leur absorption propre pour la longueur d'onde considérée.



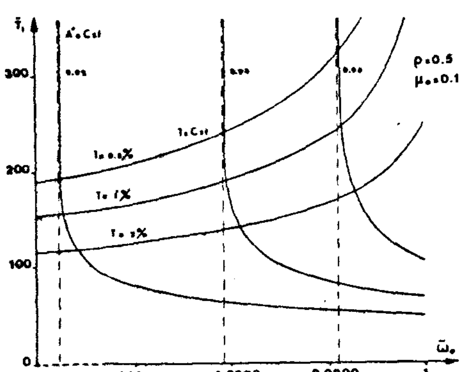
– Figure II-2 – Albédo sphérique d'une planète pour une couverture nuageuse homogène conservative surmontant une couche diffusante de réflectivité variable.



– Figure II-3 – Comme pour la figure II-2.
Méthode exacte (●),
Méthode approchée (—).

Cette étude fait l'objet de l'article n° 1; nous n'en exposerons ici que le principe.

Compte tenu de la haute réflectivité de Vénus à la longueur d'onde moyenne considérée, on doit admettre une épaisseur optique des nuages assez grande, même si ceux ci sont conservatifs. On fera alors l'hypothèse simplificatrice que les nuages sont constitués d'un seul type d'aérosols; ceux ci auront les caractéristiques déduites de la polarisation, et une échelle de hauteur arbitraire, avec toutefois une concentration suffisante pour que l'on puisse négliger l'épaisseur optique provenant de la diffusion moléculaire. On admettra de plus que la couverture nuageuse est homogène. Le problème est alors de déterminer les valeurs de τ_1 et ω_o compatibles avec les mesures du flux transmis et de l'albédo sphérique. Si on suppose la couche semi infinie à partir de celui ci on peut déduire facilement ω_o^∞. Les sols plausibles étant moins réfléchissants que les nuages eux mêmes, si l'on diminue τ_1, il faut alors augmenter ω_o pour maintenir une réflectivité constante, et la courbe τ_1 (ω_o) est décroissante pour A = cte. Mais il faut au contraire augmenter l'absorption(c'est à dire diminuer ω_o) pour garder le flux transmis et la courbe τ_1 (ω_o) est croissante pour T = constante. Si ces hypothèses sont cohérentes, la solution cherchée correspond à l'intersection des deux courbes, la condition d'existence est donnée par



Curves $\bar{\tau}_1(\tilde{\omega}_0, A = \text{const})$ and $\bar{\tau}_1(\tilde{\omega}_0, T = \text{const})$ for a homogeneous cloud with $\beta_1 = 2.134$, $\mu_0 = 0.1$, ground reflectivity $\rho = 0.5$; assumed values for A and T indicated.

Figure II.4.

$$\tau_1 \ (\ \omega_o = 1,\ A = cte) < \tau_1 \ (\ \omega_o = 1,\ T = cte\ )$$

La figure II.4 extraite de l'article n° 1 illustre ce comportement.

Si l'on envisage maintenant une structure stratifiée et si la couche supérieure est suffisamment épaisse (une épaisseur optique de l'ordre de 5 est très suffisante), les couches inférieures reçoivent un flux suffisamment diffus pour que leur coefficient de réflexion soit assimilable à l'albédo sphérique que présenteraient ces couches inférieures. A une altitude de 32 Km, Vénéra a mis en évidence une brusque discontinuité de la décroissance du flux descendant, les mesures effectuées jusqu'au sol pouvant s'interpréter par de la diffusion moléculaire. (FEIGELSON et al, 1973). Le modèle retenu a donc été un nuage homogène surmontant une atmosphère purement moléculaire s'étendant entre 0 et 32 Km. L'épaisseur optique τ_R de celle ci étant de l'ordre de 7, on peut évaluer son albédo sphérique A à 0,85. On déduit alors pour le nuage homogène supérieur une épaisseur optique de l'ordre de 150, et un albédo de diffusion simple ω_o = 0,9998. Les flux descendants ont été recalculés à partir de cette première solution approchée par la méthode plus précise des Harmoniques Sphériques. Avec les hypothèses retenues le meilleur accord est alors obtenu pour une couche d'épaisseur optique τ_1 = 135, les autres paramètres valant alors ω_o = 0,9998 ; τ_R = 7; ρ_{sol} = 0,4.

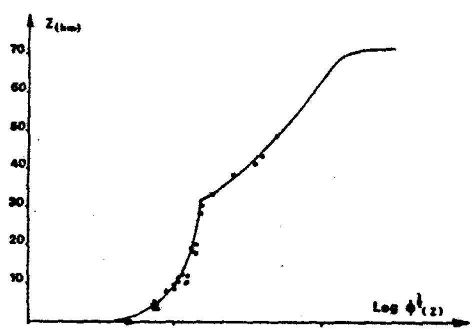


FIG. 2. Comparison between the downward fluxes measured by Venera 8 (experimental points) and computed by the spherical harmonics method; homogeneous upper layer $\bar{\omega}_0 = 0.9998$, $\bar{\tau}_1 = 135$; Rayleigh atmosphere $\bar{\omega}_0 = 1$, $\bar{\tau}_1 = 7$; ground reflectivity $\rho = 0.4$.

Figure II.5.

La comparaison avec les résultats expérimentaux est représentée figure II.5 (article n°1). Entre 0 et 32 Km, on a admis une variation de la profondeur optique proportionnelle à la pression.

Une structure à deux couches pour les nuages est également discutée dans l'article n°1 : si la couche supérieure est conservative, on aboutit sensiblement aux mêmes conclusions. La possibilité d'existence d'une couche supérieure plus absorbante que la couche inférieure est plus difficile à discuter et nécessiterait des mesures à ces altitudes.

Les derniers résultats des sondes Vénéra 9 et 10 semblent en fait indiquer que la couverture nuageuse, si elle garde dans son ensemble la structure verticale détectée par Vénéra 8, présente des variations horizontales; l'épaisseur optique τ_1 du nuage principal, en particulier semble décroître vers le point subsolaire et des particules singulières apparaissent en basse altitude. Ces résultats rejoignent les conclusions auxquelles nous ont par ailleurs conduit les analyses de la lumière rediffusée, comme on le verra au chapitre suivant. Le type d'analyse utilisé pour Vénéra 8, doit donc être raffiné en considérant que l'albédo sphérique se réfère à une épaisseur optique moyenne $< \tau_1 >$ de la couverture nuageuse de la planète, le flux descendant mesuré étant essentiellement relié à l'épaisseur optique τ_1 des nuages au point où s'est effectué le sondage. Ceci nécessite alors de connaître les flux descendants à diverses longueurs d'onde. Ces mesures ayant été effectuées depuis par Vénéra 9 et 10, cette généralisation est actuellement en cours et fait plus spécialement l'objet du travail de Madame BROGNIEZ.

III - PREPARATION DE LA MISSION PIONEER - VENUS

Le modèle d'atmosphère ainsi déduit des mesures de flux de Vénéra 8 nous a permis alors de préciser assez nettement les caractéristiques des flux à mesurer par Pioneer-Vénus pour un modèle d'atmosphère horizontalement homogène. Partant du flux mesuré à 0,68 µm, par Vénéra 8, ce travail a consisté à évaluer celui que l'on peut prévoir dans tout le spectre visible, compte tenu des variations du coefficient d'absorption du milieu que traduisent les variations spectrales de l'albédo sphérique de Vénus.

III - 1 - MODÈLE D'ATMOSPHÈRE DE VÉNUS

a) STRUCTURE VERTICALE

A partir des mesures de Vénéra 8, il semble raisonnable d'admettre une atmosphère purement moléculaire en dessous de 32 Km, surmontée par une couche de nuages s'étendant entre 32 et 70 Km (Fig. II.6)

b) ROLE DE LA DIFFUSION RAYLEIGH

Pour une longueur d'onde λ, l'épaisseur optique Rayleigh de la tranche d'atmosphère comprise entre les altitudes z_1 et z_2 sera calculée avec l'hypothèse d'une atmosphère de 100% de CO_2 par l'expression (GRAY et al, 1964)

$$\tau^{\lambda}_{R} (z_1 , z_2) = B (\lambda) \int_{z_1}^{z_2} \rho (z) dz = B (\lambda) \frac{P(z_1)- P(z_2)}{g}$$

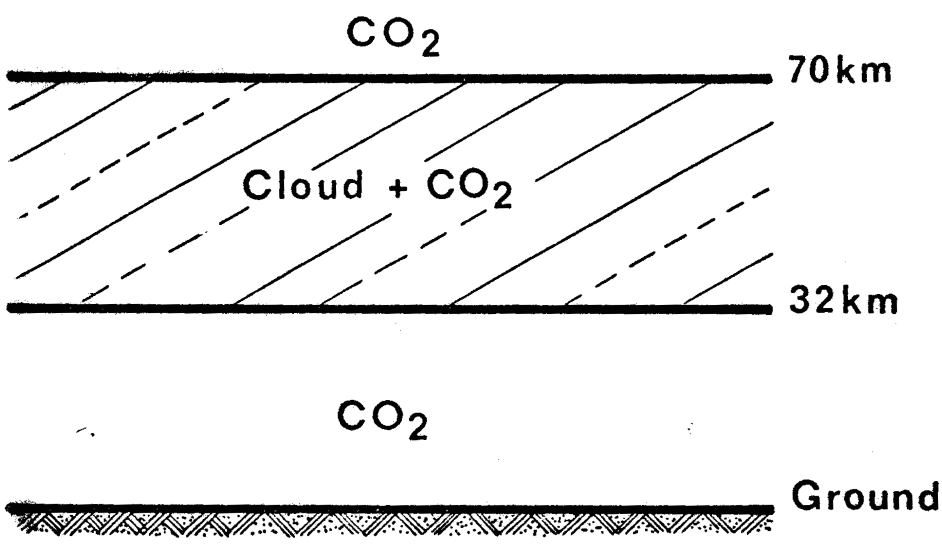
avec $g = 8,78 \text{ m.s}^{-2}$ = accélération de la pesanteur sur Vénus (MAROV, 1972)

$$B (\lambda) = \frac{32}{z} \frac{\Pi^3}{\lambda^4} \frac{(n_s - 1)^2}{A_v M A^2}$$

ou

$A_v = 6,025.10^{23}$ mole $^{-1}$ = Nombre d'Avogadro

$M = 44$ g = Masse molaire du CO_2 .



– Figure II-6 – Structure verticale de l'atmosphère de Vénus d'après Venera 8.

$$A = \frac{P_s}{RT_s} = 4,4652.10^{-5} \text{ mole. cm}^{-3}$$

n_s = indice de réfraction à la température standard T_s et à la pression P_s.

Pour le CO_2 on obtient :

$$n_s - 1 = \frac{0,06905}{156,63 - \lambda^{-2}} \quad (\lambda \text{ en } \mu m)$$

La densité ρ (z) et la pression P (z) sont connues d'après les différents sondages de Véréra 1 à 8 et a l'occultation radio de Mariner 5 en particulier. Le tableau 1 donne pour une série de longueurs d'onde les épaisseurs Rayleigh dans les 3 couches considérées.

TABLEAU II.1 : τ^{λ}_{R}

$\lambda(\mu)$	0-32 km	32 - 70 km	> 70 km
0.32	116	12.2	0.067
0.36	72.5	7.65	0.042
0.42	39.2	4.13	0.023
0.46	27.2	2.87	0.015
0.50	19.5	2.06	0.011
0.63	7.74	1.66	0.004
0.73	4.29	0.45	0.002
0.86	2.23	0.26	0.001
1.00	1.22	0.14	-

On constate que la diffusion moléculaire au dessus des nuages est négligeable pour les calculs de flux.

c) CARACTERISTIQUES DES NUAGES

Pour la longueur d'onde moyenne de 0,7 µm, on utilisera l'épaisseur optique et l'albédo de diffusion déduits dans l'hypothèse d'un nuage homogène des mesures de Vénéra 8, soit :

$$\tau^{0.7} = 135 \qquad \omega_o^{0.7} = 0.9998$$

Pour des épaisseurs optiques aussi grandes, la réflectivité des nuages est essentiellement reliée à l'absorption propre des particules et ne dépend pratiquement pas de la réflectivité du sol. On peut donc déduire ω^{λ}_{o} des mesures de l'albédo sphérique d'Irvine (1968). Les particules auront dans tout le nuage les caractéristiques déduites des mesures de polarisation (HANSEN et ARKING, 1971). La section de diffusion efficace K_{λ} et la fonction de phase P_{λ} (Θ) sont alors calculées à partir de la théorie de Mie. L'épaisseur optique à une longueur d'onde λ sera alors obtenue par la relation

$$\tau^{\lambda}_{1} = \tau_{1}^{0.7} \frac{\omega_o^{0.7}}{\omega^{\lambda}_{o}} \frac{K_{\lambda}}{K\,0.7}$$

qui traduit simplement l'invariance du nombre de particules diffusantes, les résultats sont donnés dans le tableau II.2.

TABLEAU II.2

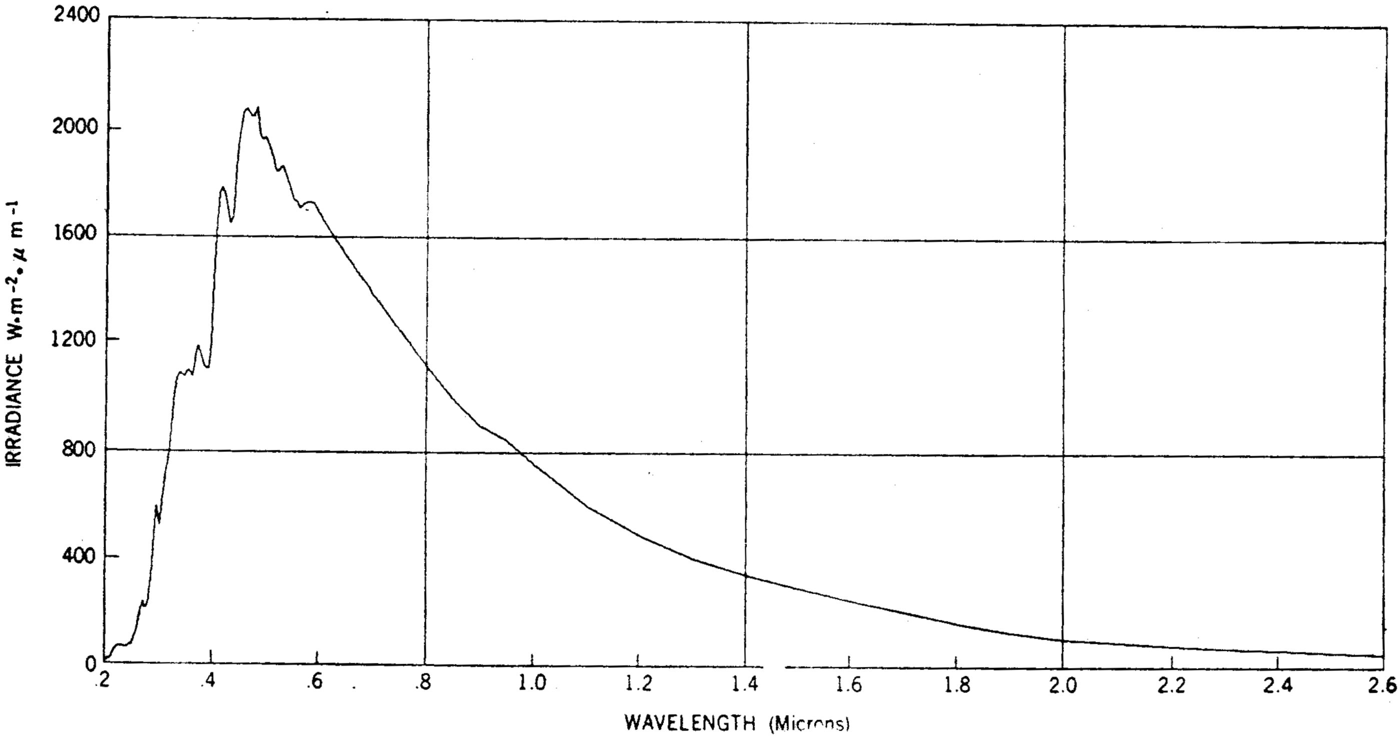
λ μ	ω_o^λ	τ_1^λ
0.32	0.9743	132.4
0.36	0.9812	133
0.42	0.9932	132.9
0.46	0.9967	132.9
0.50	0.9972	133.4
0.58	0.9996	133.5
0.63	0.9998	133
0.73	0.9997	136
0.86	0.9992	149.1
1.00	0.9992	169.1

La comparaison des tableaux II.1 et II.2 montre que l'épaisseur optique Rayleigh est négligeable si λ est supérieure à 0,5 μm. D'autre part, l'absorption étant relativement forte si λ est inférieure à 0,6 μm, le rayonnement correspondant sera absorbé dans les hautes couches des nuages ce qui justifie pleinement le modèle homogène choisi : on négligera donc la diffusion moléculaire et considérera P_λ (Θ) comme indépendante de l'altitude.

III - 2 - CALCUL DES FLUX SOLAIRES

La constante et le spectre solaires utilisés sont ceux correspondant à des mesures à haute altitude (N.A.S.A., 1972). Compte tenu de la distance moyenne Soleil-Vénus ; la constante solaire vaut 258,6 $mW.cm^{-2}$. Le spectre solaire incident est représenté figure II.7 pour l'intervalle

SOLAR SPECTRAL IRRADIANCE



The solar spectral irradiance curve for zero air mass

– Figure II-7 –

Reprinted from OPTICAL SPECTRA March 1972 spectral 0,32 µm - 1 µm, l'équation de transfert est résolue par la méthode des Harmoniques Sphériques pour une série de longueurs d'onde. Dans la présentation des résultats, les épaisseurs optiques seront reliées aux altitudes z par la relation

$$\frac{\tau_\lambda}{\tau_1^\lambda} = \frac{z_2 - z}{z_2 - z_1}$$

ou z_1 = 32 Km et Z_2 = 70 Km sont respectivement les altitudes de la base et du sommet des nuages ; ce qui suppose une répartition de particules constante en altitude. La diffusion Rayleigh étant négligeable, les résultats resteraient inchangés pour tout autre répartition des particules pour laquelle il suffirait de calculer la loi τ (z) compte tenu de l'échelle de hauteur choisie.

III - 3 - RÉSULTATS

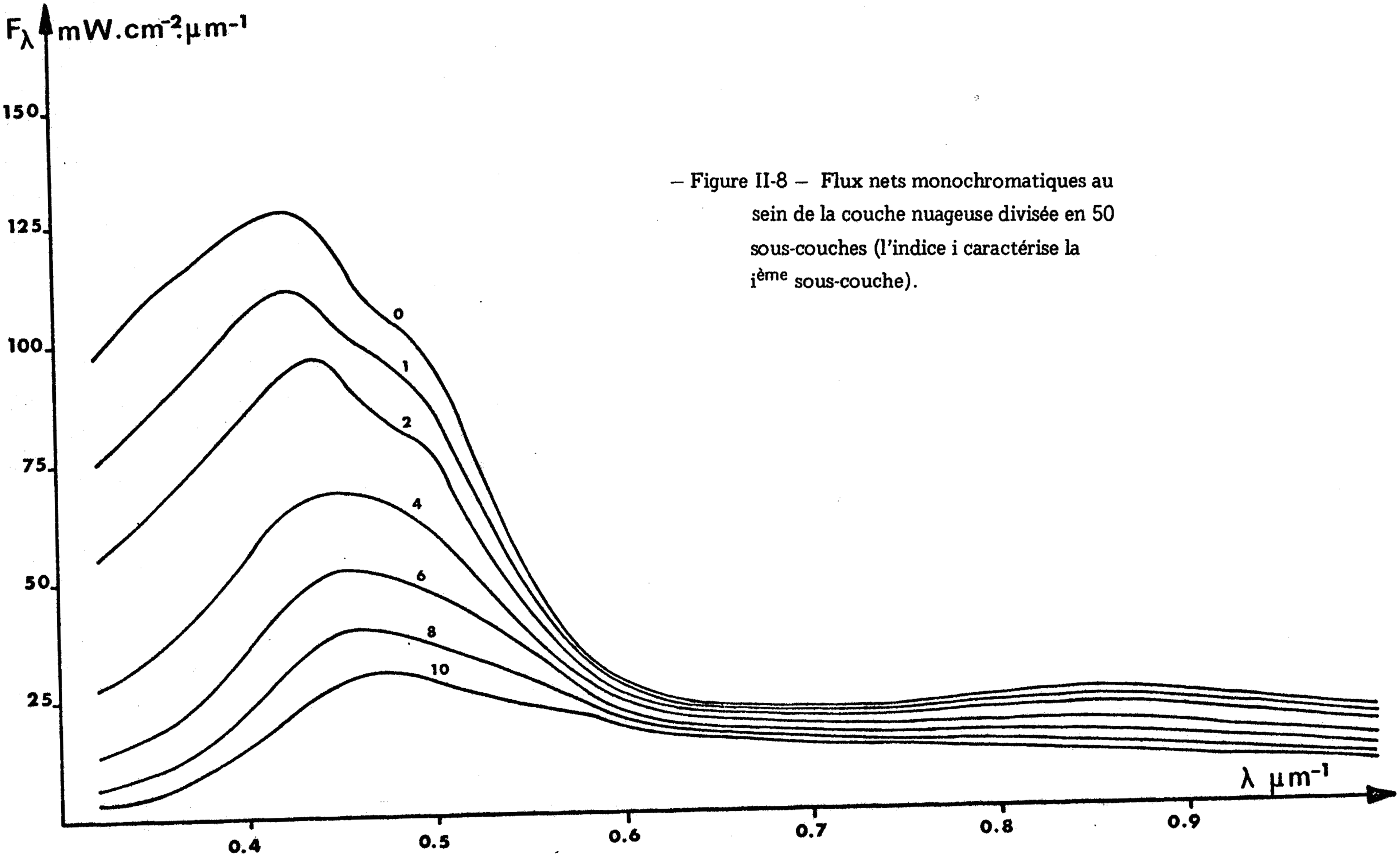
Les figures II.8 à 11 représentent la répartition spectrale des flux nets monochromatiques F_λ (z) pour différentes altitudes dans le cas d'une incidence normale. La couche nuageuse a été divisée en 50 sous couches égales (l'indice i se rapportant au sommet de la $i^{ème}$ sous couche comptée à partir du sommet.

Le flux net total (figure II.12) correspondant à l'intervalle spectral 0,32 - 1 µm, soit

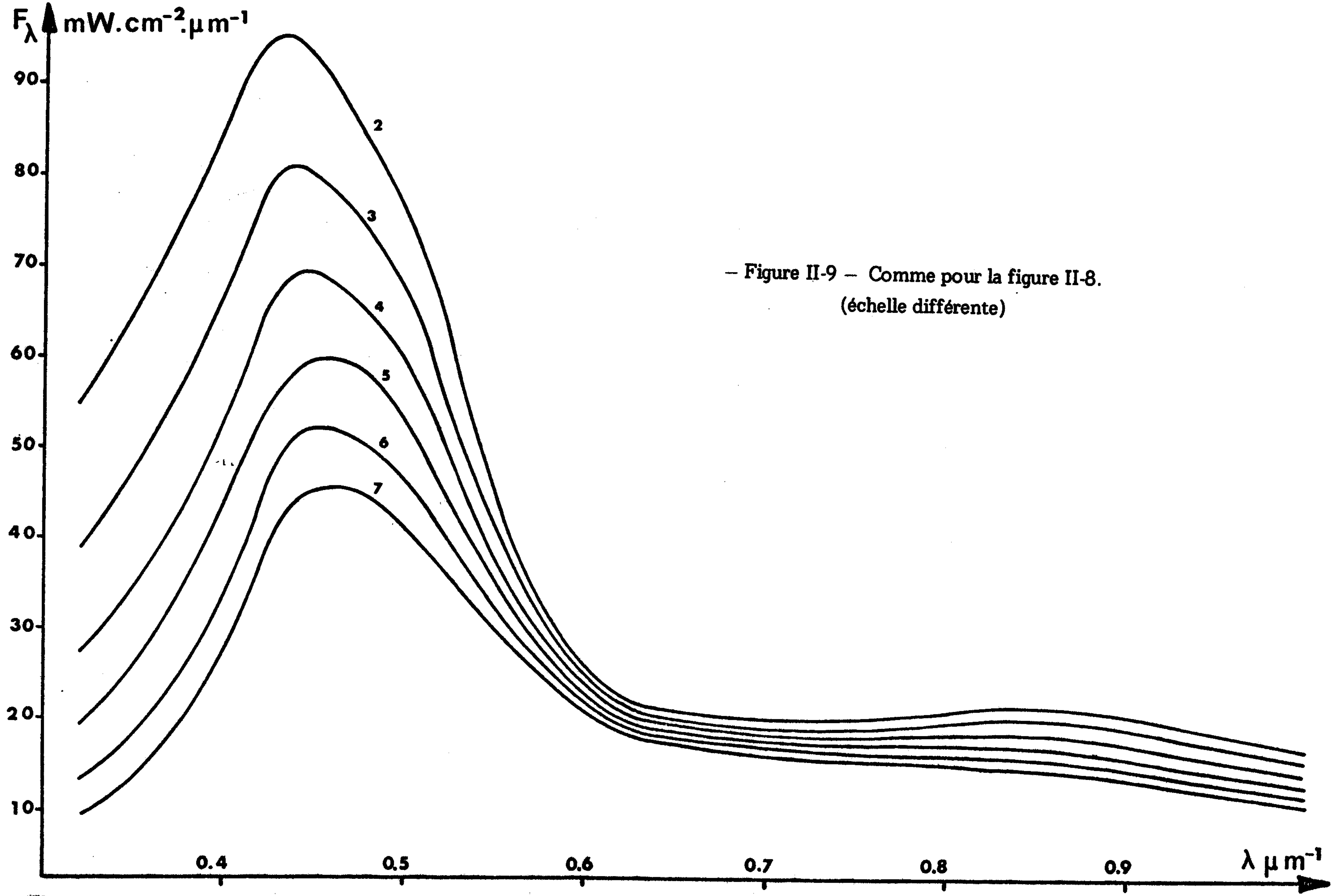
$$F\ (z) = \int_{0,32}^{1} F_\lambda\ (z)\ d\lambda$$

a été obtenu par intégration graphique des courbes II.8 à II.11.

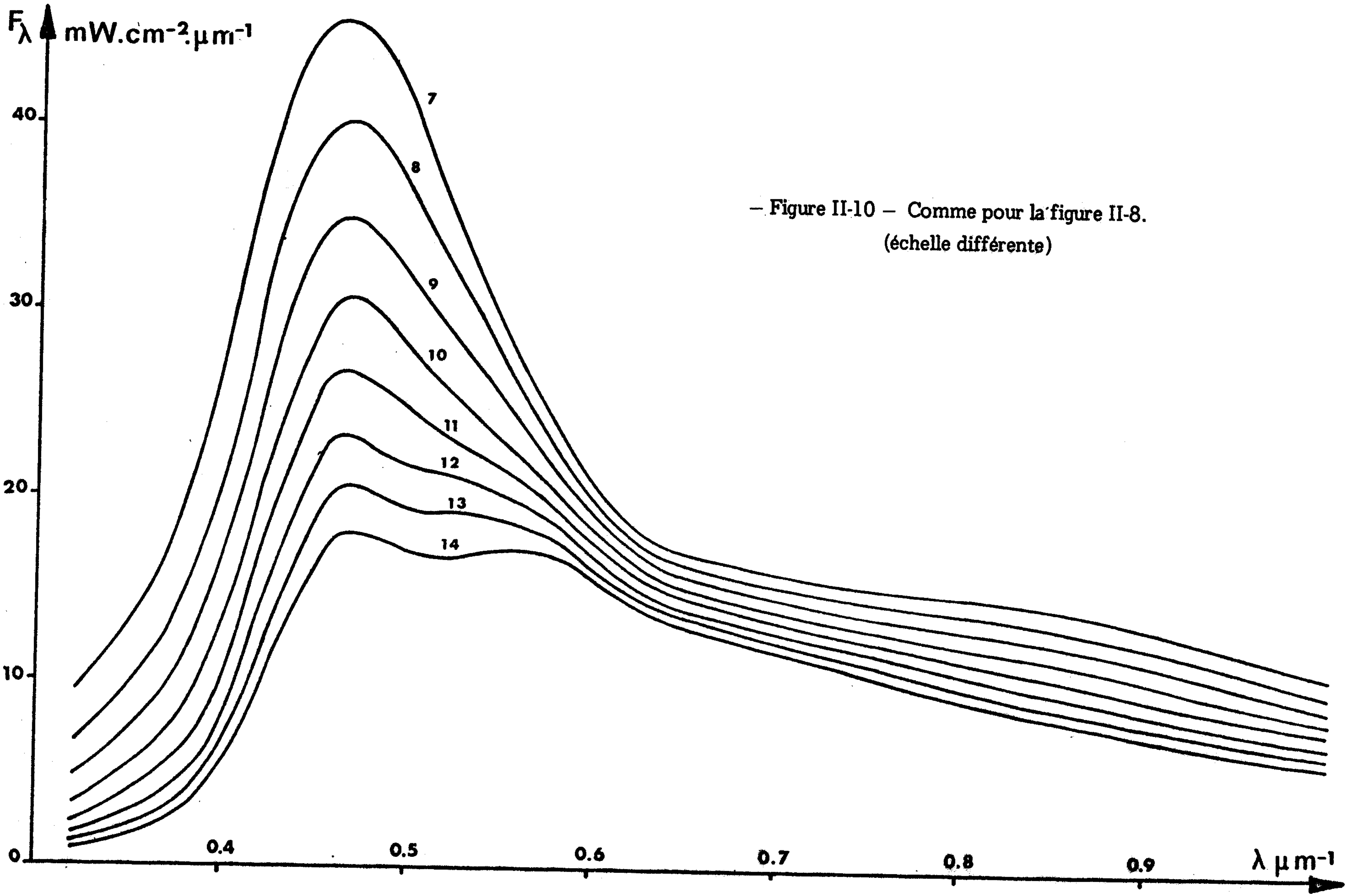
Ces résultats font apparaitre clairement la disparition très rapide du flux violet dès les premières couches atmosphériques. Cette



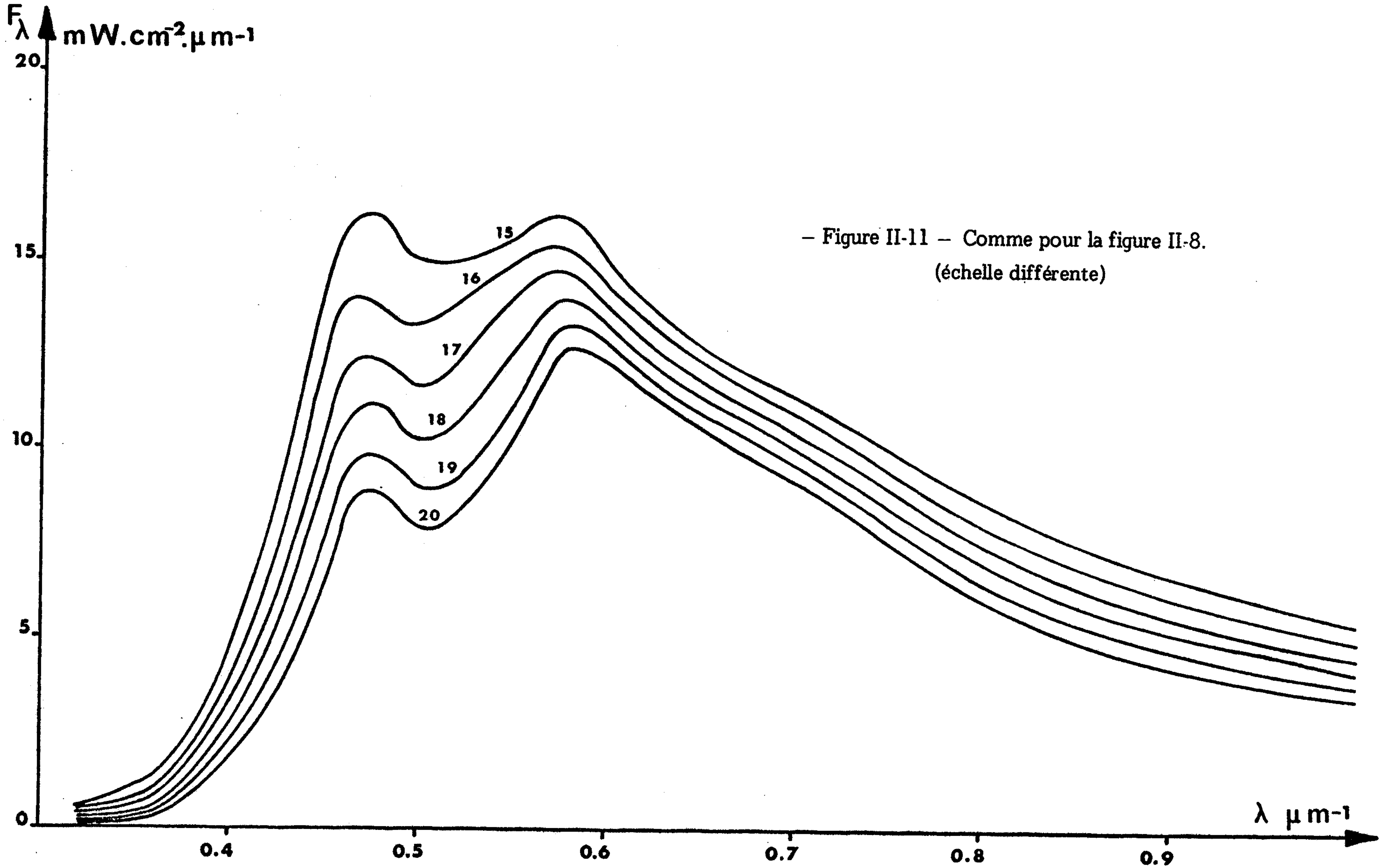
– Figure II-8 – Flux nets monochromatiques au sein de la couche nuageuse divisée en 50 sous-couches (l'indice i caractérise la i$^{\text{ème}}$ sous-couche).



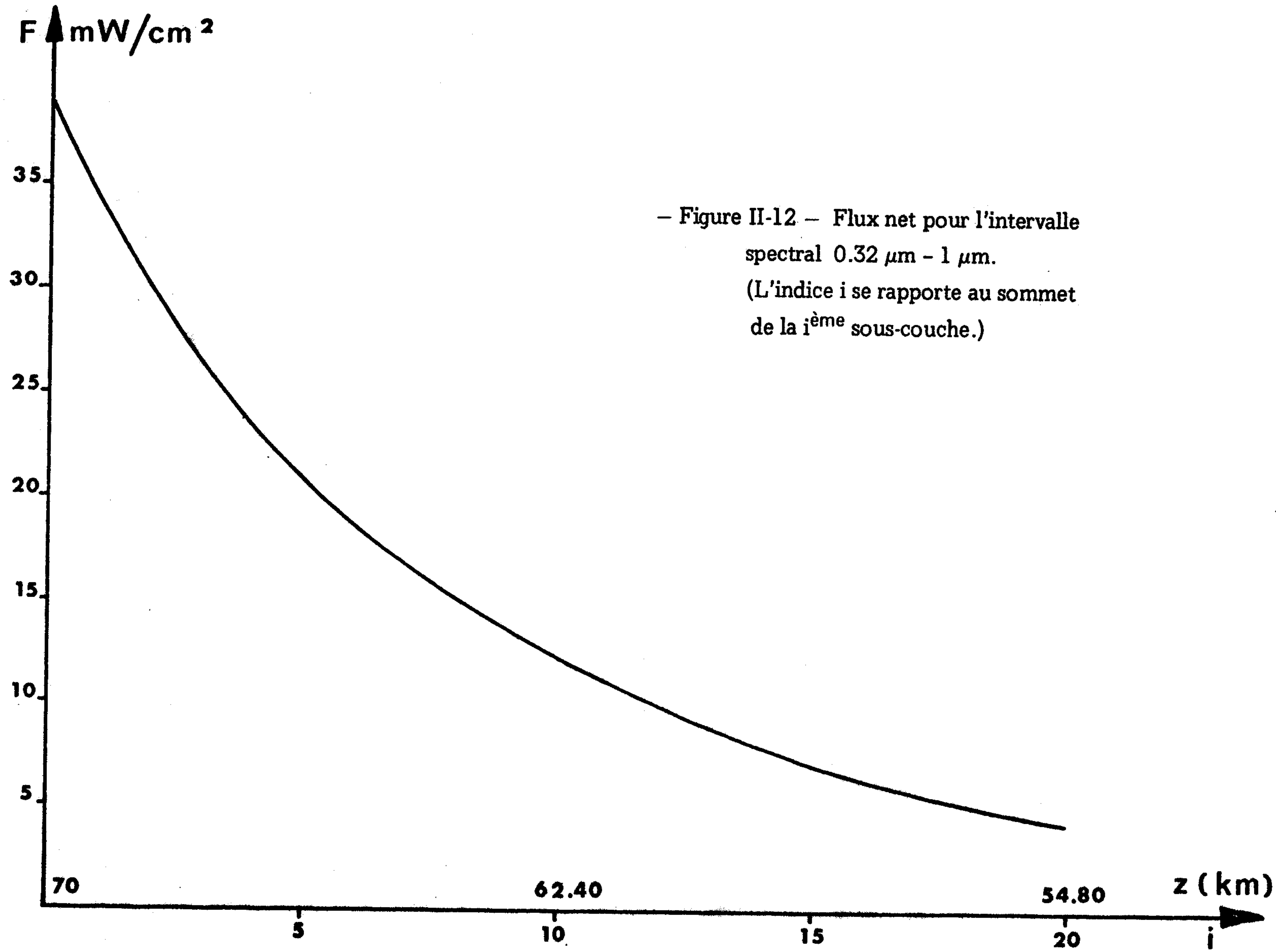
– Figure II-9 – Comme pour la figure II-8.
(échelle différente)



– Figure II-10 – Comme pour la figure II-8.
(échelle différente)



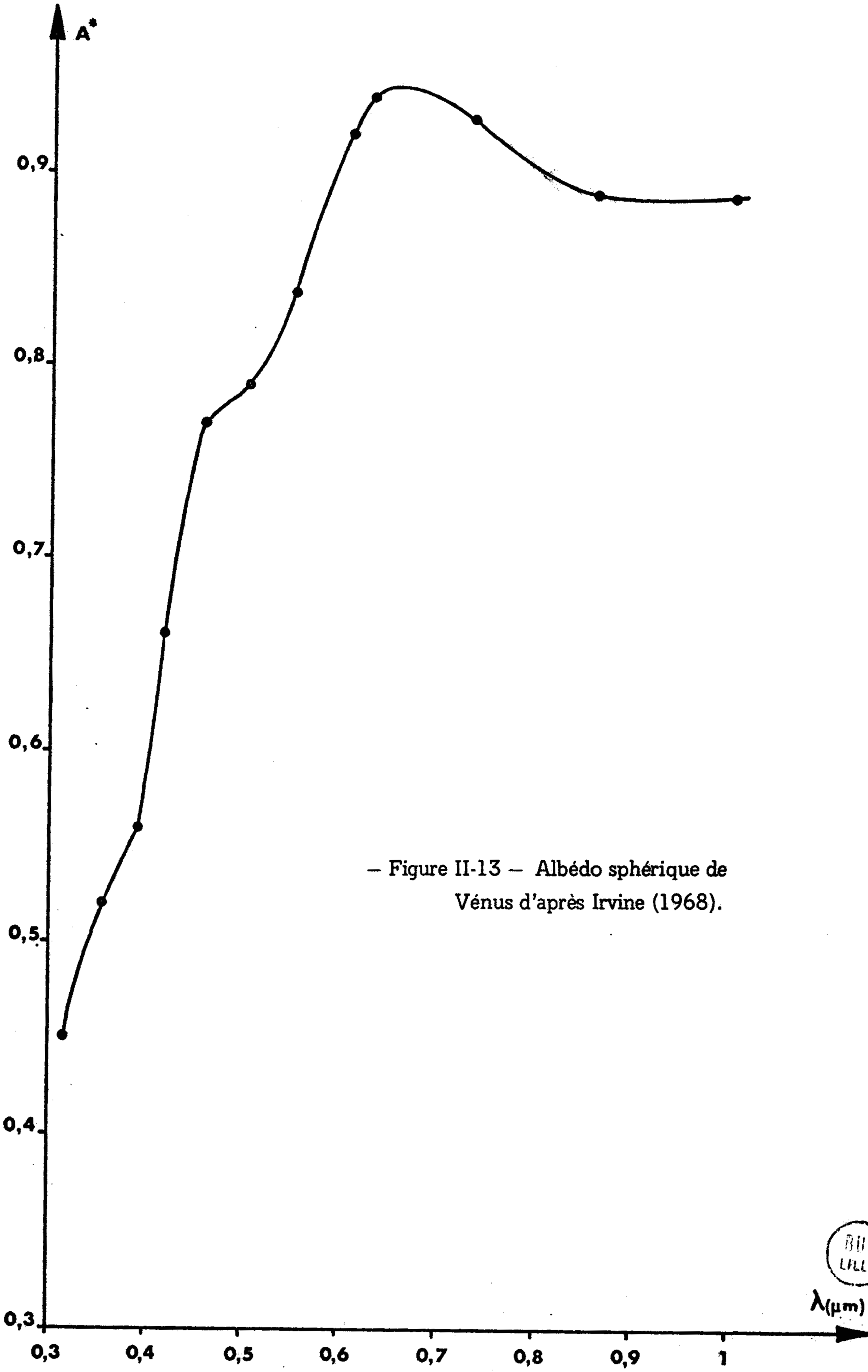
– Figure II-11 – Comme pour la figure II-8.
(échelle différente)



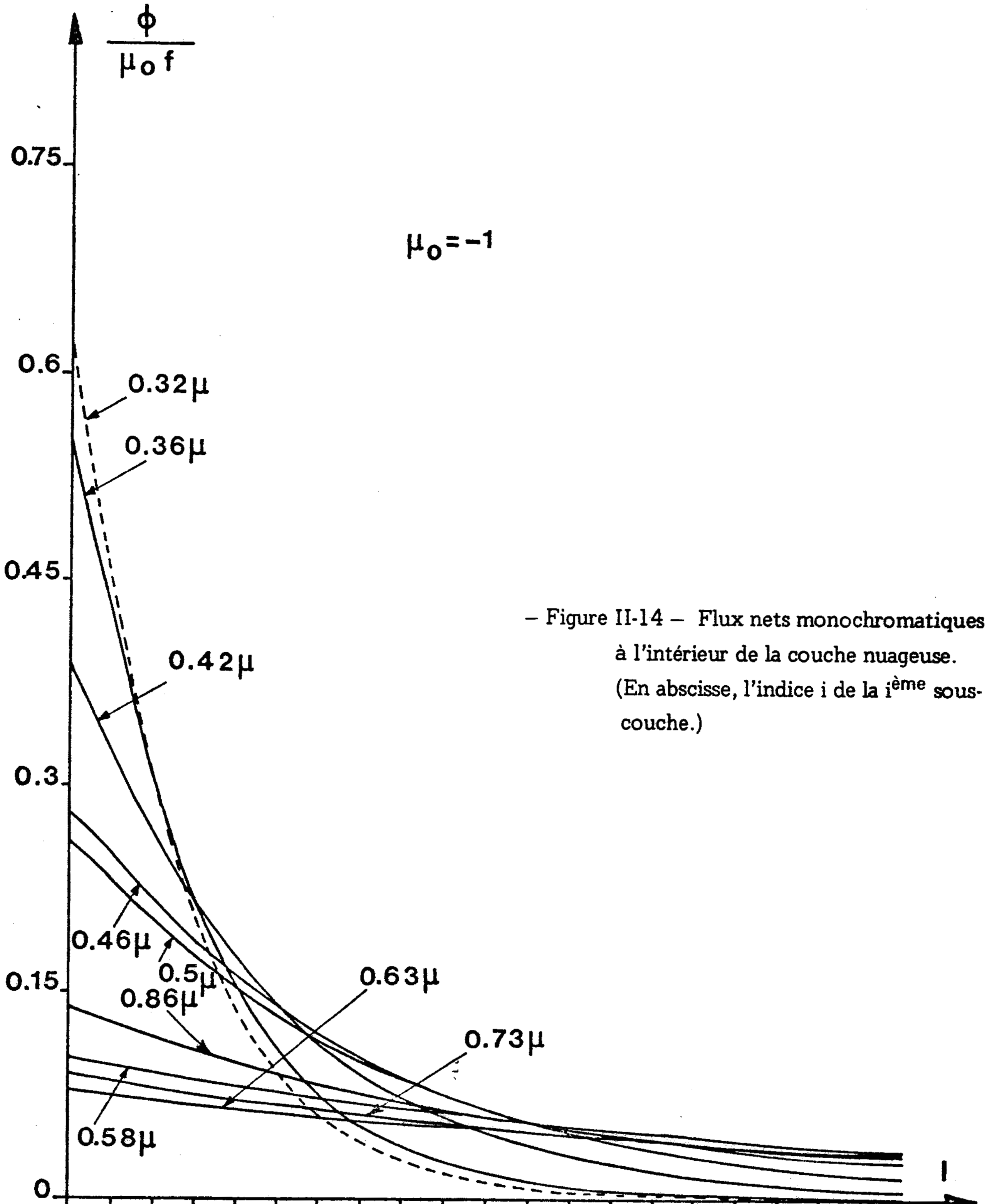
– Figure II-12 – Flux net pour l'intervalle spectral 0.32 μm - 1 μm. (L'indice i se rapporte au sommet de la $i^{ème}$ sous-couche.)

énergie solaire qui représente entre 0,30 µm et 0,45 µm environ 20% de l'énergie totale absorbée par Vénus serait donc dans ce modèle absorbée dans les dix premiers kilomètres. Il est possible que ce facteur joue un rôle prépondérant dans la rotation en quatre jours des nuages supérieurs de Vénus.

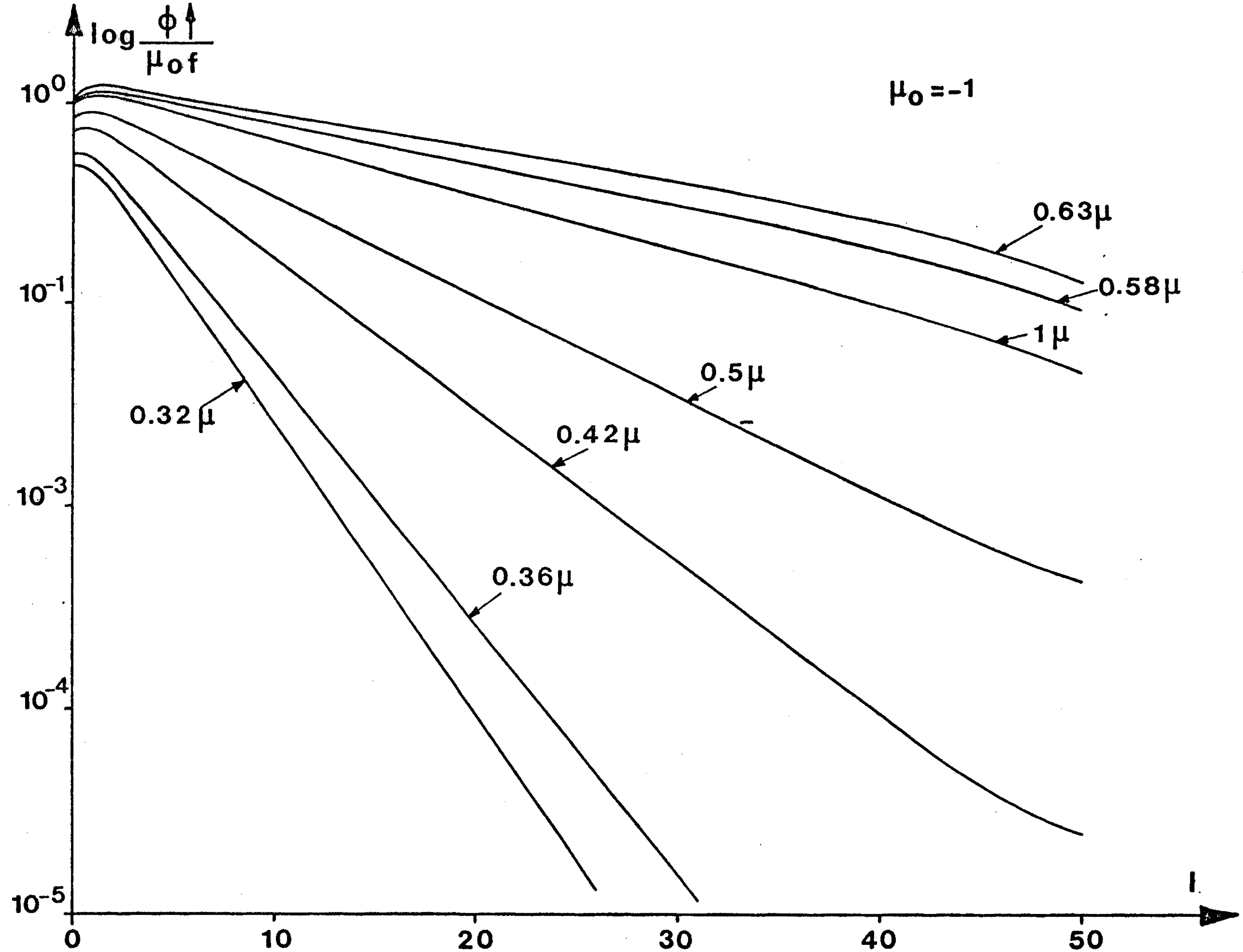
Aux grandes profondeurs, le rayonnement transmis et donc le flux net, se trouvent décalés vers le rouge. L'allure à deux bosses des courbes de flux observée aux bas niveaux correspond simplement à l'amplification de la légère anomalie de la courbe de l'albédo sphérique (Fig. II.13) autour de 0,5 µm et qui se répercute sur la valeur de ω_o^λ . Ce résultat exprime bien la grande capacité des mesures de flux à donner des informations sur la structure verticale et leur caractéristiques d'absorption surtout si l'on sépare les mesures du flux montant et du flux descendant. On a représenté figures II.14 à II.16 les variations des flux nets et des flux montant et descendant à l'intérieur de la couche, dans le cas d'une incidence normale et pour quelques longueurs d'onde. Dans l'U.V. et même dans le bleu, ces quantités sont très sensibles à la profondeur optique et leur mesure permettrait dans ce cas de localiser précisément le ou les niveaux des constituants responsables de l'absorption du rayonnement solaire au moyen des algorithmes d'inversion mis au point pour l'étude des sondages des sondes Vénéra 8, 9 et 10.



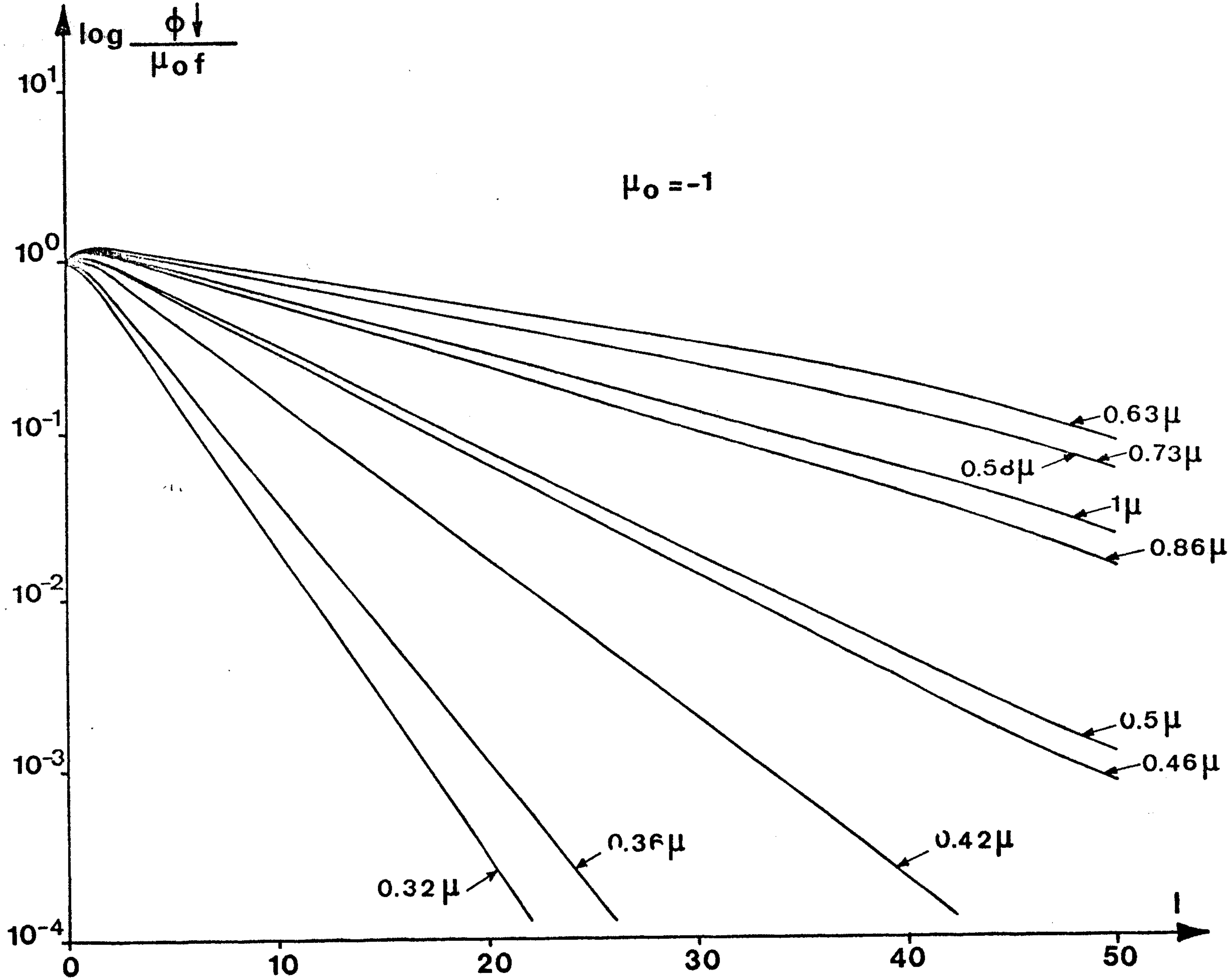
– Figure II-13 – Albédo sphérique de Vénus d'après Irvine (1968).



– Figure II-14 – Flux nets monochromatiques à l'intérieur de la couche nuageuse. (En abscisse, l'indice i de la $i^{ème}$ sous-couche.)



– Figure II-15 – Flux montant à l'intérieur de la couche nuageuse.
(En abscisse, l'indice i de la $i^{ème}$ sous-couche.)



– Figure II-16 – Flux descendant à l'intérieur de la couche nuageuse.
(En abscisse, l'indice i de la $i^{ème}$ sous-couche.)

ICARUS 24, 19–27 (1975)

ARTICLE N° 1.

Venus: Cloud Optical Depth and Surface Albedo from Venera 8

C. DEVAUX AND M. HERMAN

Laboratoire d'Optique Atmosphérique,
Université des Sciences et Techniques de Lille, France

Received May 4, 1974; revised July 25, 1974

We have used the measurements of the solar flux obtained by the Venera 8 spacecraft inside the atmosphere of Venus and the values of the Venus spherical albedo to deduce the characteristics of the clouds and of the ground. The method used is the exponential kernel approximation and the results have been tested by exact computations with the spherical harmonics method.

A cloud layer with an optical thickness $\bar{\tau}_1 \simeq 144$, an albedo for single scattering $\bar{\omega}_0 = 0.9998$ in the rear infrared, above a Rayleigh layer between 0 and 32 km and a ground of reflectivity $\rho = 0.4$, gives a good agreement with the experimental results. A model with two cloud layers is also discussed.

I. Introduction

The first measurement of the penetration of the solar flux through the Venus clouds was made by the Venera 8 spacecraft in July 1972. The downward flux $\phi\downarrow(z)$ integrated between 0.5 and 0.8μm was recorded starting at altitude $z_0 =$ 50km. First it decreases approximately by a factor 3 from z_0 to $z_1 = 32$km, then by a factor 4 from z_1 down to the ground; the intervals (z_0, z_1) and (z_1, ground) correspond to very different laws of extinction (Avduevsky *et al.*, 1973). In terms of the incident solar flux $\mu_0 f$, the results are not very accurate because the landing point is not very well located (Sun at $5^\circ.5 \pm 2^\circ.5$ above the horizon). However the measurements give approximately $\phi\downarrow(z_0) \simeq 0.15\,\mu_0 f$, $\phi\downarrow(z_1) \simeq 0.05\,\mu_0 f$ and $\phi\downarrow$ (ground) $\simeq 0.01$ to $0.015\mu_0 f$, that is, about 1% of the solar flux is transmitted to the ground.

The first interpretations of these measurements (Avduevsky *et al.*, 1973; Feigelson *et al.*, 1973) have shown that, between the ground and altitude z_1, the molecular scattering of the CO_2 atmosphere could by itself explain the observed variation of the flux. Between the levels z_1 and z_0, various models of aerosols can be evolved. Feigelson *et al.* (1973) suggest two solutions: a cloud without absorption, of optical thickness $\bar{\tau}_1$ between 20 and 50, or a thin cloud ($\bar{\tau}_1 \simeq 2$ or 3) with a rather strong absorption (albedo for single scattering $\omega_0 \simeq 0.95$). The analysis was made using Schwarzschild's approximation and for a mean wavelength. The conclusions of Titarchuk (1973) are rather similar, this author specifying that the higher aerosols transmit mostly red; this is in good agreement with the small value of the spherical albedo of Venus in the blue, which suggests a stronger absorption of the cloud for the short wavelengths.

Here our purpose is to combine these results with the values of the spherical albedo obtained by Irvine (1968), and with the conclusions deduced by Hansen and Arking (1971) and Hansen and Hovenier (1974). With some homogeneity conditions, one can deduce a rough value of the total optical thickness of the Venus cloud layer, of the albedo for single scattering and the ground albedo. We will limit ourselves to a calculation for the mean wavelength 0.7μm. The solar flux, the sensitivity of the Venera 8 detector and the Venus spherical albedo (therefore probably the flux extinction) do not vary much around this wavelength, and the approximation must be valid for a first analysis.

The equation of transfer will be solved in the exponential kernel approximation first proposed by Wang (1972) and then generalized by Herman *et al.* (1973) to a stratified atmosphere. The accuracy is sufficient and of the same order as the one obtained in the Schwarzschild approximation, but it will be seen that the exponential kernel method leads to a very convenient formulation of the problem.

II. Approximate Expressions of the Spherical Albedo and of the Net Flux

Let us consider a uniform homogeneous planetary atmosphere, of optical thickness $\tilde{\tau}_1$, bounded by a ground following Lambert's law with an albedo ρ. The phase function of the atmosphere is $p(\theta)$ and the albedo for single scattering is $\tilde{\omega}_0$. The planetary albedo A^* is given by

$$\frac{1+A^*}{1-A^*} = u_\infty = u\left\{\frac{1+\delta\tanh\tau_1}{\delta+\tanh\tau_1}\right\} \qquad (1)$$

and the net flux $4\pi F(\tau)$ in the atmosphere, at a point where the sun is at the zenith angle $\theta_0 = \text{arc}\cos\mu_0$, by

$$4\,\pi F(\tau) \simeq \frac{\mu_0 f\gamma^2\,(b^2\mu_0{}^2-1)}{(b^2-a\omega_1)\,(\gamma^2\mu_0{}^2-1)} \times\left\{-\exp[-\tau/(\mu_0\gamma)] + \psi\frac{\sinh(\tau_1-\tau)+\delta\cosh(\tau_1-\tau)}{(1+\delta u)\sinh\tau_1+(\delta+u)\cosh\tau}\right\}. \qquad (2)$$

These approximate expressions are obtained by replacing the exponential integrals $E_2(t)$ and $E_3(t)$ by ae^{-bt} and ae^{-bt}/b, respectively ($a = 3/4$, $b = 3/2$), in the equation of transfer. The phase function has been first expanded into the very approximate form (Wang, 1972)

$$\tilde{\omega}_0 p(\theta) \simeq \omega_0 + \omega_1\cos\theta. \qquad (3)$$

In Eq. (1) and (2), $\mu_0 f$ is the incident solar flux and we have written

$$\begin{aligned} u &= [(b^2-a\omega_1)\,(1-\omega_0+a\omega_0)/(1-\omega_0)]^{1/2}/b,\\ \delta &= u(1-\rho)/(1+\rho),\\ \gamma &= (b^2-a\omega_1)/(bu),\\ \psi &= 1+u(b/\gamma-\gamma\mu_0)/(b\mu_0-1),\\ \tau &= \gamma\tilde{\tau}. \end{aligned} \qquad (4)$$

We notice that, if the absorption is not too large, the reduced variable τ is much smaller than the real optical thickness $\tilde{\tau}$. In relation (2) we have neglected the terms in exp $(-\tilde{\tau}_1/\mu_0)$ which are to be considered only for very thin ($\tilde{\tau}_1 < 1$) or very absorbing layers. For the thick layers ($\tilde{\tau}_1 > 5$) and the scattering medium which we will have to consider, it will be enough to take in (3) $\omega_0 = \tilde{\omega}_0$ and $\omega_1 = \tilde{\omega}_0\beta_1$, where $\beta_1 = 3\langle\cos\theta\rangle$. In this case, A^* is obtained with an accuracy of about 1% and relation (2) of the flux, which increases in precision as $\tilde{\tau}$ and μ_0 increase, remains accurate at 10% for $\mu_0 \simeq 0.1$ and $\tilde{\tau}_1 > 5$.

Finally these expressions can be generalized for a stratified atmosphere. In the case of two homogeneous superposed layers, in the same approximation and with the same accuracy, the spherical albedo of the planet is given by the same equation (1), with only the ground albedo, in δ, being replaced by the spherical albedo $A^{*\prime}$ of the lower layer, which is given by

$$\frac{1+A^{*\prime}}{1-A^{*\prime}} = u'\left\{\frac{1+\delta'\tanh\tau_1'}{\delta'+\tanh\tau_1'}\right\}, \qquad (5)$$

where $\delta' = (1-\rho)/(1+\rho)$.

The same procedure can be applied to the calculation of the net flux by (2), if the upper layer is thick enough and not too absorbing ($\tilde{\tau}_1 > 5$, $\tilde{\omega}_0 > 0.9$).

More generally in an optically thick layer, under an optical thickness of about 5, the radiation field is diffuse enough to allow us to write

$$\begin{aligned} &\Phi\!\uparrow\!(\tilde{\tau})/\Phi\!\downarrow\!(\tilde{\tau}) = A^*(\tilde{\tau}),\\ &\Phi\!\downarrow\!(\tilde{\tau}) = 4\pi F(\tilde{\tau})/[A^*(\tilde{\tau})-1], \end{aligned} \qquad (6)$$

where $A^*(\tilde{\tau})$ is the spherical albedo of the part of the atmosphere contained between the level $\tilde{\tau}$ and the ground. Therefore relations (1) and (2) make it possible to calculate the upward flux $\Phi\!\uparrow\!(\tilde{\tau})$ and the downward flux $\Phi\!\downarrow\!(\tilde{\tau})$ inside the layer.

III. Optical Thickness of a Homogeneous Cloud

An approximate value of the total optical thickness of the Venus clouds is sought from the Venera 8 sounding. The simplest hypothesis is to assume only one type of aerosol with an arbitrary height profile but with a concentration large enough to give an optical thickness of the cloud such that the optical thickness due to molecular scattering can be neglected. Then all that remains is to determine the values of $\bar{\tau}_1$ and ω_0 which are compatible with measured values of the outgoing flux (that is of A^*) and of the transmitted flux [or $T = \Phi\downarrow(\text{ground})/\mu_0 f$]. There is only a single solution to the problem if it exists. Let us choose the phase function of the medium and the ground albedo ρ. If we first assume a semiinfinite layer from the measured value of A^* and relation (1), which becomes with $\tanh \bar{\tau}_1 = 1$,

$$(1 + A^*)/(1 - A^*) = u_\infty = u(\tilde{\omega}_0{}^\infty), \quad (7)$$

we can deduce the value $\tilde{\omega}_0{}^\infty$ of the albedo for single scattering of the particles corresponding to this case.

Considering the large reflectivity of Venus for the wavelength 0.7μ, it is reasonable to assume a ground less reflecting than the cloud itself. Therefore, if we postulate a higher level for the ground, we must increase $\tilde{\omega}_0$ in order to keep the same outgoing flux, and the curve $\bar{\tau}_1(\tilde{\omega}_0)$, for $A^* = \text{const}$ will be decreasing with $\tilde{\omega}_0 > \tilde{\omega}_0{}^\infty$. Simultaneously it is necessary to increase the absorption (or to decrease $\tilde{\omega}_0$) to keep the same transmitted flux and the curve $\bar{\tau}_1(\omega_0)$ for $T = \text{const}$ will be increasing. If the hypotheses are coherent, the solution sought will correspond to the intersection of the two curves; the condition of existence is immediately obtained and requires

$$\bar{\tau}_1(\tilde{\omega}_0 = 1, A^* = \text{const}) < \bar{\tau}_1(\tilde{\omega}_0 = 1, T = \text{const}). \quad (8)$$

It is also easy to establish, if we pass to the limit, that for a conservative layer, relations (1) and (2) are turned into

$$\frac{1 + A^*}{1 - A^*} = \frac{(1 + \rho) + (1 - \rho)(3 - \beta_1)\bar{\tau}_1/2}{(1 - \rho)} \quad (9)$$

and

$$\frac{(\rho - 1)\mu_0 f}{4\pi F(\bar{\tau}_1)} = \frac{1}{T} = \frac{2 + (1 - \rho)(3 - \beta_1)\bar{\tau}_1/2}{(b\mu_0 + 1)} \quad (10)$$

and relation (8) can be written

$$\rho > 1 - (b\mu_0 + 1)(1 - A^*)/2T \quad (11)$$

with the assumption $\rho < A^*$.

In our hypothesis of homogeneity the characteristics of the particles can be deduced from the polarization measurements. Hansen and Arking (1971) have shown that these measurements can be explained by spherical particles with a refractive index $m \simeq 1.46$ and a size distribution $n(r) = n_0 r^6 \exp(-7.5r)$. By expanding into Legendre polynomials the corresponding phase function for $\lambda = 0.7\,\mu\text{m}$, one obtains $\beta_1 \simeq 2.134$. For the same wavelength Irvine (1968) gives $A^* \simeq 0.94$, and the CO_2 molecular atmosphere of Venus has a Rayleigh optical thickness $\bar{\tau}_R \simeq 7$. These values of A^* and β_1 give $\tilde{\omega}_0{}^\infty = 0.9998$. The Venera 8 sounding gives $T \simeq 5$ to 2% for $\mu_0 = 0.1$. In these conditions relation (11) is always satisfied and the ground reflection can take any value. We will have to look for the variation of the solution $(\bar{\tau}_1, \tilde{\omega}_0)$ with ρ.

We have drawn on Fig. 1, for $\rho = 0.5$ and $\beta_1 = 2.134$, a few curves $\bar{\tau}_1(\tilde{\omega}_0, A^* = \text{const})$ and $\bar{\tau}_1(\tilde{\omega}_0, T = \text{const})$, which show how the imprecision of the measurements

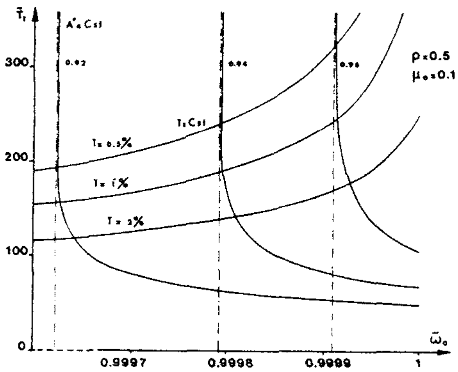


FIG. 1. Curves $\bar{\tau}_1(\tilde{\omega}_0, \text{A} = \text{const})$ and $\bar{\tau}_1(\tilde{\omega}_0, T = \text{const})$ for a homogeneous cloud with $\beta_1 = 2.134$, $\mu_0 = 0.1$, ground reflectivity $\rho = 0.5$; assumed values for A and T indicated.

can affect the result. In our case, where $\tilde{\tau}_1$ is large, the influence of the ground on A^* is weak and a good approximation is obtained by simply replacing $\tilde{\omega}_0$ by $\tilde{\omega}_0{}^\infty$ in (2). For a better accuracy, this result can be improved by iteration; but it is better to establish directly a nearly rigorous solution of the problem. This solution as we have seen corresponds to $\tilde{\omega}_0 > \tilde{\omega}_0{}^\infty$ and we are sure that $1/\gamma$ is large (>75); the terms in γ^2 and $\exp(-\tilde{\tau}_1/\mu_0)$ are negligible in (2) which becomes, for $\tilde{\tau} = \tilde{\tau}_1$ and after simplification

$$(1 + \delta u)\sinh \tau_1 + (\delta + u)\cosh \tau_1 = u(b\mu_0 + 1)/[T(\rho + 1)]. \quad (12)$$

Equations (1) and (12) then give

$$\cosh \tau_1 = y(\delta - x)/x(\delta^2 - 1), \quad (13)$$

$$\sinh \tau_1 = y(\delta x - 1)/x(\delta^2 - 1), \quad (14)$$

where we have written

$$x = \frac{\mu_\infty}{u} = \frac{(1 + A^*)}{(1 - A^*)}\frac{1}{u},$$
$$y = \frac{(b\mu_0 + 1)}{T(1 + \rho)}\frac{u_\infty}{1 + u_\infty} = \frac{(1 + A^*)\,(b\mu_0 + 1)}{2T(1 + \rho)}. \quad (15)$$

By squaring relations (13) and (14)

$$x^2 = \frac{y^2 - \delta^2 x^2}{y^2 - 1} \quad \text{and}$$
$$(\delta^2 - 1) = \frac{y^2(\delta^2 x^2 - 1)}{y^2 - \delta^2 x^2},$$

where δx and y are known. We will finally deduce $\tilde{\omega}_0$ from $x^2 \simeq (1 - \tilde{\omega}_0)/1 - \tilde{\omega}_0{}^\infty)$ and τ_1 from $\cosh \tau_1$ or $\sinh \tau_1$. After some simplifications, we get

$$\tilde{\omega}_0 = \tilde{\omega}_0{}^\infty + (1 - \tilde{\omega}_0{}^\infty)[(z^2 - 1)/(y^2 - 1)],$$
$$\tilde{\tau}_1 = \frac{1}{\gamma}\operatorname{argcosh}\frac{1}{y}\left(\frac{y^2 + z}{1 + z}\right), \quad (16)$$

where

$$z = \delta x = (1 - \rho)(1 + A^*)/(1 + \rho)(1 - A^*).$$

Table I gives for $\rho = 0.5$ and 0.8 the values of $\tilde{\tau}_1$ obtained for $A^* = 0.92$, 0.94 and 0.96 and $T = 0.5$, 1.5 and 2%. The lack of precision of ρ has a very small effect. The inaccuracy of μ_0 is completely negligible if we assume that T is known and let only the factor $(b\mu_0 + 1)$ vary in (16); the error as regards the landing point is important only insofar as it gives an inaccurate value for $T = \phi\!\downarrow(\text{ground})/\mu_0 f$. We have not reported for each value of T and ρ the corresponding value of $\tilde{\omega}_0$ which is always very near to $\tilde{\omega}_0{}^\infty$; we have for

$A = 0.92$, $\tilde{\omega}_0{}^\infty = 0.999624$;
$A = 0.94$, $\tilde{\omega}_0{}^\infty = 0.999793$;
$A = 0.96$, $\tilde{\omega}_0{}^\infty = 0.999910$.

Some comments must be made about these values. First, one can notice the large imprecision of the final result ($\tilde{\tau}_1 \sim$ 100 to 400). With T between 0.5 and 2%, we can hope the inaccuracy of the Venera 8 measurements is taken into account. But the lack of precision upon A^* is certainly larger than 2% [$\Delta A^* \sim 9\%$, from Irvine (1968)] and it is clear that only very qualitative results can be deduced from the now available data.

It will also be noticed that the assumed homogeneity of the cloud (that is β_1 and $\tilde{\omega}_0$ not dependent of z) is probably not a

TABLE I

Optical Thickness $\tilde{\tau}_1$ of a Homogeneous Cloud

	$\rho = 0$			$\rho = 0.5$			$\rho = 0.8$		
A	0.92	0.94	0.96	0.92	0.94	0.96	0.92	0.94	0.96
$T = 0.5\%$	160	195	253	193	241	324	233	298	414
1%	123	146	183	155	191	249	194	246	337
1.5%	102	120	146	134	162	207	172	216	292
2%	88	102	122	119	142	178	156	195	260

good hypothesis, with the model of a unique cloud going from the ground to the top of the atmosphere, unless one assume the particles are mostly located near the ground. But this first model is only given to show clearly the principle of the method of analysis. We will see in the next part that the bottom of the cloud probably sits at the level $z = 32\,\mathrm{km}$; then the molecular atmosphere and the scattering particles are approximately separated, so that one can avoid the difficult problem of choosing a mixing ratio versus z between particles and CO_2.

IV. Effect of a Clear Lower Atmosphere

An important result of the Venera 8 sounding is to have shown a sharp discontinuity in the decrease of the flux at about an altitude of 32km. Generally by choosing the density of the particles, their phase function and their single scattering albedo, it is always possible to find an infinity of models representing the only measurement of the downward flux $\phi{\downarrow}(z)$ between two altitudes. But in the interval (0.32 km) we are sure of the Rayleigh scattering component and it is able by itself to explain the variation of $\phi{\downarrow}(z)$, as has been shown by Feigelson *et al.* (1973). Therefore it seems unlikely that there could exist an aerosol in this layer, at least with an important number density. If not, we would have to fix this number density versus the altitude in a very particular way to again fit the curve $\phi{\downarrow}(z)$.

Therefore we will now consider the more realistic model of a homogeneous cloud (always with the Hansen and Arking characteristics) above a pure molecular atmosphere with an optical thickness $\bar{\tau}_R = 7$, and we will use the transmitted flux at $z = 32\,\mathrm{km}$, which gives $T' \simeq 0.05$.

For our problem, the presence of this Rayleigh layer is very interesting, because it will strongly screen the ground and practically eliminate the uncertainty of ρ. Indeed, we have mentioned before that, inside the medium, the upward flux can be deduced from the spherical albedo A^* of the lower layer. At the level of 32km, the spherical albedo of the conservative Rayleigh layer is given by (9) with $\beta_1 = 0$ and $\bar{\tau}_R = 7$, that is,

$$A_R^*(32) = 1 - \frac{2}{(1+\rho)/(1-\rho) + (3/2)\,\bar{\tau}_R + 1} \tag{17}$$

and if ρ varies from 0 to 0.8, it can be noted that A^*_R (32) varies only from 0.83 to 0.90.

But we can push our deductions further. If the lower atmosphere is purely molecular, therefore nearly conservative at $\lambda = 0.7\,\mu\mathrm{m}$, the conservation of the flux makes it possible to deduce the reflectivity of the ground from the measurements of the downward flux.

In our approximation $\phi{\downarrow}(32) - \phi{\uparrow}(32) = \phi{\downarrow}$ (ground) $- \phi{\uparrow}$ (ground) gives $\phi{\downarrow}(32)\{1 - A^*_R(32)\} = \phi{\downarrow}$ (ground) $(1-\rho)$ and with (17),

$$\rho \simeq 1 - \left[\frac{\phi{\downarrow}(32)}{\phi{\downarrow}(\text{ground})} - 1\right]\frac{4}{3\bar{\tau}_R}, \tag{18}$$

which gives here $\rho \simeq 0.4 \sim 0.5$.

The accuracy could be rather good, because only relative measurements enter into relation (18) and the dispersion of the Venera 8 measurements seems small. Of course the result depends on the hypothesis that the lower atmosphere is clear. In addition this result is very sensitive to the value $\bar{\tau}_R$, therefore to the mean wavelength adopted as representative of the transmitted solar flux. A more rigourous nonmonochromatic treatment would be worth developing.

Thereafter in order to obtain $\bar{\tau}_1$ we have to replace ρ in (16) by the value (17) of A_R^* (32) (which is $A^* = 0.85$ for $\rho \simeq 0.4$) and to use for T the downward flux at $z = 32\,\mathrm{km}$ (T around 5%). The results obtained are reported in Table II.

Table II shows the important influence of the errors on A^* and on the transmitted flux T at the level of 32km. The values 2 and 2.3 of the coefficient β_1 would correspond to rather large deviations of the size or the refractive index of the particles from the values corresponding to our basic model. For the given size distribution

TABLE II

OPTICAL THICKNESS $\bar{\tau}_1$ OF A HOMOGENEOUS CLOUD ABOVE A MOLECULAR LAYER

A	0.92			0.94			0.96		
$T\%$	2	5	10	2	5	10	2	5	10
$\beta_1 = 2.3$	206	145	100	260	178	120	353	232	150
$\beta_1 = 2.134$	167	117	80	210	144	97	285	188	122
$\beta_1 = 2$	144	101	70	182	125	84	247	163	106

$[r^6 \exp(-7.5)r]$, β_1 goes from 2 to 2.3 when m goes from 1.34 to 1.64; for the given refractive index $m = 1.46$, the mean radius of the particles would vary from $0.8\,\mu$m to $1.7\,\mu$m. So, it is clear that the precise nature of the aerosol has only a small influence on the result. Nor is the precise value of the reflectivity of the lower atmosphere important. The results given in Table II correspond to A_R^* (32) $= 0.8$; for the case $A^* = 0.94$, $T = 5\%$, $\beta_1 = 2.134$ for instance, $\bar{\tau}_1$ would vary only from 130 to 162 when A_R^* (32) varies from 0.8 to 0.9 (that is, ρ from 0 to 0.8, for a clear atmosphere). Even if there are some particles in the lower atmosphere, the obtained optical depths must be representative ones for the clouds lying above the level 32km. These results show a rather large optical depth in the near infrared, of the order of 150, so that neglecting Rayleigh scattering in this part of the atmosphere seems a justified assumption. The albedos for single scattering have not been reported in Table II; they are always very near to the values obtained in Section III, with an infinite optical depth for the clouds.

To check the validity of our approximations, we have recomputed the downward flux $\phi\downarrow(z)$ by the more accurate method of spherical harmonics (Deuze *et al.*, 1973), using as input data the results obtained above [$\tilde{\omega}_0 = 0.9998$, $\bar{\tau}_1 = 144$, $\bar{\tau}_R = 7$, ρ (ground) $= 0.4$] and the exact phase function for the aerosol model of Hansen and Arking, to which corresponds $\beta_1 = 2.134$. The fluxes at $z = 32$km and $z = 0$ are in a good agreement with the observed values but a better fit is obtained with an optical depth $\bar{\tau}_1 = 135$, which gives an idea of the accuracy of the approximations. Except for the particular points $z = 0$ and $z = 32$km, the comparison cannot be definitive because the $\bar{\tau}(z)$ law in the cloud is not known. For the Rayleigh layer it seems reasonable to assume a decrease of τ proportional to the pressure. We have compared in Fig. 2 the measured and computed downward fluxes, using an optical Rayleigh thickness varying exponentially from 0 to 32km, and keeping an extinction coefficient constant in the cloud, determined by $\phi\downarrow(50) - \phi\downarrow(32)$. The comparison has only a limited significance, but it can be noticed that a level for the cloud top, between 60 and 70km, would be obtained by decreasing a little the assumed height of the Sun.

V. CASE OF TWO DIFFERENT CLOUD LAYERS

The results given above are dependent on the chosen model of a single cloud

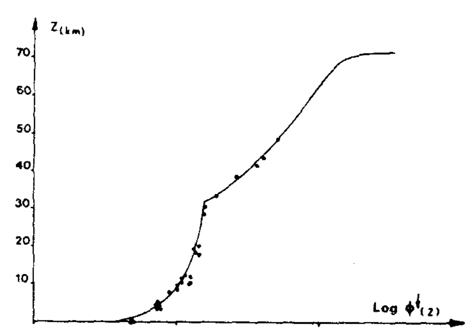


FIG. 2. Comparison between the downward fluxes measured by Venera 8 (experimental points) and computed by the spherical harmonics method; homogeneous upper layer $\tilde{\omega}_0 = 0.9998$, $\bar{\tau}_1 = 135$; Rayleigh atmosphere $\tilde{\omega}_0 = 1$, $\bar{\tau}_1 = 7$; ground reflectivity $\rho = 0.4$.

layer. If we assume several cloud layers, each of a different nature, the same kind of analysis cannot be applied so easily, but it is possible in some cases to limit the range of possible solutions.

Let us consider two layers above the clear lower atmosphere. As the sizes and the nature of the particles are of secondary importance we will take for the layers the same coefficient $\beta_1 = 2.134$. We will keep for the ground and the Rayleigh atmosphere the former results ρ and $\bar{\tau}_R$. Considering the regular variation of $\phi\downarrow(z)$ between 32 and 50km, it seems reasonable to assume that we remain there in the same cloud and that the boundary between the two layers is above 50km. Then there are four unknowns: $(\tilde{\omega}_0{}^s, \bar{\tau}_1{}^s)$ and $(\tilde{\omega}_0{}^i, \bar{\tau}_1{}^i)$ which are the albedo for single scattering and the optical thickness, respectively, for the upper and the lower clouds. We have only three fundamental data: A^*, $\phi\downarrow$ (32) and $\phi\downarrow$ (50) [$\phi\downarrow$ (ground) has been used for the determination of ρ], and there are of course an infinity of solutions. It is unnecessary to look for a review of all possible solutions, but for example we can easily find the extreme model which will limit these solutions if we assume the lower layer to be more absorbing than the upper one. The study of $\phi\downarrow(z)$ between 32 and 50km will allow us to choose $\tilde{\omega}_0{}^i$ nearly as small as we want (except for the small contribution of the conservative molecular scattering), if we reduce simultaneously $\bar{\tau}_1{}^i$. But such a layer must be compatible with the spherical planetary albedo.

The most absorbing lower layer which can be expected must be associated with a conservative upper cloud ($\tilde{\omega}_0{}^s = 1$) which will transmit downwards a maximum flux and simultaneously maintain the high reflectivity of Venus.

Let us call z_2 the unknown level of the boundary between the two clouds and write

$$y = \frac{1 + A_R{}^*(32)}{1 - A_R{}^*(32)},$$

$$(y \simeq 12.5 \text{ with } A^* = 0.85 \text{ found in section IV}), \quad (19)$$

$$x = \frac{1 + A^*(z_2)}{1 - A^*(z_2)} = u_i \left[\frac{y + u_i \tanh \tau_1{}^i}{u_i + y \tanh \tau_1{}^i}\right]. \quad (20)$$

The upper layer being conservative, the relations (1) and (2) take for it their limiting forms (with $u_s \to \infty$, $\gamma_s \to 0$ and $\tau_1{}^s \to 0$)

$$u_\infty = \frac{1 + A^*}{1 - A^*} = (3 - \beta_1)\frac{\bar{\tau}_1{}^s}{2} + x,$$

$$(u_\infty \simeq 32.3), \quad (21)$$

$$-4\pi F(\bar{\tau}^s) = \frac{\mu_0 f(3\mu_0 + 2)}{(3 - \beta_1)\tau_1{}^s + 2(1 + x)} = \text{const}$$
$$= 2\phi\downarrow(z_2)/(1 + x), \quad (22)$$

with, at the level z_2,

$$-4\pi F(\bar{\tau}_1{}^s) = -\phi\uparrow(z_2) + \phi\downarrow(z_2)$$
$$= 2\phi\downarrow(z_2)/(1 + x). \quad (23)$$

As we have assumed $z_2 > 50$km, then

$$\phi\downarrow(z_2) > \phi\downarrow(50) \quad (24)$$

and x will be bounded from below. (When x decreases, $\bar{\tau}_1{}^s$ must increase to screen the lower dark layers, but then the transmitted flux will decrease.) It can be established immediately from (21) and (22) that

$$x = \frac{(u_\infty + 1)4\phi\downarrow(z_2)}{(3\mu_0 + 2)} - 1; \quad (25)$$

this gives

$$x > x_{\min}, \quad (26)$$

where

$$x_{\min} = \frac{(u_\infty + 1)4\phi\downarrow(50)}{(3\mu_0 + 2)} - 1.$$

The upper layer corresponding to this limiting case is characterized by

$$\omega_0{}^s = 1 \quad \text{and} \quad \bar{\tau}_1{}^s \simeq 57. \quad (27)$$

Then we have to study the variations of the characteristics of the lower layer when z_2 varies above 50km; then x varies between $x_{\min}$ and u_∞. If z_2 is high enough to give $x > y$ [that is a transmitted flux $\phi(z_2) > (3\mu_0 + 2)(y + 1)/4(u_\infty + 1)$], then the reflectivity at the level z_2 is higher than the reflectivity of the lower Rayleigh atmosphere, and from Eq. (20), $x > y$ gives $u_i > y$ and $\omega_0 > 0.996$.

If we now assume z_2 between this limiting level (such that $x = y$) and 50km, then $x < y$, and the lower cloud is slightly diminishing the high reflectivity of the underlying Rayleigh atmosphere. For a given value of x [or $A^*(z_2)$] the optical thickness $\tilde{\tau}_1{}^i$ of the cloud fulfilling this condition increases with $\tilde{\omega}_0{}^i$ (Fig. 3). The vertical asymptote of the curve $\tilde{\tau}_1{}^i$ ($\tilde{\omega}_0{}^i$, $x = \text{const}$) corresponds to $u_i = x$, therefore to a value $\tilde{\omega}_0{}^i < 0.996$ as seen above. When x decreases, that is when the level z_2 goes down, the curves $\tau_1{}^i(\tilde{\omega}_1{}^i,\ x = \text{const})$ will be translated upwards. On the other hand let us consider the flux transmitted by this cloud. It will be deduced from (2) (not taking into account, at these depths, the term containing $e^{-t/\gamma\mu_0}$, which corresponds to the direct solar beam). It is obtained from (2) with (23):

$$\frac{4\pi F(\tilde{\tau}^i = 0)}{4\pi F(\tilde{\tau}^i = \tilde{\tau}_1{}^i)} = y\frac{\sinh \tau_1{}^i}{u_i} + \cosh \tau_1{}^i = \frac{\phi\!\downarrow\!(z_2)}{\phi\!\downarrow\!(32)}\frac{(y+1)}{(x+1)} > \frac{\phi\!\downarrow\!(50)}{\phi\!\downarrow\!(32)}\frac{(y+1)}{(x+1)}. \qquad (28)$$

For the same value of z_2 the solutions $\tilde{\tau}_1{}^i(\tilde{\omega}_0{}^i)$ which fulfill the condition of a fixed transmission $T = \phi\!\downarrow\!(z_2)/\phi\!\downarrow\!(32) = \text{const}$, are also increasing but bounded when $\tilde{\omega}_0{}^i \to 1$ and the curve $\tilde{\tau}_i(\tilde{\omega}_0{}^i, T = \text{const})$ cuts the preceding curve $\tilde{\tau}_1{}^i(\tilde{\omega}_0{}^i,\ x = \text{const})$ at the point M corresponding to the solution which is sought, if this solution exists. Now when z_2 decreases, the curve $\tilde{\tau}_i{}^1(\tilde{\omega}_0{}^i,\ T = \text{const})$ is translated downwards. Then it is clear that the solution $(\tilde{\tau}_1{}^i, \tilde{\omega}_0{}^i)$ corresponding to the largest possible absorption will be obtained for the minimum possible value of $\phi\!\downarrow\!(z_2)$ and of x, that is for $z_2 = 50$km.

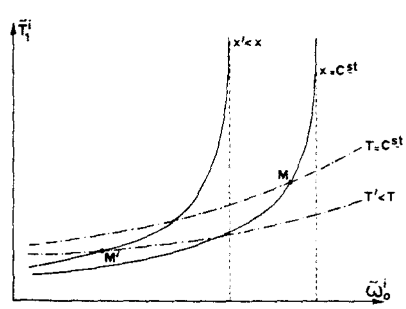


FIG. 3

This solution is easy to obtain; from (20) and (28) we get

$$\cosh \tau_1{}^i + \frac{u_i}{y}\sinh \tau_1{}^i = \frac{x_{\min}(y+1)}{y(x_{\min}+1)}\frac{\phi\!\downarrow\!(50)}{\phi\!\downarrow\!(32)} = A, \qquad (29)$$

$$\sinh \tau_1{}^i + \frac{u_i}{y}\cosh \tau_1 = \frac{(y+1)}{(x_{\min}+1)}\frac{\phi\!\downarrow\!(50)u_i}{\phi\!\downarrow\!(32)y} = \frac{Bu_i}{y}, \qquad (30)$$

from which

$$u_i = y\left(\frac{A^2-1}{B^2-1}\right)^{1/2} = 7.25, \qquad (31)$$

$$\omega^i_{0\min} \sim 0.9945, \qquad \tau_1{}^i \simeq 21. \qquad (32)$$

In this limiting case the total optical thickness $\tilde{\tau}_1{}^s + \tilde{\tau}_1{}^i \simeq 78$ is not very different from the value obtained for a homogeneous cloud (Section IV) and it seems difficult to assume that the deep layers are very absorbing in the near infrared; this cancels one of the possibilities suggested by Feigelson.

The possibility of an upper layer more absorbing than the lower layer is more difficult to discuss and we cannot fix a lower limit for $\tilde{\omega}_0{}^s$ because we do not have measurements of the flux at these high altitudes.

VI. CONCLUSION

The measurements of the transmitted solar flux with those of the spherical albedo of Venus indicate a rather large value of the optical thickness. The layer sounded seems to have a small absorption in the near infrared, independently of the assumptions, and the ground reflectivity seems rather large.

A homogeneous cloud layer of optical thickness $\tilde{\tau}_1 = 144$ with an albedo for single scattering $\tilde{\omega}_0 = 0.9998$ above a Rayleigh atmosphere of optical thickness $\tilde{\tau}_R = 7$ and a ground with an albedo $\rho = 0.4$ (at the mean wavelength 0.7μm) gives a good agreement with the experimental results. On the other hand if we are seeking the characteristics of a two layers cloud, with the stronger absorption in the lower layer, it can be shown that the layer between 50 and 32km must have an albedo for single scattering $\tilde{\omega}_0{}^i > 0.9945$ with an optical thickness $\tilde{\tau}_1{}^i > 21$; in this limiting case the upper layer must be conservative ($\tilde{\omega}_0{}^s = 1$) with an optical thickness $\tilde{\tau}_1{}^s \sim 57$.

All these numerical values are of course to be taken with caution considering the degree of uncertainty of the few available data. Some of these results are not more valid than the necessary assumptions taken to obtain them. But some of these assumptions could be easily removed if the upward flux was measured. A small accuracy on these fluxes (~10%) would be a sufficient one. The major source of error is certainly the large uncertainty on the spherical albedo of Venus, and the more reflecting is Venus, the more dramatic is this error. So measurements of the fluxes for blue light, where Venus is more absorbing, would give much valuable information.

It is clear that the analysis of the only solar upward and downward flux measured by a probe in the atmosphere, for one or several wavelengths, could give rather accurate information regarding the cloud structure.

Note added in proof. In a recent paper Lacis and Hansen (1974) studied the Venera 8 measurements from the same point of view. We were pleased to see in a preprint they sent us that their conclusions agree with ours in essential respects. There is nevertheless an interesting difference in our papers. Hansen and Lacis assumed a constant mixing ratio of scattering particles and CO_2 molecules. With such an assumption, it seems that at least 2 homogeneous clouds above the level 32km are needed to fit the data.

References

Avduevsky, V. S., Marov, M. Ya., Moshkin, B. E., and Ekonomov, A. P. (1973). Venera 8: Measurements of solar illumination through the atmosphere. *J. Atmos. Sci.* **30**, 1215–1218.

Bigourd, C., Devaux, C., and Herman, M. (1973). Internal Report. Laboratoire d'Optique Atmosphérique, Université des Sciences et Techniques, U. E. R. de Physique Lille, France.

Deuze, J. L., Devaux, C., and Herman, M. (1973). Utilisation de la méthode des harmoniques sphériques dans les calculs de transfert radiatif: Extension au cas de couches diffusantes d'absorption variable. *Nouv. Rev. Optique* **4**, 307–314.

Feigelson, E. M., *et al.* (1973). The interpretation of the measurements of illumination by the automatic interplanetary station Venera 8. Presented at the Copernicus Symposium IV, I. A. U. Symposium **65.** Torun, Poland.

Hansen, J. E., and Arking, A. (1971). Clouds of Venus: Evidence for their nature. *Science* **171**, 669–672.

Hansen, J. E., and Hovenier, J. W. (1974). Interpretation of the polarization of Venus. *J. Atmos. Sci.* **31**, 1137–1160.

Irvine, W. M. (1968). Monochromatic phase curves and albedos for Venus. *J. Atmos. Sci.* **25**, 610–616.

Lacis, A. A., and Hansen, J. E. (1974). Atmosphere of Venus: Implications of Venera 8 sunlight measurements. *Science* **184**, 979–981.

Titarchuk, L. G. (1973). Optical properties of the lower atmosphere of Venus: Interpretation of the results obtained by the capsule Venera 8. Academy of Sciences, U.S.S.R.

Wang, L. (1972). Anisotropic nonconservative scattering in a semi-infinite medium. *Astrophys. J.* **174**, 671–678.

UNIVERSITÉ DES SCIENCES ET TECHNIQUES DE LILLE

N° d'ordre 383

THESE

présentée à

L'UNIVERSITÉ DES SCIENCES
ET TECHNIQUES DE LILLE

pour obtenir le grade de

DOCTEUR ES SCIENCES PHYSIQUES

par

Claude DEVAUX

*

CONTRIBUTION A L'ETUDE DE LA COUVERTURE NUAGEUSE DE VENUS PAR L'ANALYSE DES MESURES PHOTOMETRIQUES ET DES PROFILS DE FLUX SOLAIRE TRANSMIS

*

Tome II

Soutenue le 25 Mai 1977 devant la Commission d'examen

Membres du Jury

M. SCHILTZ	Président
M. DOLLFUS M. FYMAT M. HERMAN	Rapporteurs
Mme LENOBLE M. GEHRELS	Examinateurs

U. E. R. DE PHYSIQUE FONDAMENTALE

CHAPITRE III

ETUDE DE LA PHOTOMETRIE DETAILLEE SUR LE DISQUE DE VENUS

APPLICATION A L'ETUDE DE LA HAUTE ATMOSPHERE

Les paramètres disponibles pour l'étude de la lumière solaire rediffusée par Vénus sont la longueur d'onde λ du rayonnement, l'angle de phase V de la planète et le point M du disque observé. Les mesures les plus simples à analyser après l'albédo sphérique sont constituées par les courbes de phase $m_{\lambda}(V)$.

I - ANALYSE DES COURBES DE PHASE

L'analyse des courbes de phase a fait l'objet de nombreux travaux (Horak, 1950 ; Sobolev, 1964 ; Arking et Potter, 1968 ; Fymat,1972). Il apparait toutefois que ce type d'analyse est assez peu sensible aux propriétés diffusantes du milieu. A titre indicatif on a représenté (Fig III.1) les courbes de phase obtenues par Arking et Potter (1968) pour quatre types de fonctions de phase différentes (fig.III.2).

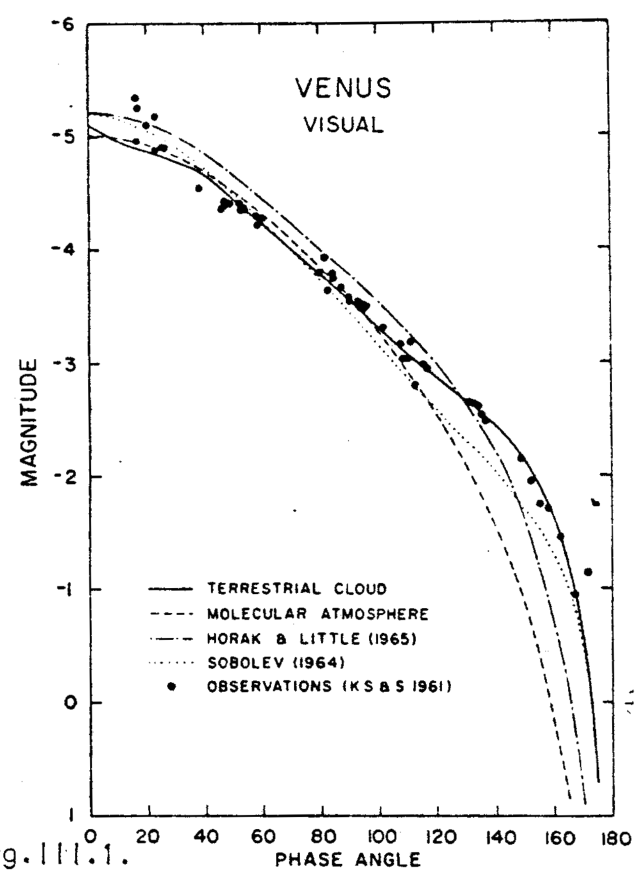


Fig.III.1.

FIG. 4. The luminosity of Venus in the visual spectrum vs phase angle. The luminosity is expressed in magnitudes after adjusting the Sun-Venus and Earth-Venus distances to the standard values, 0.723 and 1.0 AU, respectively. Four theoretical curves are compared with the observations of Knuckles *et al.* (1961).

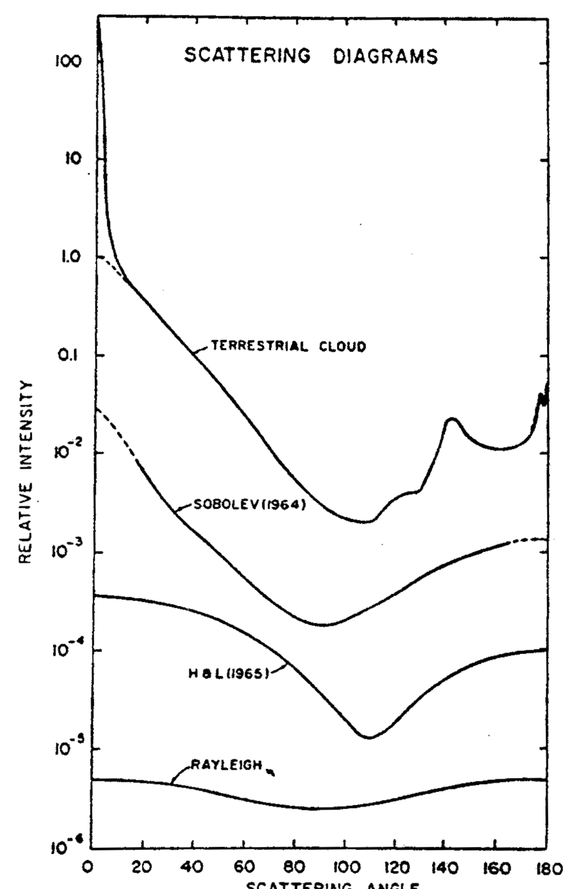


Fig.III.2.

. The relative intensity of scattered solar radiation, due to a single scattering, as a function of the scattering angle. Each curve is displaced along the ordinate by an arbitrary amount to separate them. The top curve represents the model of a terrestrial type cloud with particle size distribution shown in Fig. 2. The second curve is the scattering diagram derived by Sobolev (1964) by inversion of the observational data of Danjon (1949). The third curve is the scattering diagram used by Horak and Little (1965). The bottom curve is the Rayleigh scattering diagram, applicable to pure molecular scattering.

D'après Arking et Potter (1968).

Si l'on peut exclure une atmosphère purement moléculaire, l'accord déjà bon obtenu avec un modèle de nuage terrestre montre bien que le mécanisme de diffusion précis est vite sans grande influence sur le résultat. L'écart aux petits angles de phase est certainement significatif mais son interprétation nécessiterait des mesures très précises de la magnitude dans des conditions expérimentales très difficiles. Les meilleures conclusions étaient obtenues par Fymat et Kalaba (1972) qui par inversion des courbes de phase mettaient bien en évidence la nécessité de tenir compte de particules diffusantes, mais sans qu'il semble possible d'en déduire précisément l'indicatrice de diffusion.

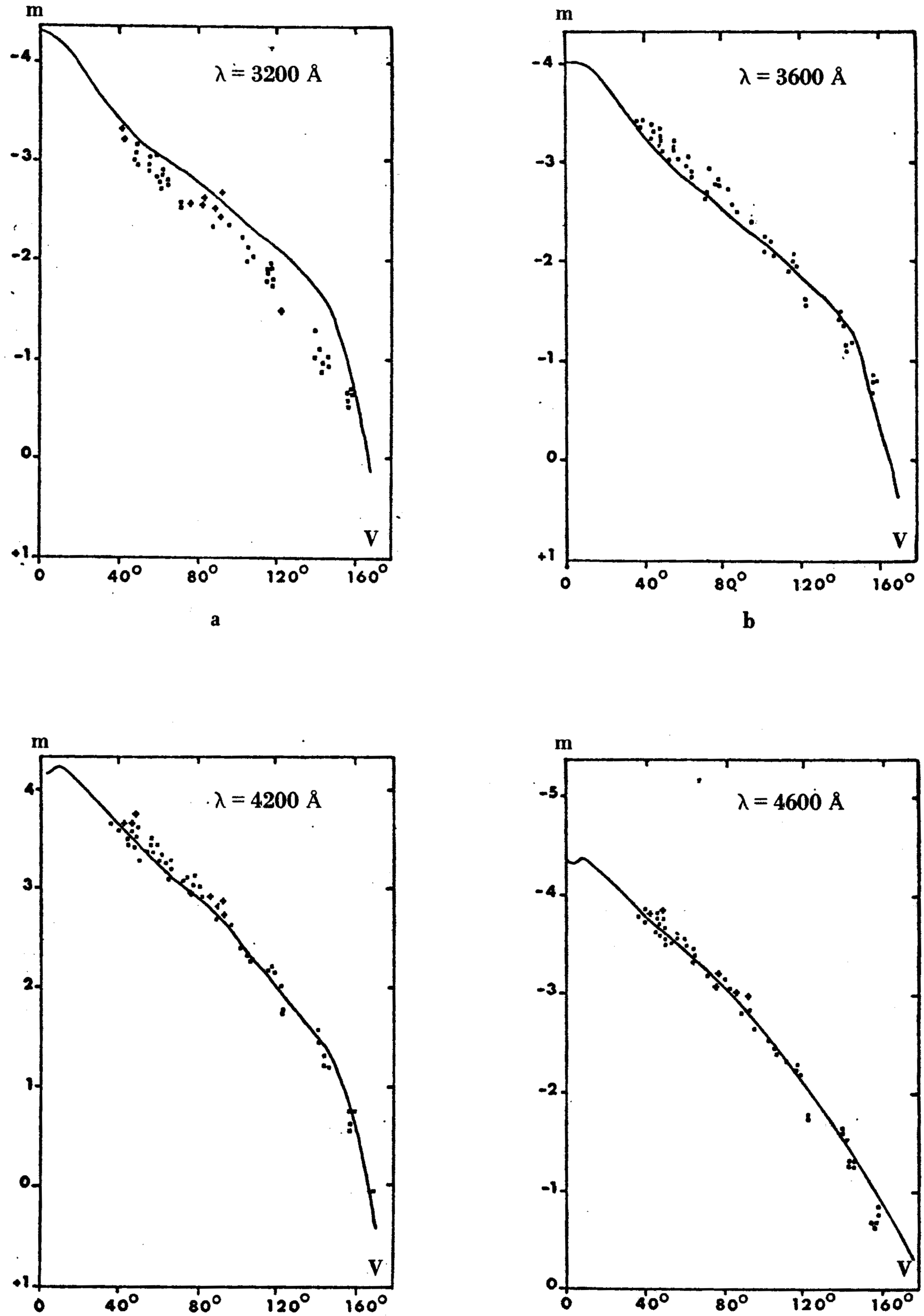
A la suite des résultats obtenus par Hansen et Arking, nous avons repris cette étude en attribuant aux aérosols les caractéristiques déduites des mesures de polarisation. Les courbes de phase obtenues à diverses longueurs d'onde ont été comparées aux mesures d'Irvine (1968). L'albédo de diffusion simple a été ajusté pour redonner l'albédo sphérique A déduits de ces mesures. Les valeurs sont reportées dans le tableau III.1.

λ en Å	A	ω_o
3200	0,46	0,974293
3600	0,52	0,981236
4200	0,68	0,993146
4600	0,77	0,996726
5000	0,79	0,997215
6300	0,94	0,999776
7300	0,93	0,999672
10600	0,89	0,999255

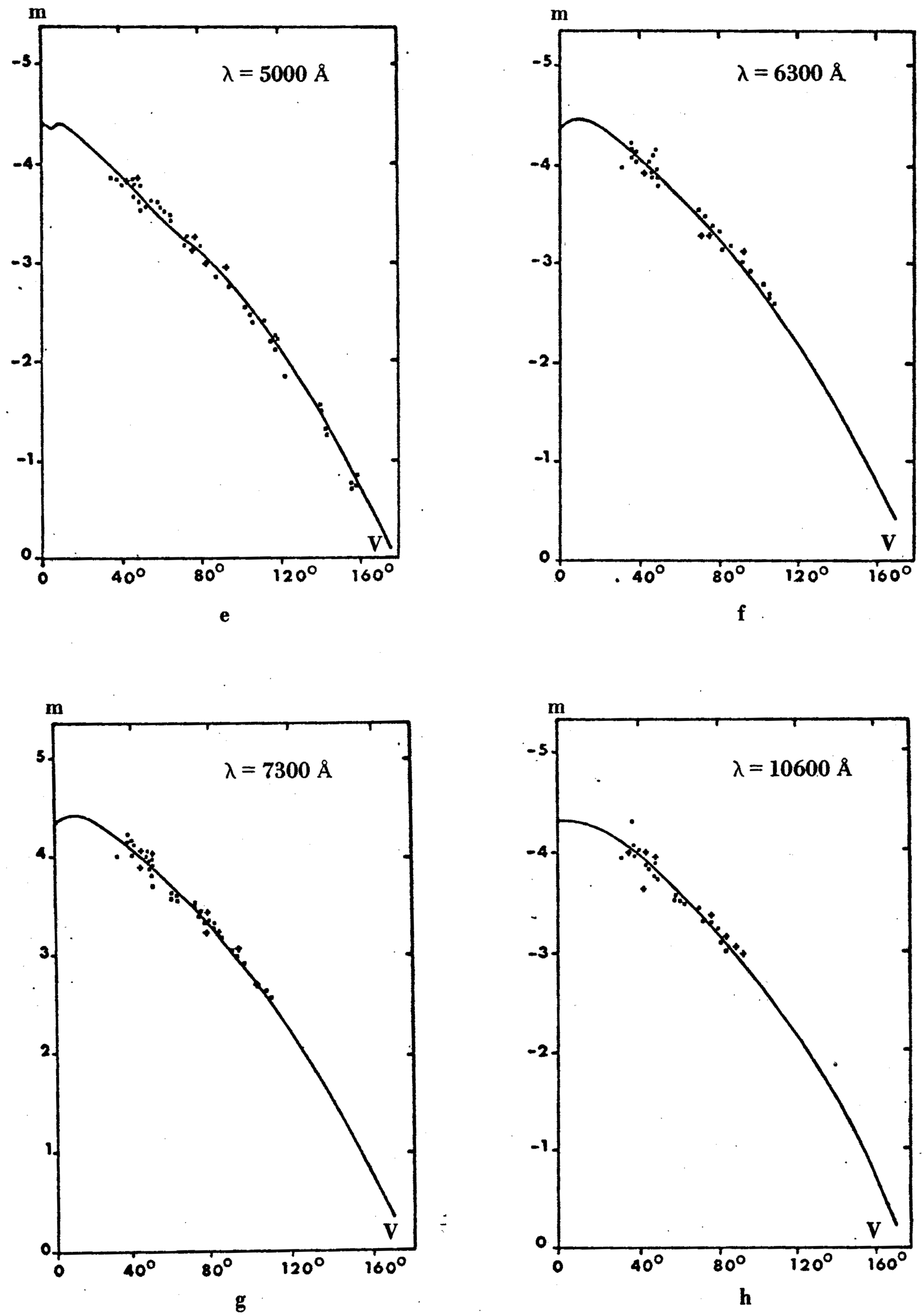
TABLEAU III.1

Albédo sphérique monochromatique de Vénus d'après Irvine (1968).

Comme on peut le constater sur la figure III.3 (a-h), l'accord est très satisfaisant. La variation spectrale de ces courbes de magnitude



– Figure III-3 – Courbes de phase monochromatiques de Vénus.
Valeurs expérimentales (•, +) d'après Irvine (1968) ;
courbes théoriques (—) pour un modèle homogène.

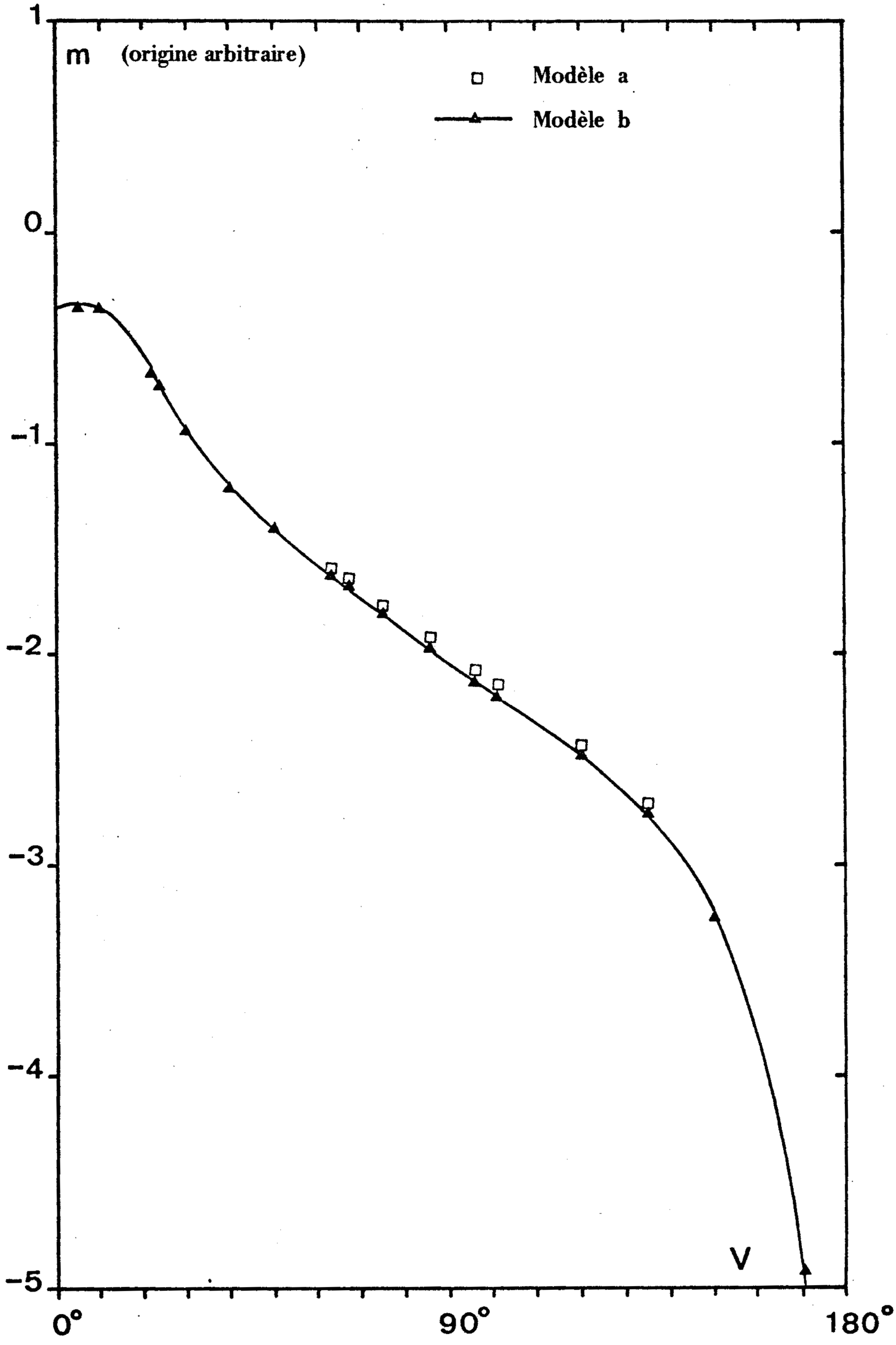


— Figure III-3 — (suite)

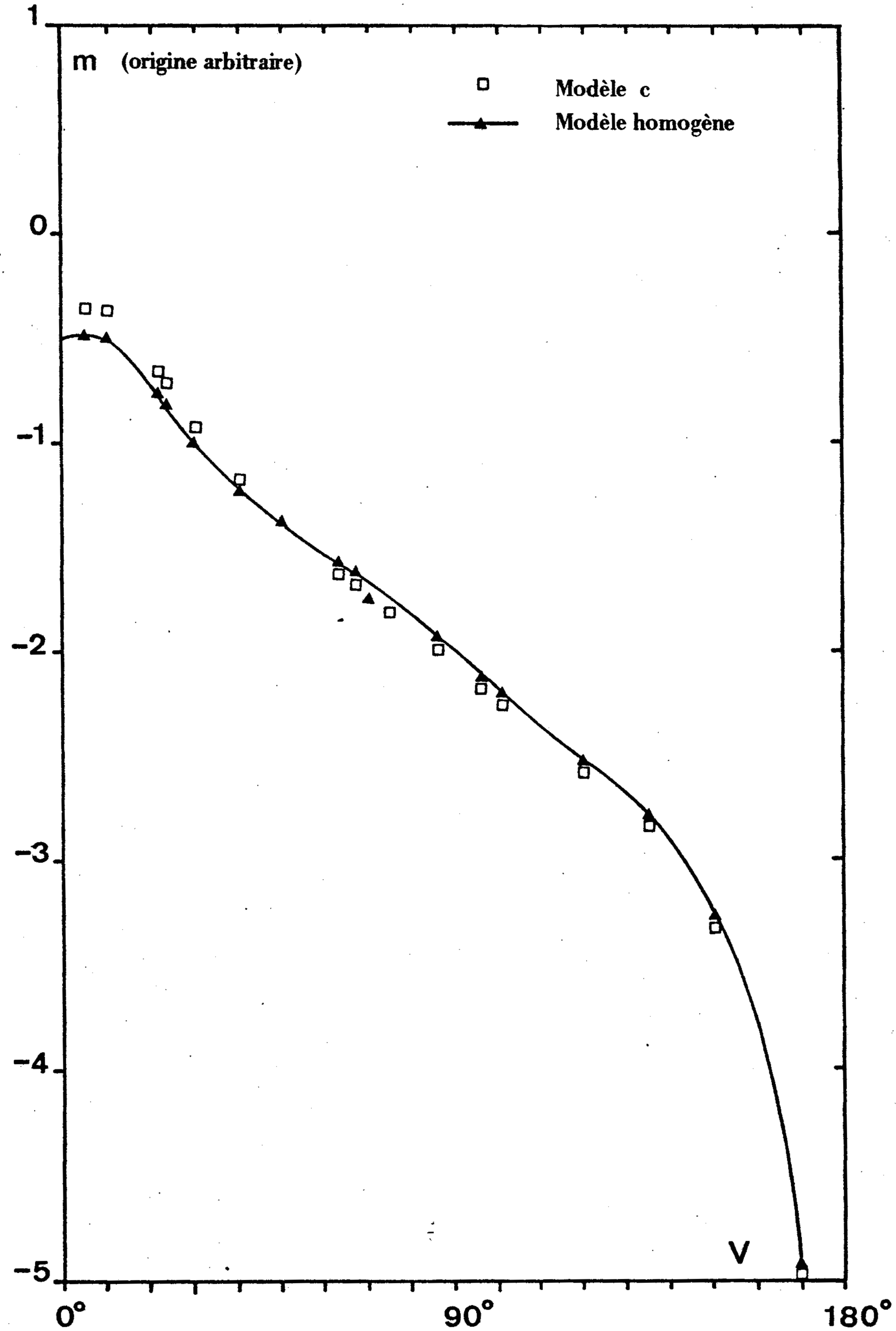
étant essentiellement commandée par l'absorption du milieu diffusant, la fonction de phase n'ayant qu'une influence secondaire, nous avons alors testé si ce type d'étude pouvait donner des informations sur la structure nuageuse de la planète. Compte tenu de l'absence d'absorption propre de $H_2\ SO_4$ en U.V et de la faible réflectivité de Vénus en ultra violet, un problème intéressant est en effet de préciser à quel niveau de la couche nuageuse se fait l'absorption de ce rayonnement de plus courte longueur d'onde. Des modèles de nuages à deux couches ont donc été étudiés et on a repris l'analyse des courbes de phase pour de tels **modèles en** faisant varier le niveau de la localisation de l'absorption. L'effet éventuel devant être plus marqué si l'absorption est plus forte, les calculs ont été faits pour λ = 3270 Å qui correspond à une faible réflectivité de la planète Quelques uns des cas étudiés sont explicités ci dessous dans lesquels, la couche diffusante supérieure est conservative, ses aérosols ainsi que ceux de la couche inférieure ayant les caractéristiques de la polarisation.

a	b	c
$A^* = 0.47$	$A^* = 0.47$	$A^* = 0.47$
$\tau_1 = 4$, $\omega_o = 1$, $P(\theta)$	$\tau_1 = 1$, $\omega_o = 1$, $P(\theta)$	$\tau_1 = 1$, $\omega_o = 1$, $P(\theta)$
$\tau_1 = 100$, $\omega_o = 0.85726$, $P(\theta)$	$\tau_1 = 100$, $\omega_o = 0.966565$, $P(\theta)$	$\rho = 0.416$, Loi de Lambert

Les résultats sont résumés sur la figure III.4 (a - b)ou les courbes de phase obtenues pour ces trois modèles sont comparées à celles du modèle homogène à un seul nuage. Compte tenu de la précision des mesures expérimentales, il est clair qu'une analyse plus poussée des courbes de phase semble actuellement assez peu prometteuse et n'aurait de réelles chances de succés qu'en portant sur des mesures absolues très raffinées, peut être envisageables à partir d'orbiters par exemple.



– Figure III-4.a – Courbe de phase de Vénus. (λ = 3200 Å)

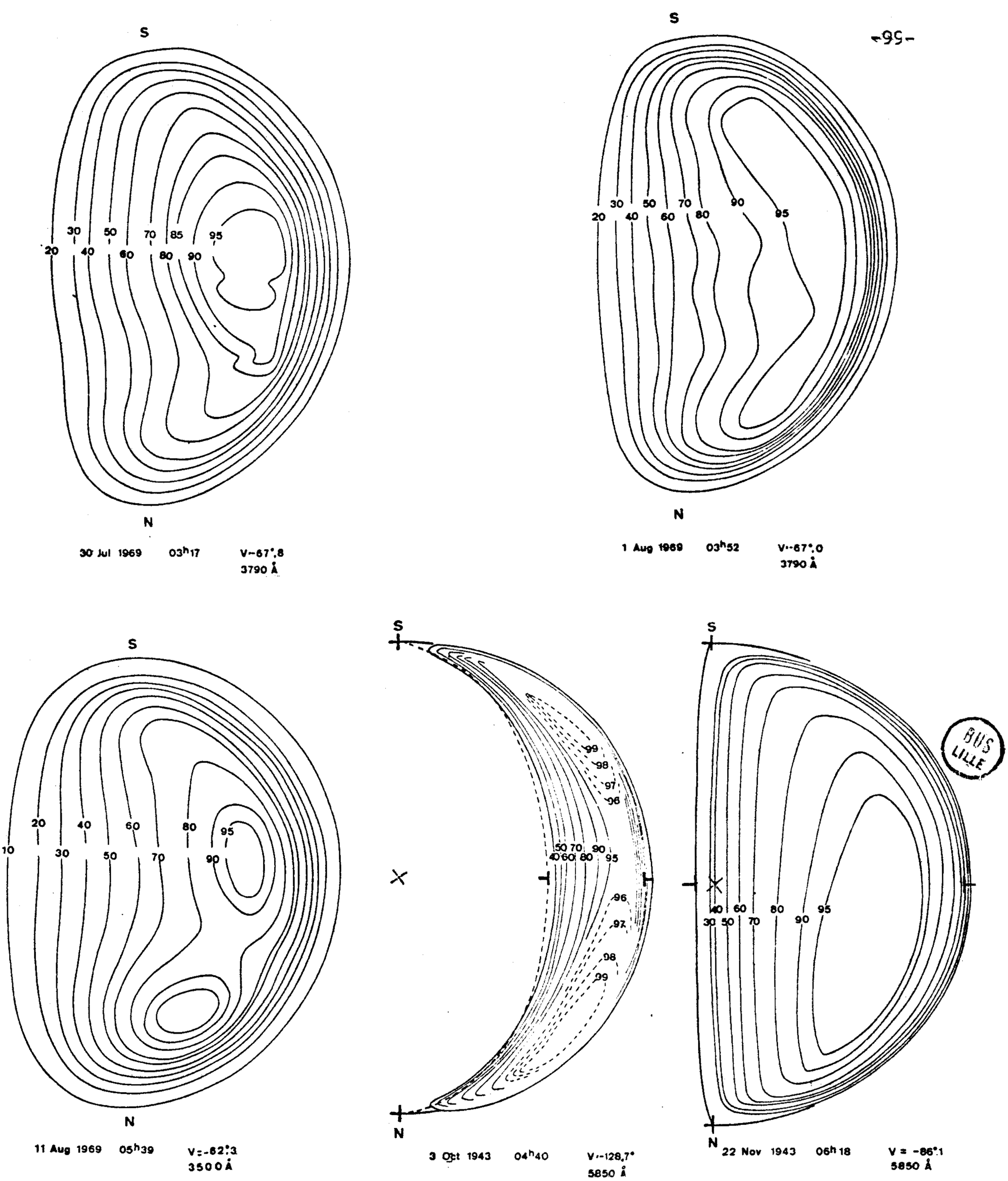


– Figure III-4.b – Courbe de phase de Vénus. ($\lambda = 3200$ Å)

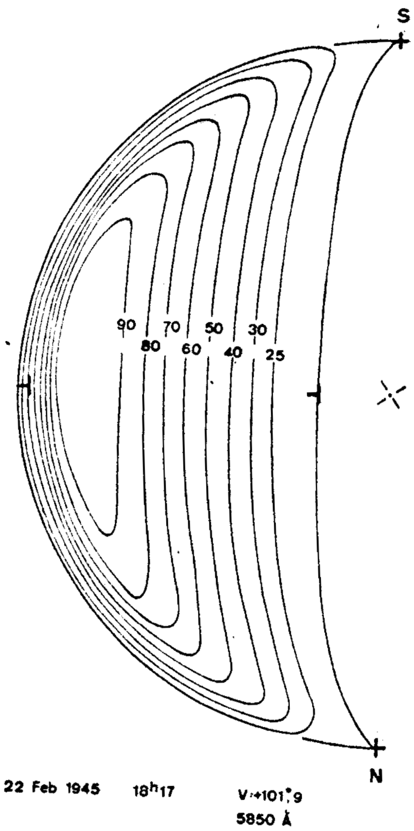
II - ETUDE DES ISOPHOTES OBTENUES EN LUMIERE JAUNE

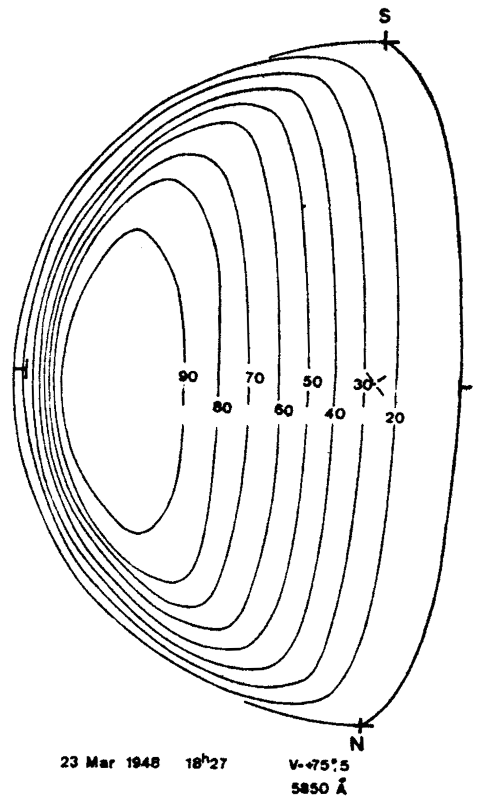
Une seconde étape a été d'entreprendre l'étude photométrique détaillée du disque de Vénus. Les mesures résolues de luminance I (M, V, λ) sont généralement présentées sous la forme de courbes d'égale luminances ou isophotes. Ces mesures plus fines devraient être plus riches en informations, particulièrement dans le proche U.V. où le phénomène essentiel est constitué par les taches sombres que présente Vénus, phénomène que les mesures intégrées ne prennent évidemment pas en compte. La figure III.5 présente quelques résultats expérimentaux extraits de Dollfus et al (1975), où apparaissent ces anomalies en U.V. et même certains jours en lumière visible.

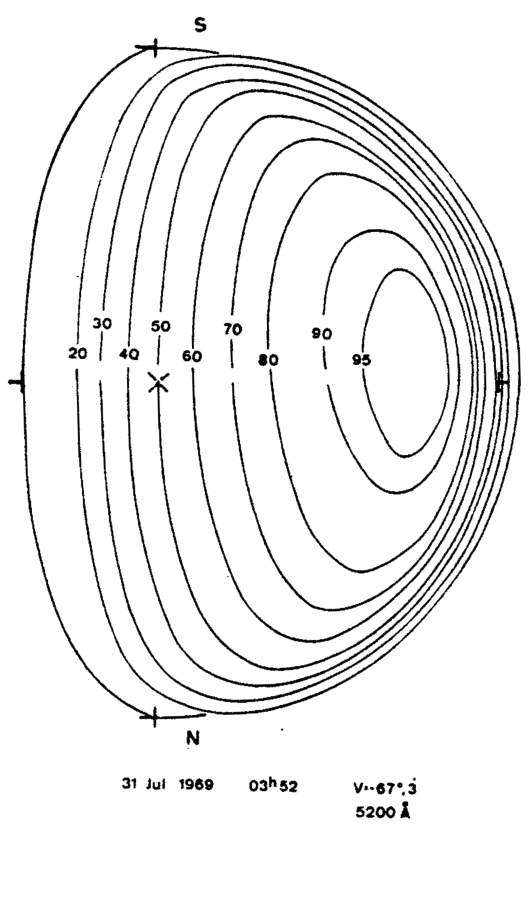
Compte tenu de la lourdeur et de la complexité des problèmes posés, dans un premier temps, notre analyse a porté sur divers clichés obtenus en lumière jaune, et pour lesquels les isophotes présentaient une allure très régulière. Celle ci laissait espérer que dans ces conditions les plus fréquemment observées, Vénus présentait une structure nuageuse homogène horizontalement. Le problème était alors simplifié. Par ailleurs, dans ce domaine de longueurs d'onde, l'absorption et la diffusion sont presque exclusivement dues aux aérosols, la diffusion moléculaire contribuant de façon négligeable à la luminance. Si la nature des particules ne varie pas avec l'altitude, on peut donc également considérer le nuage comme homogène verticalement. On supposera de plus que la densité des particules est suffisante pour que la géométrie plane soit applicable en tout point. Il est possible que cette hypothèse soit en défaut au voisinage du limbe du terminateur et des pôles, et ces zones du disque seront exclues de notre analyse.



– Figure III-5 – Réseaux d'isophotes de Vénus d'après Dollfus et al. (1975) : anomalies visibles et ultra - violettes.







– Figure III-6 – Isophotes de Vénus (λ = 5850 Å) d'après Dollfus et al. (1975).

II - 1 - CAS D'UNE COUCHE HOMOGÈNE INFINIE

En première analyse nous devions donc tenter de comparer ces distributions expérimentales de luminance (Fig.III.6) aux résultats théoriques obtenus pour le modèle diffusant de Hansen et Arking puisque les particules qui y correspondent existent en altitude. Compte tenu des épaisseurs optiques déduites du sondage de Vénéra 8, nous avons considéré la couche nuageuse comme infinie. Le dernier paramètre à préciser est alors l'albédo de diffusion simple. Celui-ci influence essentiellement l'albédo sphérique A de la planète pour lequel on dispose des mesures d'Irvine (1968). On peut en déduire facilement ω_o à l'aide du noyau exponentiel. Sur la figure III.7 a extraite de l'article n°2 on voit que l'incertitude sur ω_o; résultant de l'imprécision de A n'a qu'une influence tout à fait négligeable sur la répartition de luminance théorique excepté aux petits angles de phase (dans ce cas les conditions d'observation sont difficiles) ou au voisinage du limbe (et dans ce cas la résolution limitée du télescope rend cette zone inexploitable). Cette incertitude sur ω_o est donc sans importance majeure sur les distributions relatives. On notera par contre que les mesures de Mariner 10 étant des mesures absolues, ce paramètre joue alors un rôle primordial comme le montre la figure III.7 b extraite de l'article n°3 ou l'on a tracé trois distributions équatoriales de luminance pour diverses valeurs de l'albédo sphérique.

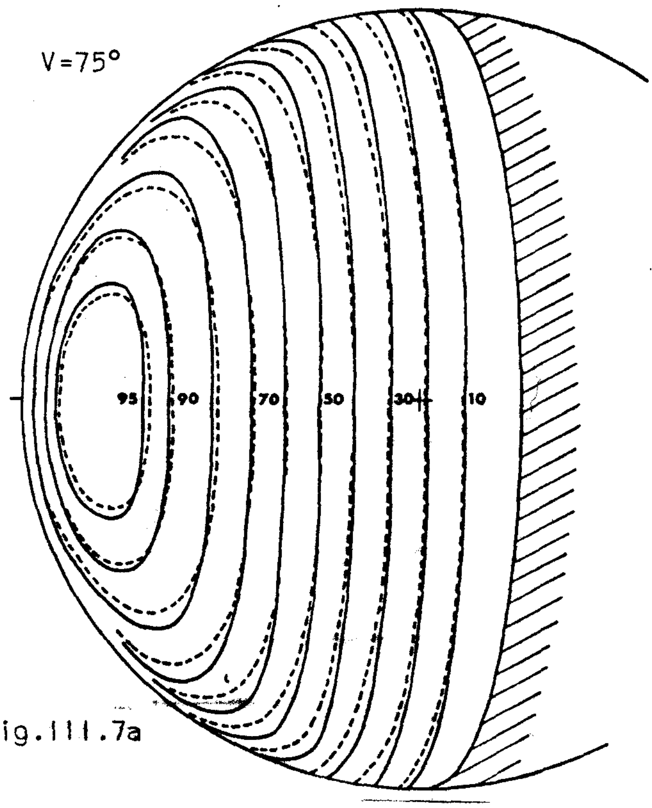


Fig.III.7a

Isophotes théoriques. A=1(---), A=0,8(——).

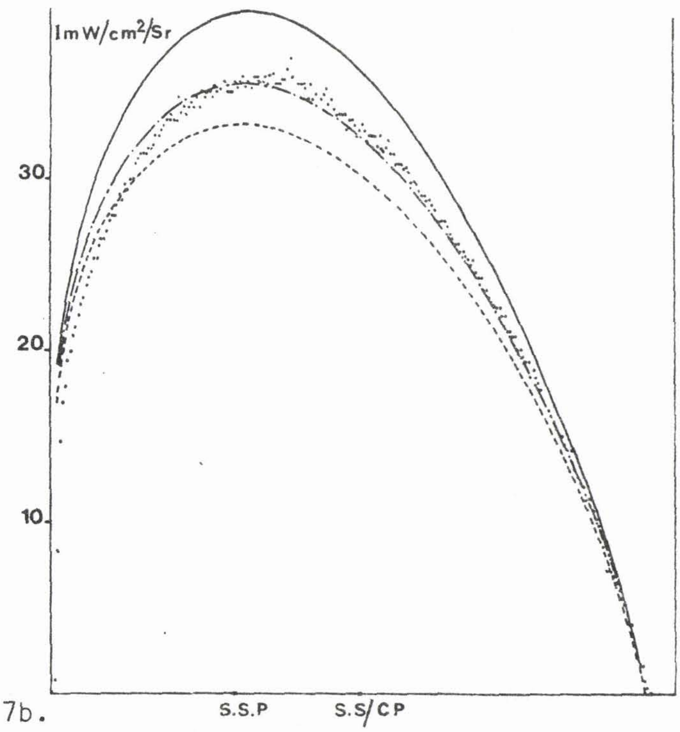
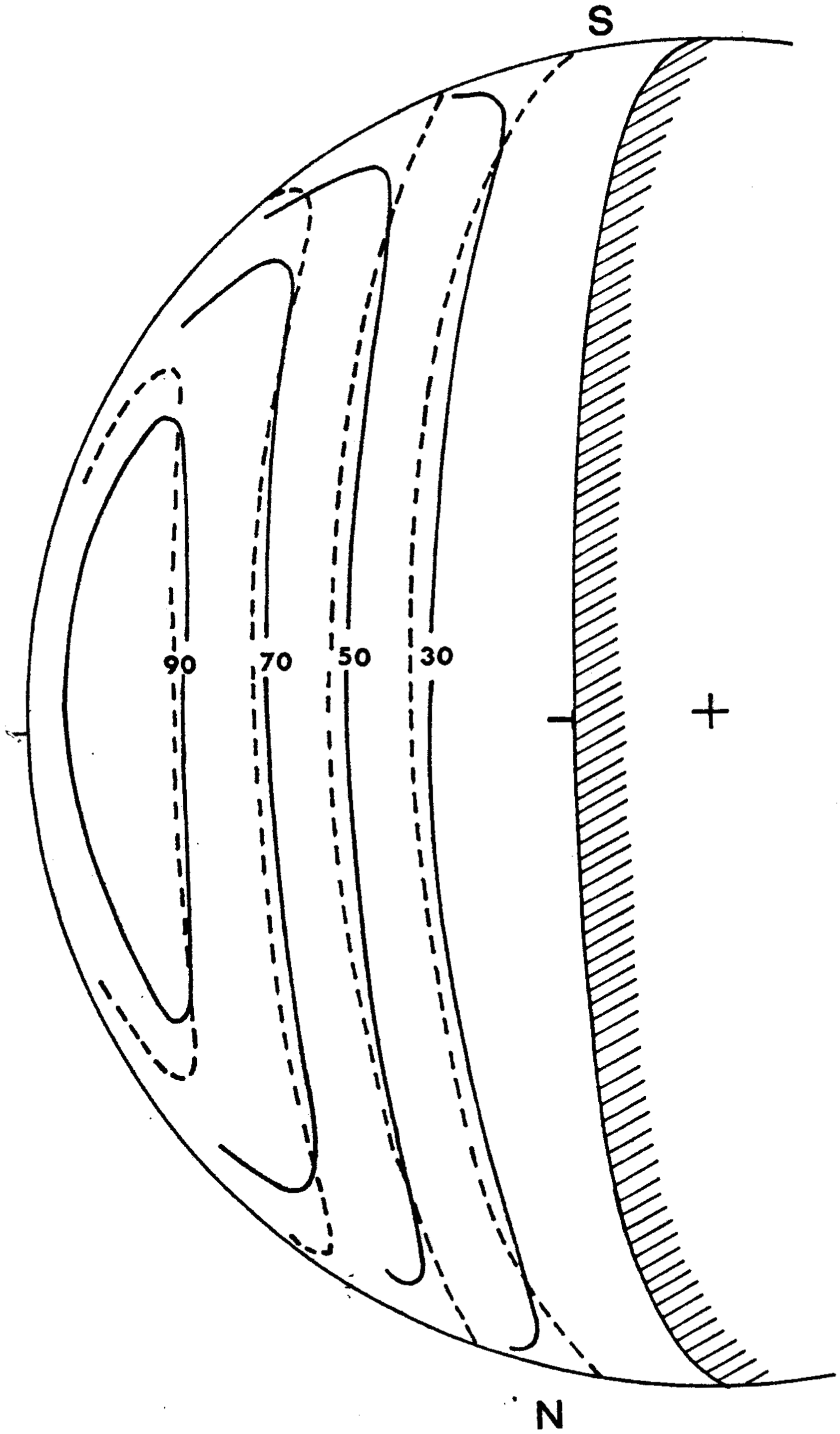


Fig.III.7b.

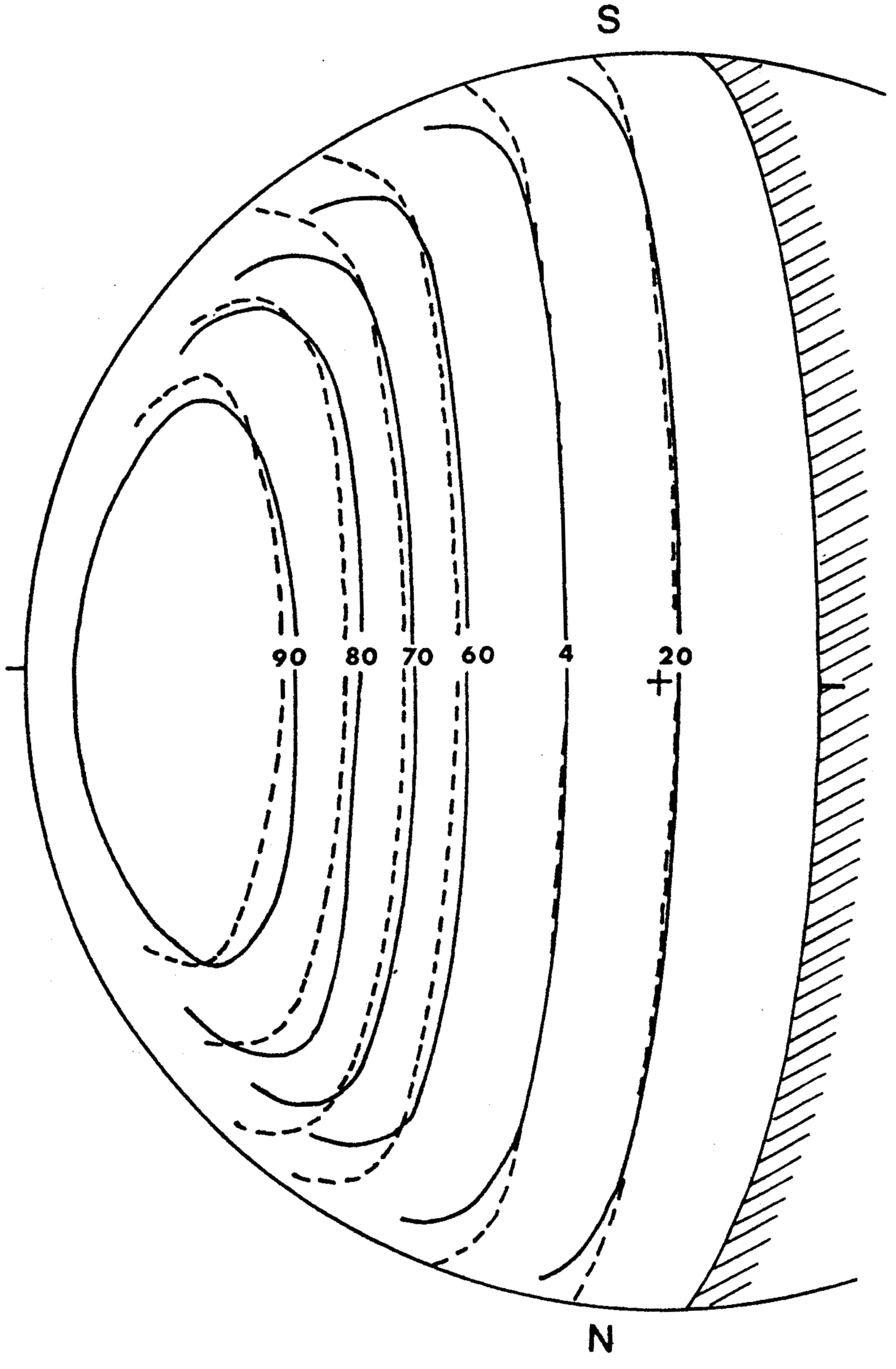
Equatorial radiance distribution for orange. Mariner 10 results (dots) and theoretical results for a homogeneous model: $A = 0.92$ (solid), $A = 0.843$ (dot-dashed), $A = 0.8$ (dashed).

Le problème essentiel pour comparer ces distributions théoriques aux observations disponibles est finalement celui de la superposition des deux réseaux. Les clichés expérimentaux n'étant pas déconvolués des effets d'appareil, on doit s'attendre à une dilatation apparente du disque (le limbe correspondant sensiblement à l'isophote 50). On a dans un premier temps essayé de suivre ce critère mais les désaccords obtenus nous ont amené à le vérifier plus soigneusement.

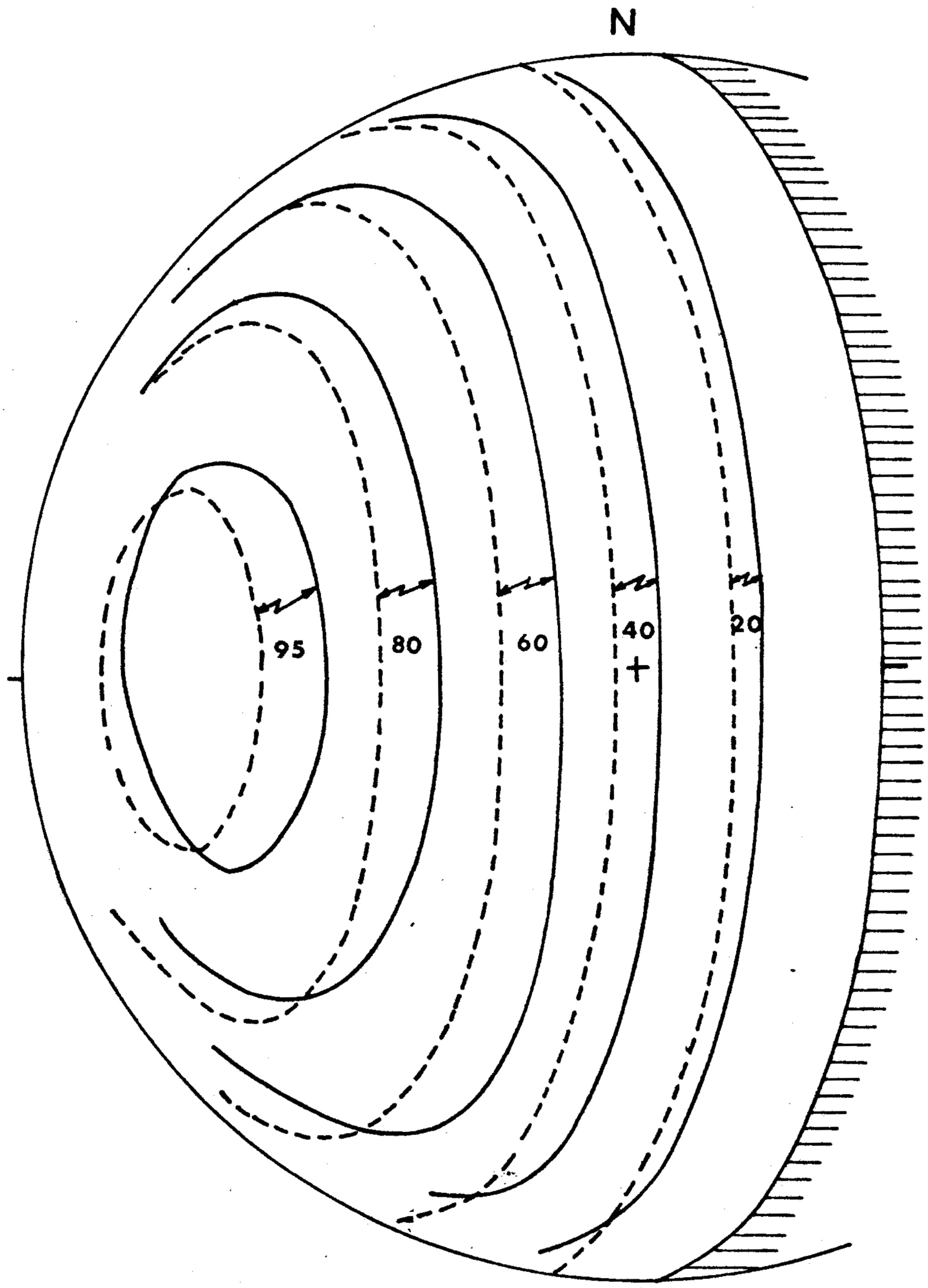
On a pour cela dégradé les réseaux de luminance théoriques à l'aide de fonctions d'appareils arbitraires et ajustables jusqu'à retrouver au voisinage du limbe les profils observés. Ces calculs approchés (traitement unidimensionel sur l'équateur), ont montré que quelque soit la fonction d'appareil choisie, il convenait de mettre le limbe sur l'isophote 52, 44 et 43,5 respectivement pour les angles de phase 101°, 67° et 75°. (Cf annexe 2 de l'article n° 4)et c'est ce critère qui a finalement été retenu. Sur les figures III.8 (a, b, c) les résultats expérimentaux sont comparés aux calculs. Il s'agit de résultats relatifs, les maxima ayant été arbitrairement ramenés à 100. Si la forme générale des courbes est qualitativement bien restituée, les valeurs relatives sont par contre assez mauvaises en général. A 75°, on pourrait améliorer l'accord mais au prix d'une légère incohérence avec les données du grandissement. A 67° et 101°, les divergences sont beaucoup plus nettes. Indépendamment des légers arbitraires de positionnement et de grandissement, on pourrait sans doute encore jouer sur le niveau zéro de la luminance (la correction sur les clichés du fond continu du ciel est en effet délicate et entraîne probablement une assez forte



– Figure III-8.a – Comparaison des réseaux d'isophotes théoriques (- - -) et expérimentales (—) en lumière jaune. V = 101°

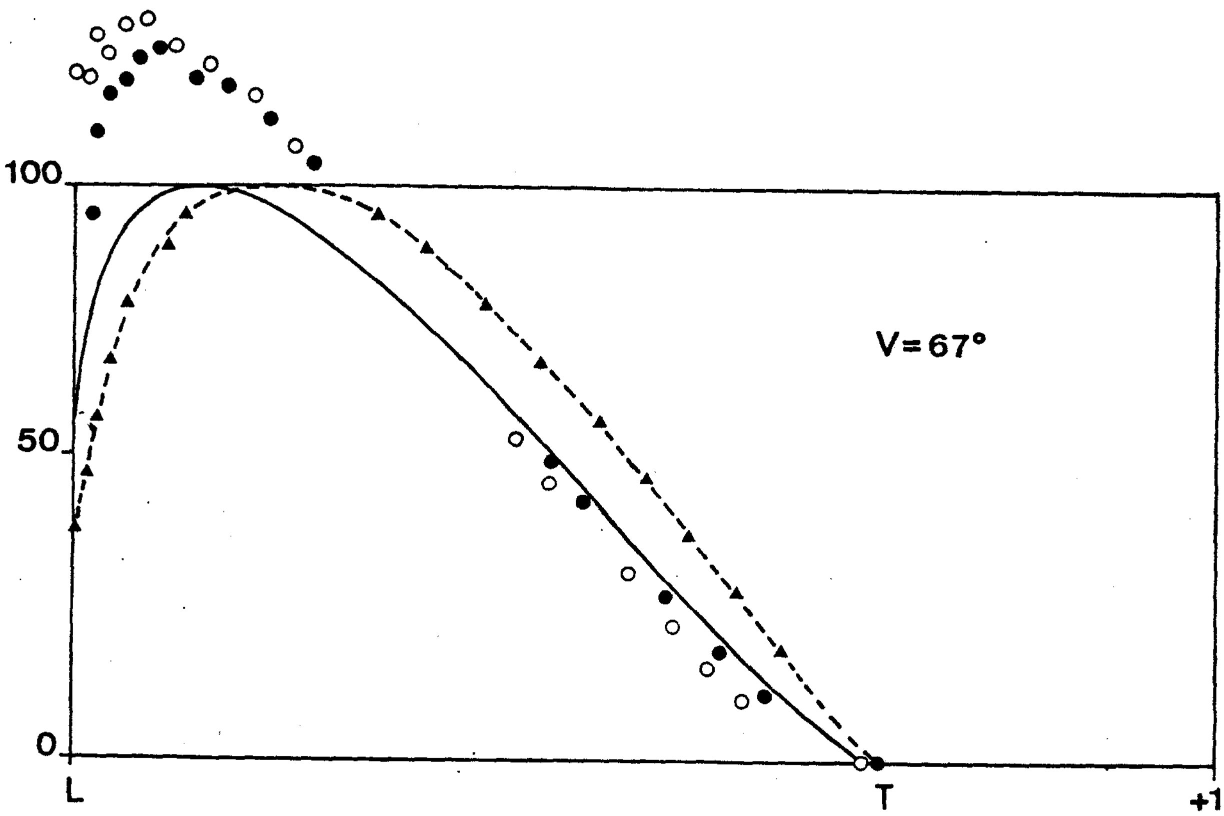


– Figure III-8.b – Comme pour la figure III-8.a.
V = 75°



– Figure III-8.c – Comme pour la figure III-8.a.
V = - 67°

imprécision aux faibles niveaux). Mais il semble bien que le désaccord observé soit supérieur aux erreurs de mesures et que même les jours calmes un modèle homogène d'Hansen ne donne pas l'accord. Ce résultat n'est d'ailleurs pas trop surprenant. Il semble simplement montrer que les inhomogénéités observées parfois en lumière jaune sont plutôt un phénomène quasi permanent. Cette hypothèse se trouvait d'ailleurs vérifiée par l'application des principes de réciprocité aux distributions équatoriales de luminance obtenues à partir des clichés expérimentaux. La figure III.9 présente les résultats obtenus en appliquant ce principe aux mesures expérimentales pour un angle de phase de 67°, le limbe théorique étant placé sur l'isophote 40 et 50. Comme on peut le constater, ce principe est pris en défaut même si



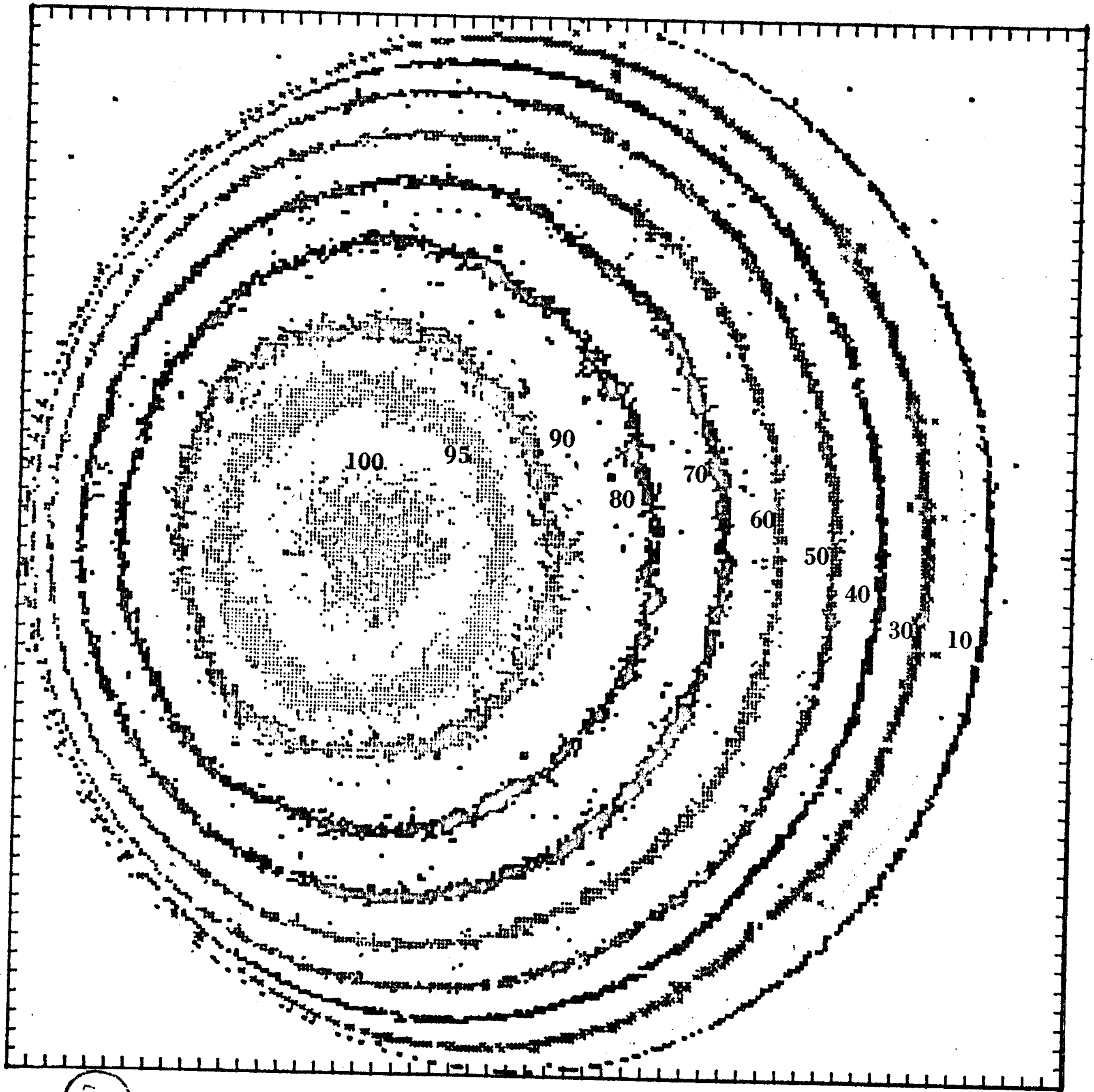
– Figure III-9 – Application des principes de réciprocité à une distribution équatoriale de luminance.

Limbe sur l'Isophote 40 (o), 50 (•)
Valeurs expérimentales (▲)
Distribution théorique (—)

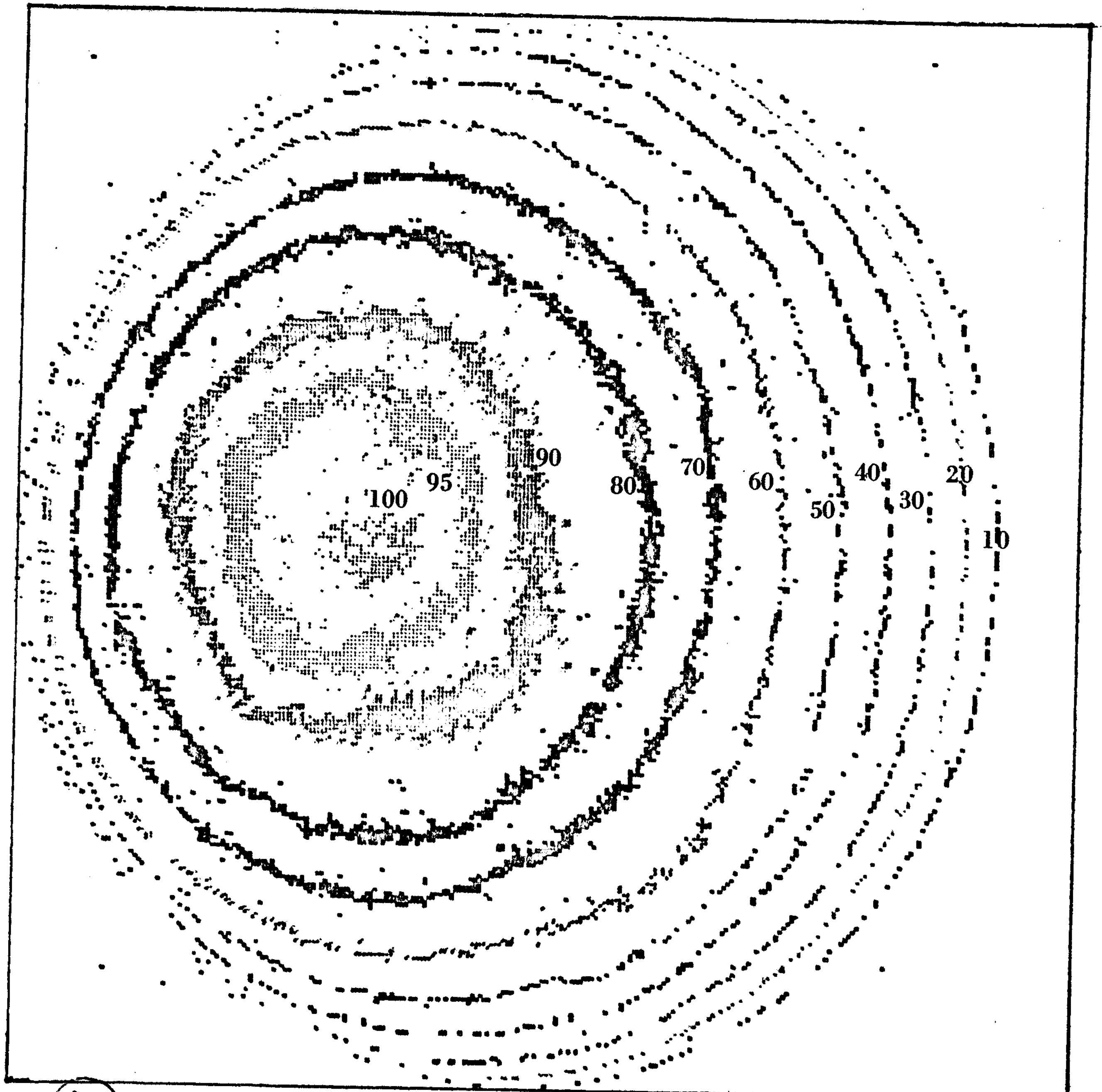
l'on n'utilise pas les points expérimentaux proches du limbe, pour lesquels on sait que la mesure est perturbée, tout en déplaçant assez largement la position présumée du limbre théorique. Le fait que les photos étudiées n'étaient pas déconvoluées des effets d'appareil laissait toutefois planer un doute sérieux sur ce premier résultat. Nous avons alors tenté d'analyser quelques clichés obtenus par Mariner 10 en Février 1974 grâce à un système de caméra-vidicon. Ici la difficulté provenait du grand nombre de points résolus sur le disque (plus de 50 000) et dans un premier temps nous avons limité notre analyse aux coupes équatoriales et polaires d'autant que les premières données dont nous disposions n'avaient pas encore été corrigées des effets de distorsion provenant à la fois du système optique et de l'électronique. Cette première analyse qu'on trouvera ici dans l'article n°3 montrait que, pour ces photos où la dégradation des images était d'une tout autre origine et où, compte tenu de la haute résolution spatiale, l'arbitraire du positionnement ne jouait ici pratiquement plus, la même analyse confirmait le désaccord constaté à partir des observations terrestres. Des mesures corrigées nous ayant été fournies par la suite, une comparaison a pu être effectuée entre les isophotes expérimentales (Fig.III.10 - a et b) et celles calculées avec ce premier modèle. L'écart constaté sur les figures III.11 (a et b) pouvait alors être considéré comme significatif. Ainsi donc, même en lumière jaune, lorsque Vénus semble présenter une très grande homogénéité, les clichés étudiés ne peuvent pas être interprés par un modèle a une couche homogène consistant avec les mesures en polarisation.

II - 2 - MODÈLE A DEUX COUCHES HORIZONTALEMENT HOMOGÈNES

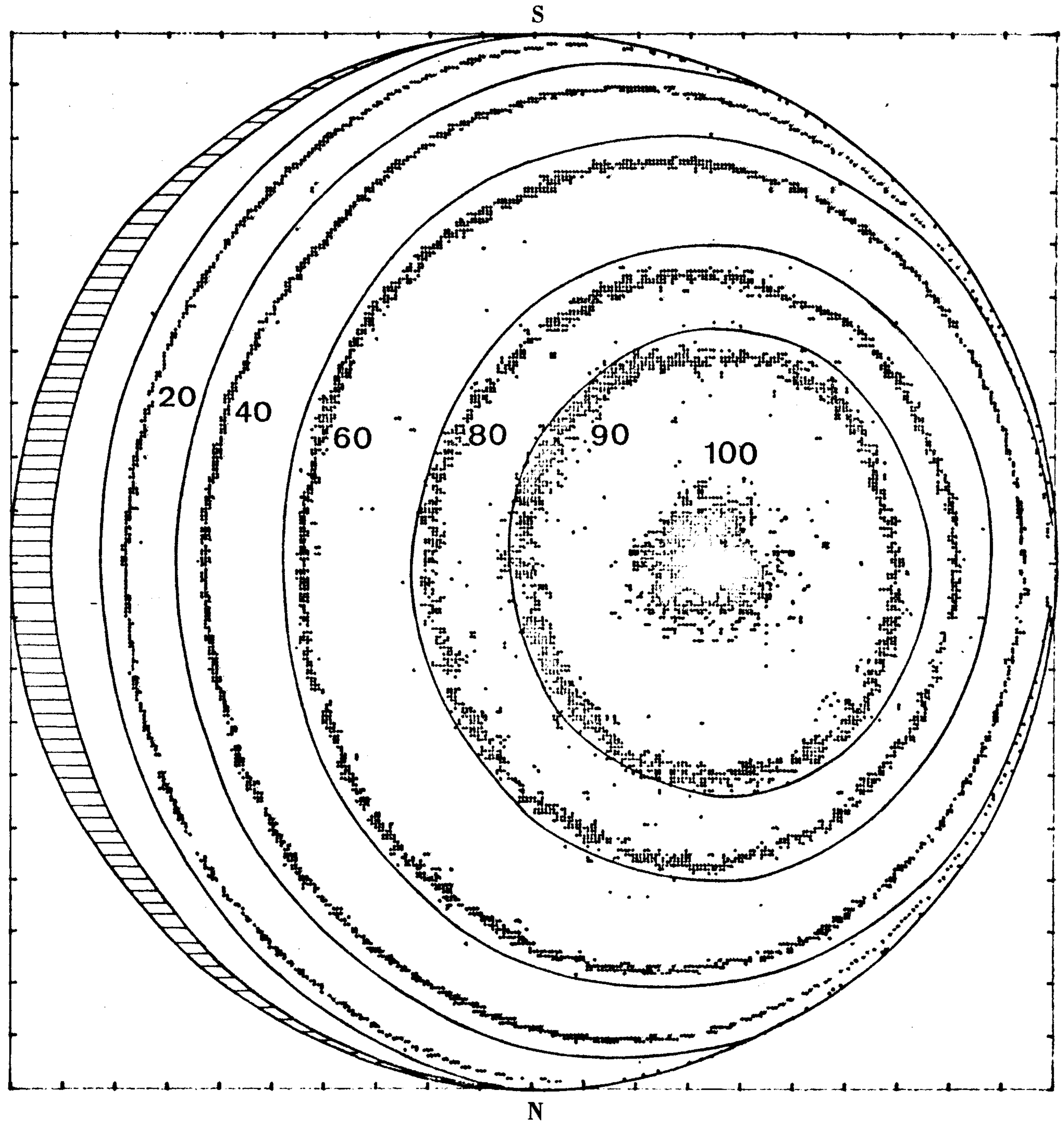
La lumière polarisée étant essentiellement formée au sommet de la couche diffusante; elle ne donne d'informations que sur une faible partie de la couche nuageuse et on peut supposer que sous cette brume il existe une seconde couche constituée par d'autres aérosols. Une telle structure pourrait expliquer certaines anomalies observées et notre seconde approche a porté sur des modèles de ce type. Etant donné la multiplicité des paramètres, si l'on admet en plus de la structure stratifiée une inhomogénéité horizontale sur le disque, il sera toujours possible de bâtir des modèles qui donneront un bon accord. Plutôt que de rechercher une solution satis-



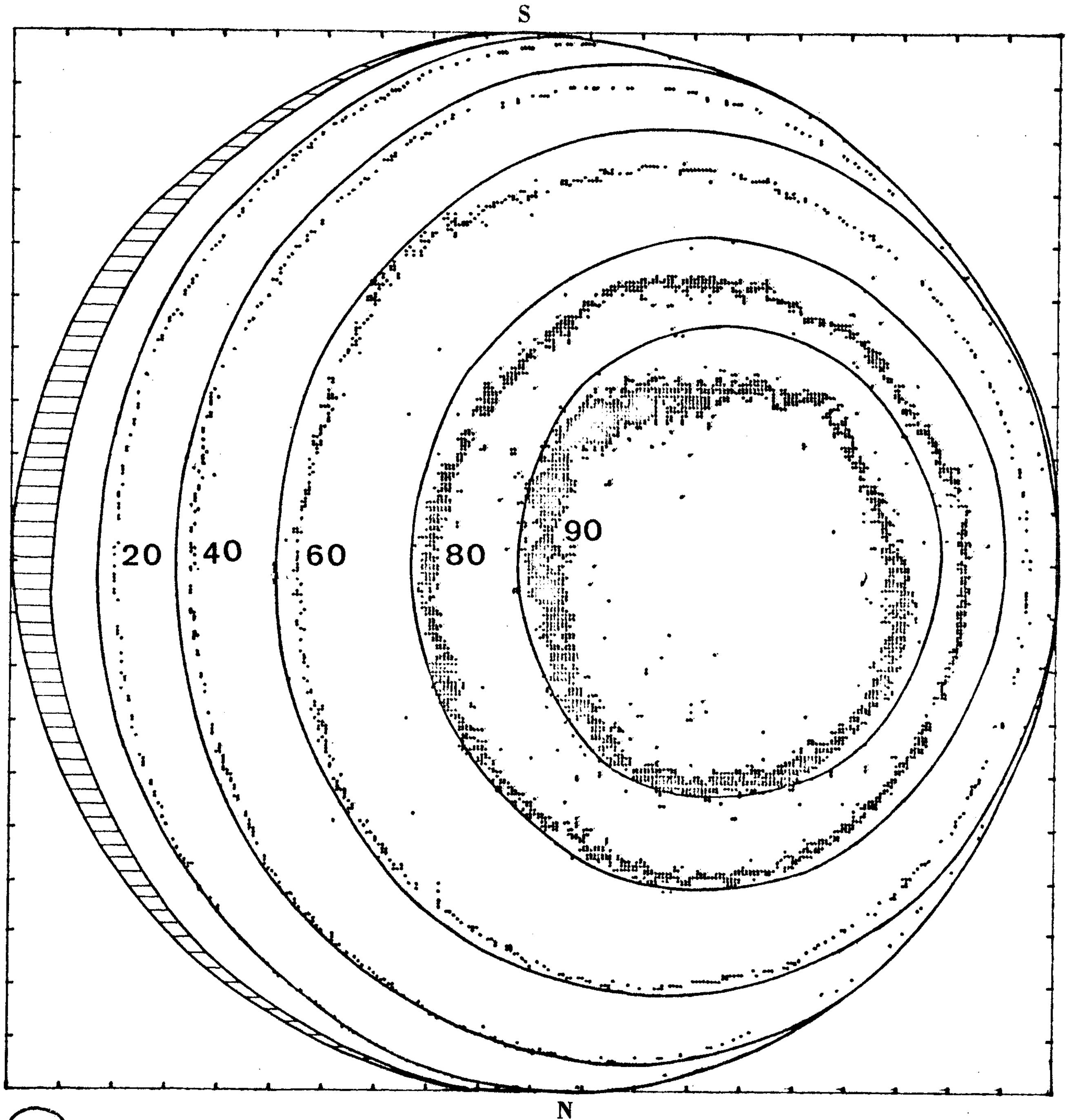
– Figure III-10.a – Isophotes expérimentales d'après Mariner 10.
$V = -23°35$; $\lambda = 0.58\ \mu m$



– Figure III-10.b – Isophotes expérimentales d'après Mariner 10.
$V = -23°35$; $\lambda = 0.46\ \mu m$



– Figure III-11.a – Comparaison des réseaux d'isophotes théoriques (—) à ceux de Mariner 10 (·⁚·).
V = - 23°35 ; λ = 0.58 μm



– Figure III-11.b – Comparaison des réseaux d'isophotes théoriques (—) à ceux de Mariner 10 (⁖). V = - 23°35 ; λ = 0.46 μm faisante, il semblait préférable d'étudier avant tout les possibilités de cette méthode d'analyse et d'en dégager les paramètres principaux. Nous avons tout d'abord considéré une couverture nuageuse à deux couches horizontalement homogènes. Les paramètres disponibles sont alors au nombre de six : la fonction de phase, l'albédo de diffusion simple et l'épaisseur optique pour chacune des deux couches considérées. Nous devons garder pour les aérosols supérieurs les caractéristiques déduites des mesures polarimétriques et une épaisseur optique totale des nuages assez grande. Afin que la couche nuageuse inférieure puisse influencer valablement les réseaux d'isophotes, l'épaisseur optique de la couche supérieure doit être assez faible (de l'ordre de quelques unités) par rapport à celle de la couche inférieure que l'on pourra considérer comme infinie. Ceci réduit à quatre les paramètres ajustables définis ci contre, compte tenu de la relation que $\tau_1^{\,1}$, $\omega_o^{\,1}$, $\omega_o^{\,2}$ doivent satisfaire avec P_1 (θ) et P_2 (θ) pour respecter l'albédo sphérique.

τ_1^1 ω_o^1 $\mathbf{P_1(\theta)}$ {**H.A**}
fixée

$\tau_1^2 \infty$ ω_o^2 $\mathbf{P_2(\theta)}$

L'influence de P_2 (θ) étant d'autant plus grande que $\tau_1^{\,1}$ est petit, on a étudié son influence dans le cas ou $\tau_1^{\,1}$ est négligeable et calculé le champ de rayonnement pour des lois de diffusion très différentes dans le cas d'un nuage homogène infini. Ce travail résumé dans l'article n° 2 montre que l'influence de la fonction de phase sur le diagramme de luminance relative est en fait assez faible. A titre d'exemple, on en a extrait ci dessous, trois réseaux d'isophotes théoriques (Fig.III.12) obtenus pour trois fonctions de phase très différentes (Fig. III.13).

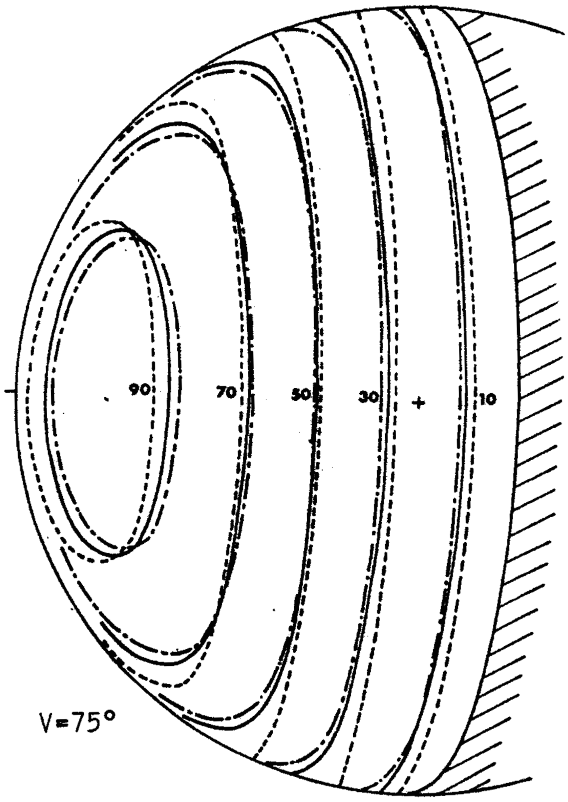
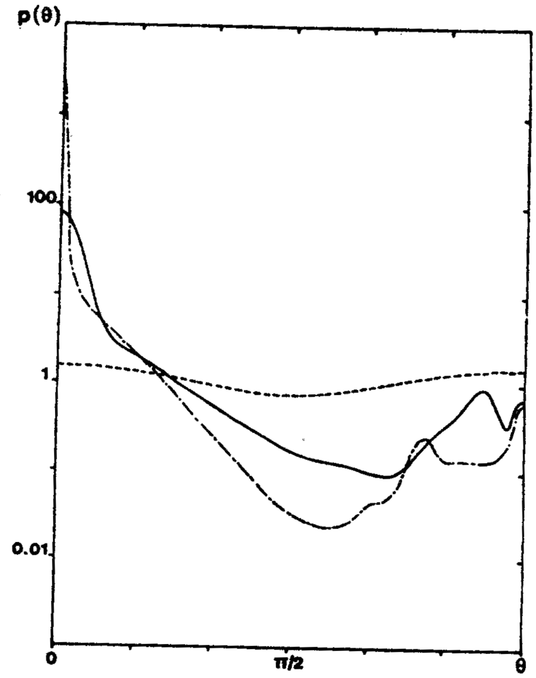


Fig.III.12. Rayleigh(---),
Cumulus(- -),{H.A}.

Fig.III.13.



Phase functions at $\lambda = 0.58\,\mu m$ for: Rayleigh scattering (----), a cumulus type cloud ($\bar{r} = 4\,\mu m$, $m = 1.33$) (—.—), the {A-H} model ($\bar{r}$=0.83 um, m=1.44) (——).

Mais de plus pour respecter les observations en polarisation, il faut au moins admettre une couche supérieure d'aérosols d'Hansen ayant une épaisseur optique minimum de l'ordre de 1. Dans ce cas, quelle que soit la fonction de diffusion P_2 (θ) des particules à priori inconnues du nuage inférieur , les résultats du modèle homogène sont restitués à mieux que 2% si les absorptions propres des deux nuages sont les mêmes. Ce résultat mis en évidence dans les articles 2 et 3 simplifie donc beaucoup l'analyse : on pourra substituer à ce nuage inférieur un milieu fictif, réfléchissant suivant une loi de Lambert à condition de lui attribuer une réflectivité égale à celle du nuage réel ainsi substitué.

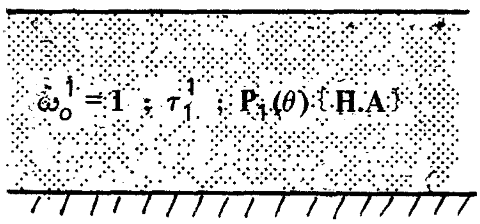
Le seul problème à envisager est donc une éventuelle modification de la distribution de luminance qui proviendrait de la différence de réflectivité des deux couches nuageuses considérées. Cette étude a été faite pour une longueur d'onde moyenne de 0,46 µm; soit la longueur d'onde efficace du filtre bleu de Mariner 10. Celle ci correspond à un albédo sphérique de 0,77 donc, à une absorption suffisamment forte pour qu'on puisse observer un effet possible mais à cette longueur d'onde, Vénus ne présente néanmoins pas encore les anomalies marquées observées en U.V et qui impliquent à l'évidence une inhomogénéité horizontale.

Deux cas extrêmes sont alors à considérer

- 1) un nuage supérieur conservatif ($\omega_o^1 = 1$), d'épaisseur optique τ_1^1 formés d'aérosols observés en polarisation. La reflectivité du nuage inférieur sera ajustée pour respecter l'albédo sphérique.

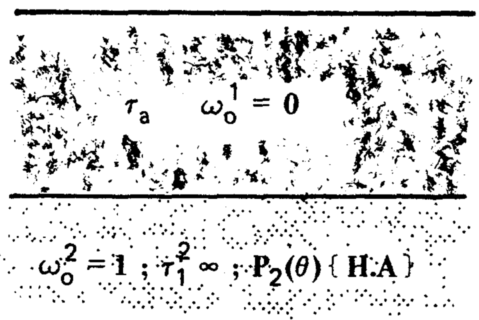
- 2) un nuage supérieur purement absorbant d'épaisseur optique τ_a, au dessus d'un nuage conservatif épais ($\rho = 1$).

Ces deux modèles sont schématisés ci dessous



$\rho = 0.76$

1



2

Quoique plus importants dans le modèle (2); les écarts observés par rapport au modèle de base sont encore essentiellement localisés près du limbe et du terminateur et restent faibles dans la partie centrale du disque pour des angles de phase moyens comme on peut le constater sur les figures III.14 (a et b) extraites de l'article n°2 qui présentent les écarts des distributions équatoriales de luminance par rapport au modèle homogène de base.

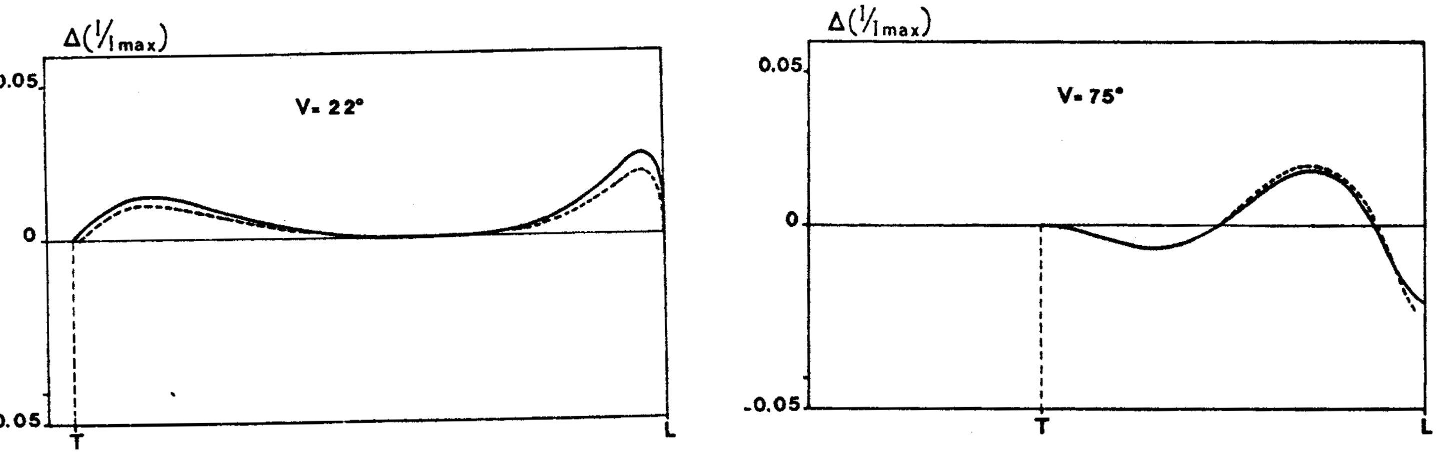


Fig. III. 14a. Discrepancies $\Delta(I/I_{max})$ between the equatorial brightness distributions obtained with the homogeneous {A–H} model and a two layer one. $\lambda = 0.47\,\mu m$. Two-layer model (a) Upper cloud $\tau_1 = 0.5$, $\tilde{\omega}_0 = 0.9967$; lower cloud $\rho = 0.77$ (——). (b) Upper cloud $\tau_1 = 1$, $\tilde{\omega}_0 = 1$; lower cloud $\rho = 0.76$ (---). L = limb, T = terminator. Phase angle $V = 22°$.

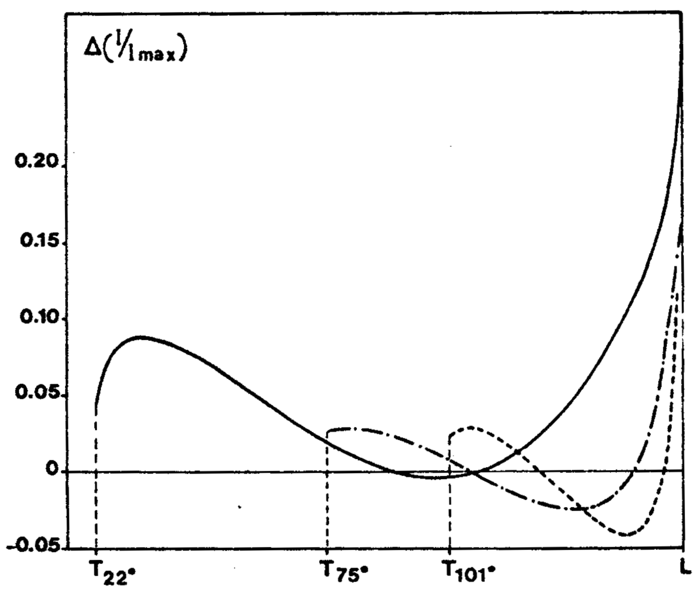


Fig. III. 14b.

Discrepancies $\Delta(I/I_{max})$ between the equatorial brightness distributions obtained with the homogeneous {A–H} model and the two layer one: absorbing layer τ_a above a conservative {A–H} cloud. $V = 22°$, (——), $V = 75°$ (—·—), $V = 101°$ (---).

Les résultats de cette analyse montraient donc que l'aspect régulier des réseaux d'isophotes observé de façon quasi permanente en lumière jaune ne pouvait pas correspondre à une simple structure stratifiée couvrant de façon homogène l'ensemble du disque. Ceci rejoint d'ailleurs la forte inhomogénéité décelée par la mise en défaut des relations de réciprocité sur les clichés étudiés.

En revanche la simplification importante apportée par l'absence d'influence de P_2 (Θ) sur les réseaux d'isophotes permettait d'envisager l'étude des contrastes et d'aborder des modèles inhomogènes horizontalement susceptibles de rendre compte des observations en U.V.

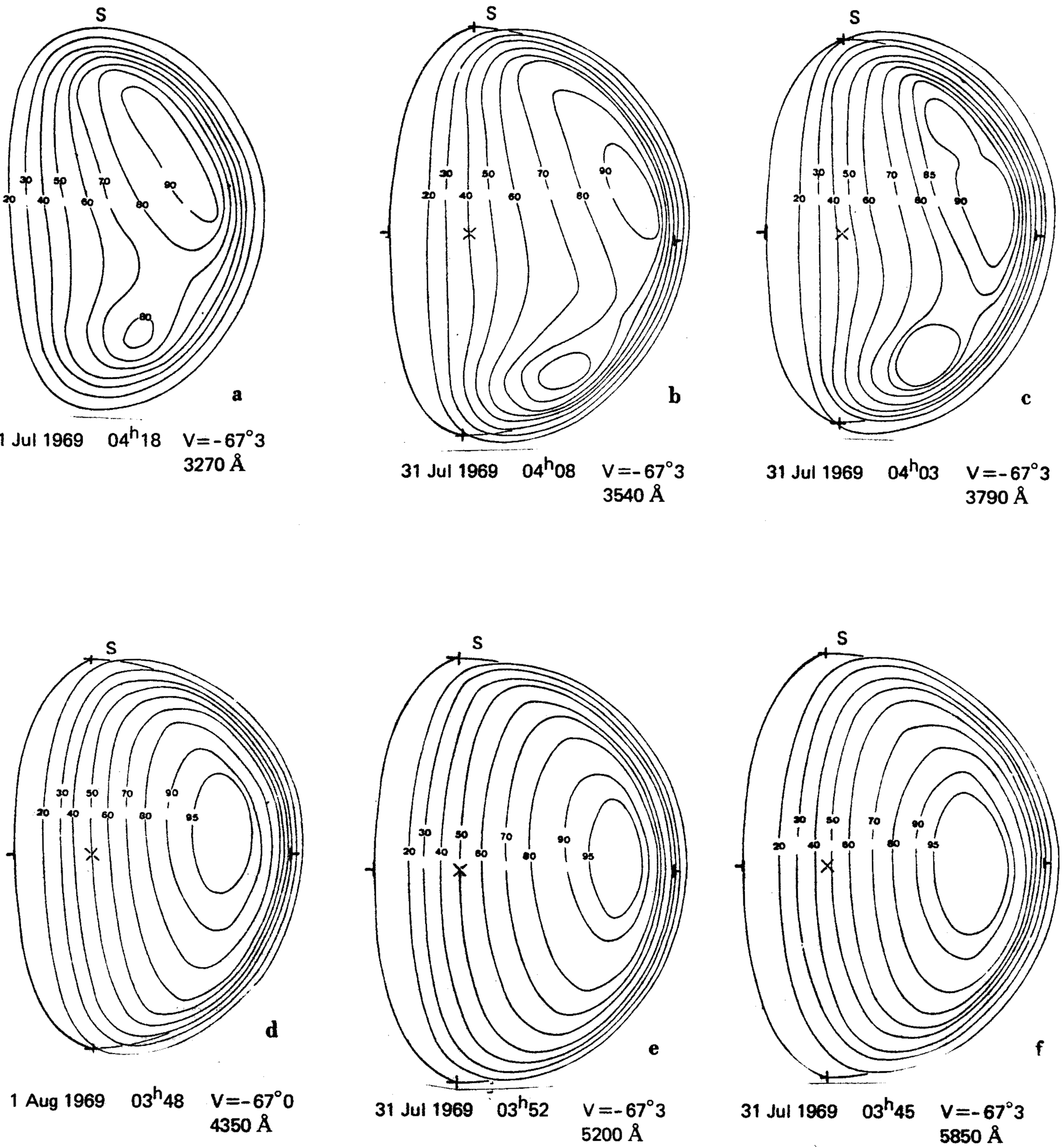
III- VARIATIONS HORIZONTALES DE LA STRUCTURE NUAGEUSE DE VENUS ANALYSE DES TACHES U.V.

On pouvait alors se poser la question de savoir si les inhomogénéités horizontales de la structure nuageuse, mises en évidence par cette analyse de quelques clichés en lumière jaune, et les taches sombres fréquemment observées en lumière ultra violette n'étaient pas correlées. Nous avons donc cherché si un mécanisme d'absorption unique dont l'efficacité varierait avec la longueur d'onde pouvait expliquer l'ensemble de ces observations, et plus précisément s'il était possible d'en déduire une localisation grossière du niveau de la couche où l'absorption aurait lieu. Cette analyse porte sur une série de clichés obtenus quasi- simultanément à diverses longueurs d'onde. Les figures III.15 (a à f) extraites de Dollfus et al (1975) présentent ces observations polychromes de Vénus du 31 Juillet 1969 sous la forme de réseaux d'isophotes qui montrent de 0,58μm à 0,327 μm l'apparition des classiques taches ultra violettes.

III-1- MODÈLES DE NUAGES.

L'analyse de l'albédo sphérique de Vénus montre que l'absorption doit se produire en assez haute altitude pour le rayonnement U.V. (Cf Art. 4). Dans l'hypothèse d'un mécanisme d'absorption unique, on supposera donc l'influence du sol comme négligeable à toutes les longueurs d'onde. On considérera alors trois types extrèmes de répartition possibles de l'absorption par rapport à la couche diffusante d'où provient la lumière polarisée.

Dans le modèle I on considérera une couche conservative épaisse verticalement homogène ayant les caractéristiques diffusantes de la couche de référence sondée en polarisation surmontée d'un absorbant pur ayant une

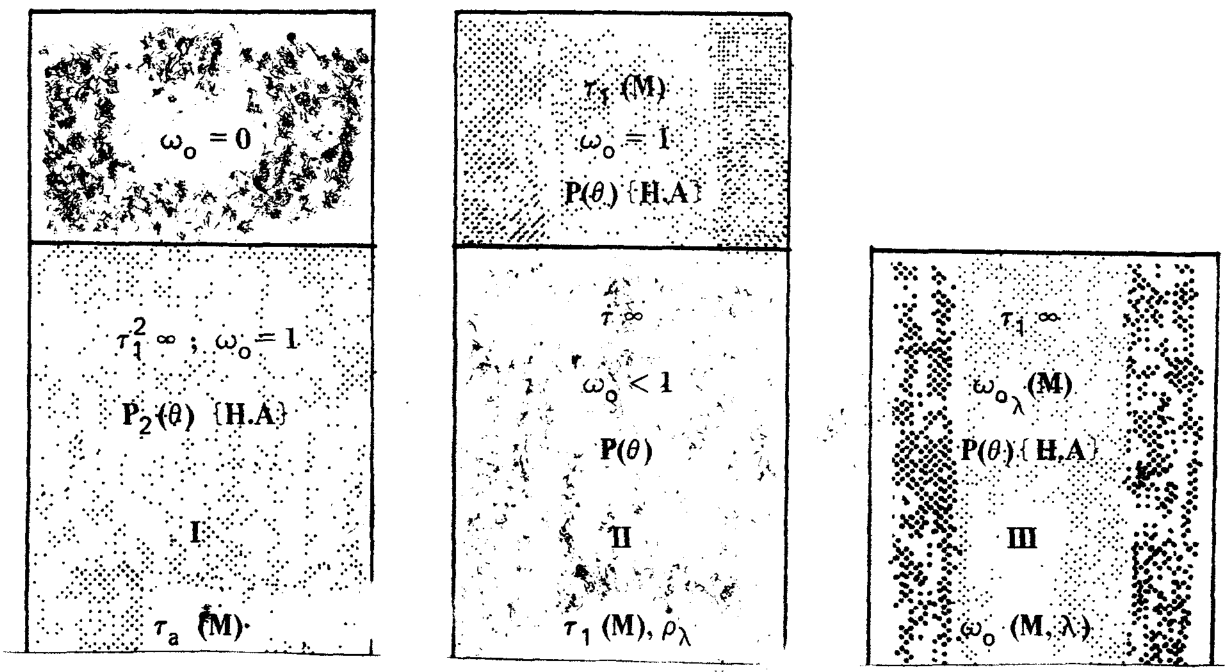


– Figure III-15 – Isophotes de Vénus. Série polychromatique d'après Dollfus et al. (1975).

épaisseur optique τ_a variable où sera localisée toute l'absorption.

Dans le modèle II, on supposera au contraire que toute l'absorption a lieu sous la brume conservative de référence, d'épaisseur optique variable, dans une ou plusieurs couches nuageuses plus basses. Celles ci seront essentiellement caractérisées par une réflectivité globale ρ_λ en accord avec l'analyse précédente.

Enfin dans le modèle III, l'absorption sera répartie au sein même de la brume, verticalement homogène; on n'envisagera donc ici que des variations horizontales de l'albédo de diffusion simple $\omega_o(\lambda)$.
Ces différents modèles sont schématisés ci dessous



III - 2 - MÉTHODE D'ANALYSE

Pour une longueur d'onde de référence λ_o, on ajuste en tout point M du disque le paramètre ajustable à savoir τ_a (M), τ_1(M) pour ρ_{λ_o} fixé, ou ω_o (M, λ_o) de façon à retrouver la distribution de luminance observée à λ_o. On remarquera que dans le modèle II, à une luminance donnée correspond un intervalle de variation de ρ_{λ_o}, celui ci étant associé à une valeur appropriée de l'épaisseur optique τ_1(M). Nous ne retiendrons pour l'instant que les distributions extrêmes τ_1^{max}(M) et τ_1^{min}(M) qui correspondent respectivement aux réflectivités minimum $\rho_{\lambda_o}^{min}$ et maximum $\rho_{\lambda_o}^{max}$ permettant d'obtenir un accord en tous points du disque. Puis partant de ces solutions initiales, on cherchera les distributions de luminance qui devraient en résulter aux autres longueurs d'onde. Les paramètres libres seront obtenus par les transformations simples suivantes :

<u>Modèle I</u> $\qquad \tau_a(M, \lambda_1) = \tau_a(M, \lambda_o) \times A(\lambda_1)$

<u>Modèle II</u> $\qquad \rho_{\lambda_o}\ ;\ \tau_1(M) \qquad \rho\,\lambda_1\ ;\ \tau_1(M)$

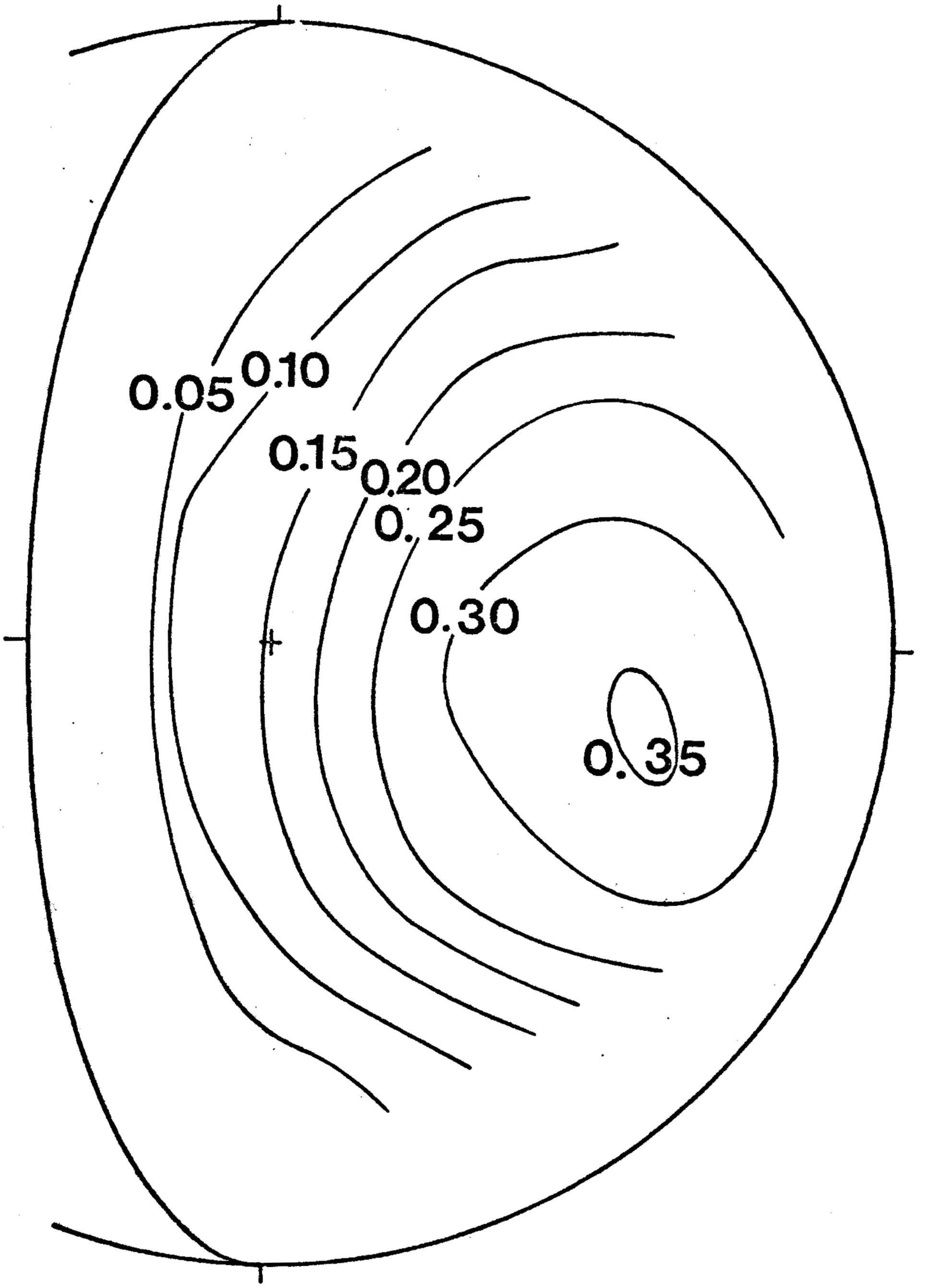
<u>Modèle III</u> $\qquad \dfrac{1 - \omega_o(M, \lambda_1)}{\omega_o(M, \lambda_1)} = \dfrac{1 - \omega_o(M, \lambda_o)}{\omega_o(M, \lambda_o)} \times B(\lambda_1)$

Ces relations supposent que l'absorption provient d'un aérosol purement absorbant (dont l'efficacité varie avec λ, n'affectant donc pas la polarisation), la section efficace de diffusion des particules conservatives d'acide sulfurique calculée ne variant pratiquement pas sur l'intervalle spectral considéré. Pour chacun des trois modèles, on calcule alors les luminances absolues $I(M, \lambda_1)$ en fonction du seul paramètre libre ($A(\lambda_1)$, $\rho(\lambda_1)$, $B(\lambda_1)$) respectivement pour chacun des modèles I, II, et III que l'on fait varier jusqu'à retrouver les magnitudes $m(\lambda_1, V)$ déduites des courbes de phase d'Irvine (1968).

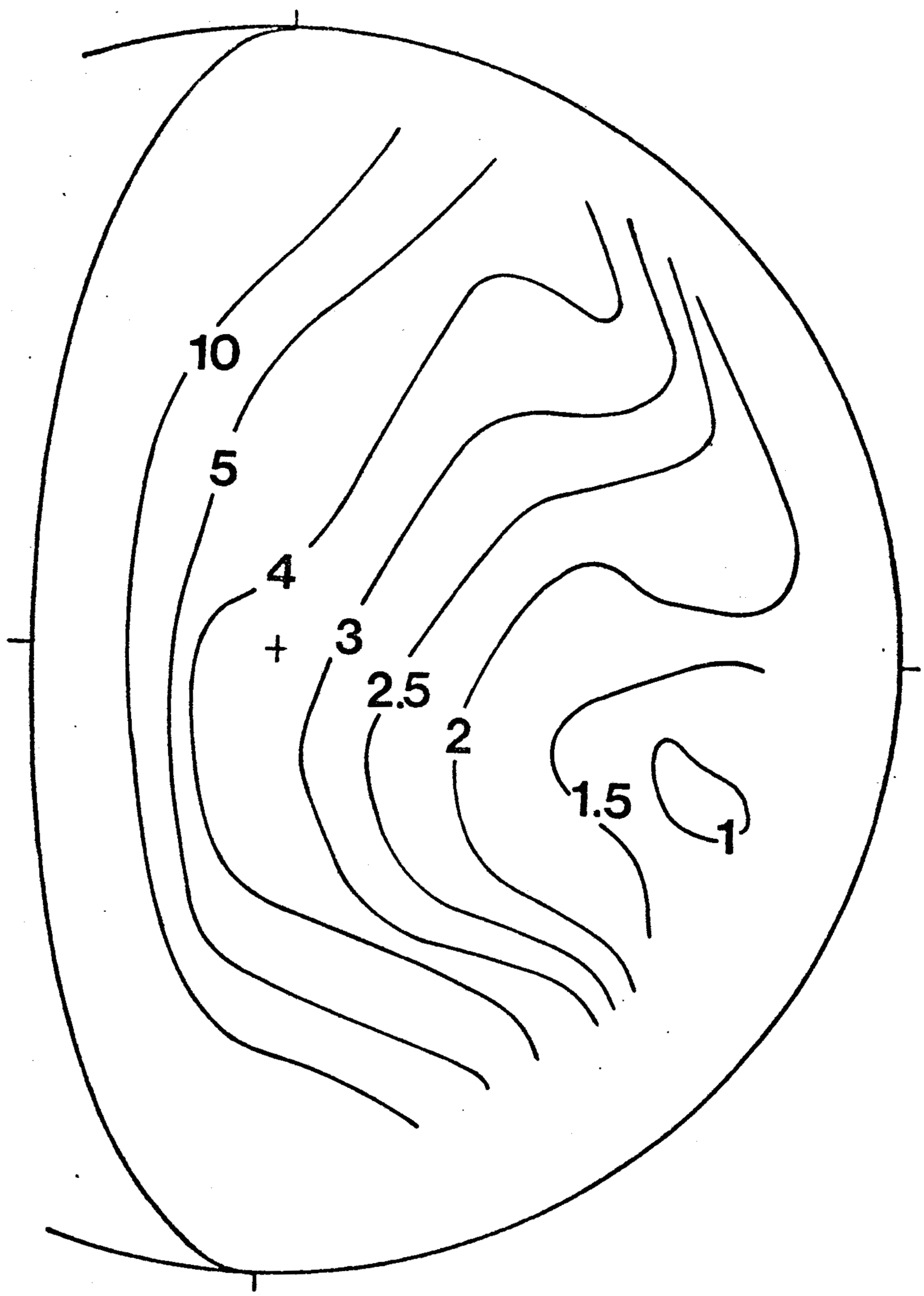
Les difficultés rencontrées au cours de cette analyse (localisation précise des points sur le disque, calcul des magnitudes) sont exposées dans l'article 4.

III - 3 - Résultats

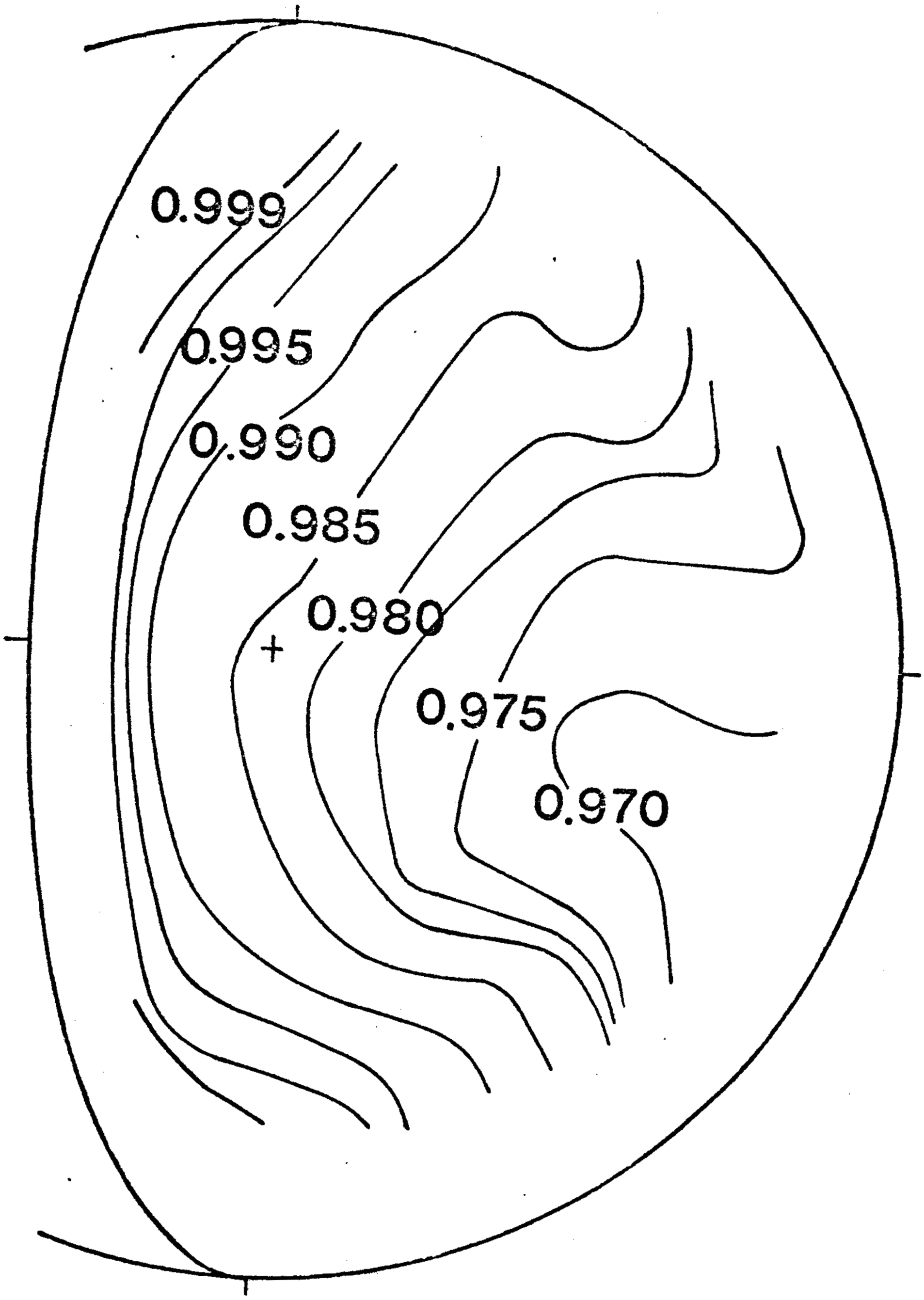
Les distributions initiales $\tau_a(M, \lambda_o)$; $\tau_1(M)$ et $\omega_o(M, \lambda_o)$ obtenues à 0,3790 µm ont été reportées sur les figures III.16, 17 et 18 respectivement. On s'est contenté de reporter sur la seconde la réparti-



– Figure III-16 – Distribution de l'épaisseur optique τ_a(M) de l'absorbant pur. Modèle I (λ_o = 3790 Å ; V = 67°)



– Figure III-17 – Distribution de l'épaisseur optique τ_1(M) de la couche supérieure conservative.
Modèle II (λ_o = 3790 Å ; V = 67°)

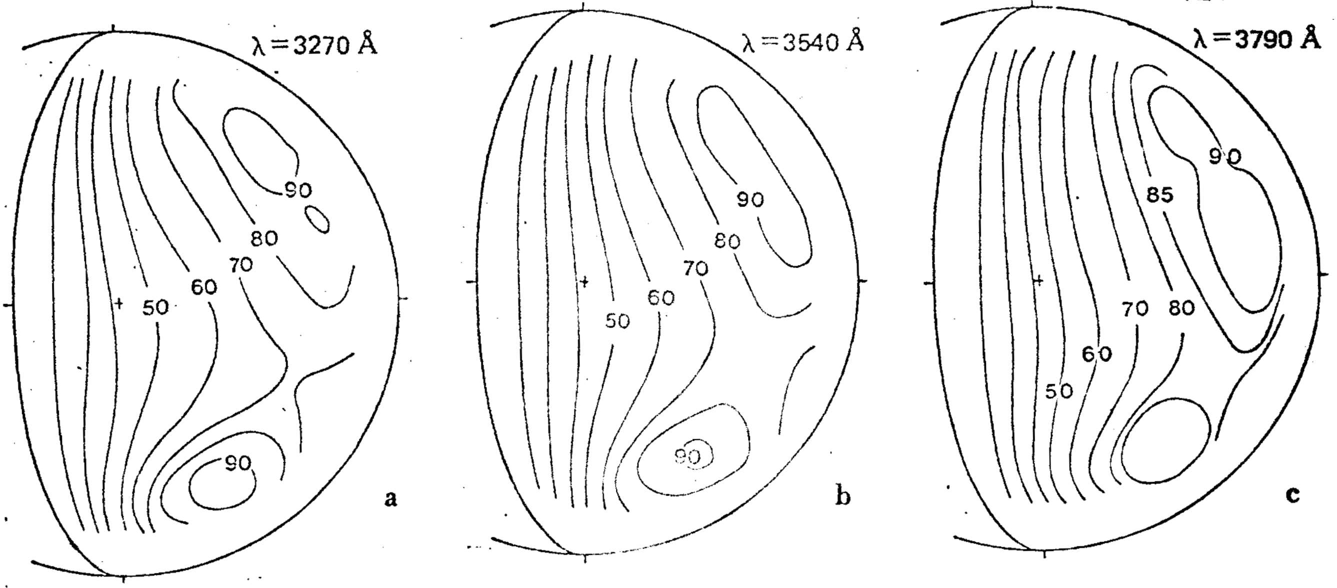


– Figure III-18 – Distribution de l'albédo de diffusion simple $\omega_o(M, \lambda_o)$ du nuage. Modèle III ($\lambda_o = 3790$ Å ; V = 67°)

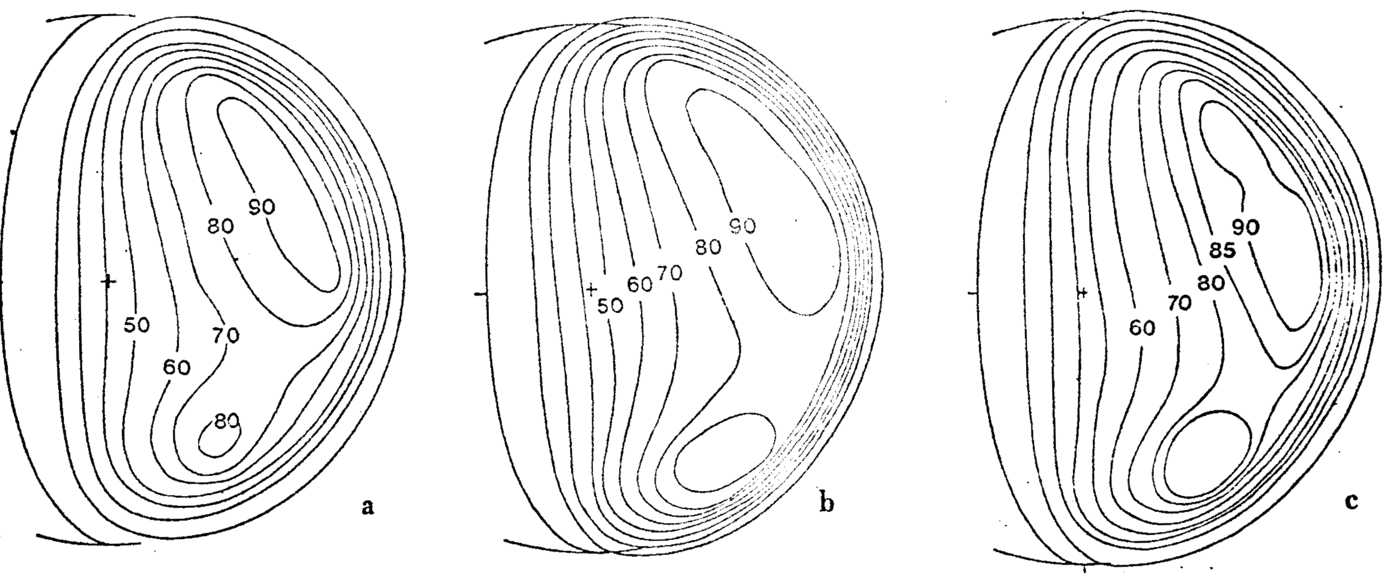
tion τ_1 (M) correspondant à la solution moyenne obtenue. Il apparait en effet que les solutions extrêmes sont très voisines. Typiquement au centre du disque, l'épaisseur optique ne varie que de 2,5 à 3,5 environ; les épaisseurs plus fortes apparaissant au voisinage des pôles et du terminateur restant assez stables. Des épaisseurs plus fortes que τ_1^{max} impliqueraient une réflectivité de départ $\rho_{\lambda_o}^{min}$ si faible qu'il ne serait plus possible par la suite de retrouver la décroissance de magnitude pour les λ plus courtes. Pour des épaisseurs optiques plus faibles que τ_1^{min} nécessitant une réflectivité $\rho_{\lambda_o}^{max}$ plus élevée, on tend vers une distribution de luminance trop homogène et il devient impossible de restituer les dissymétries observées. On peut alors extrapoler des différents modèles vers les autres longueurs d'onde de la série.

III - 4 - CONCLUSIONS

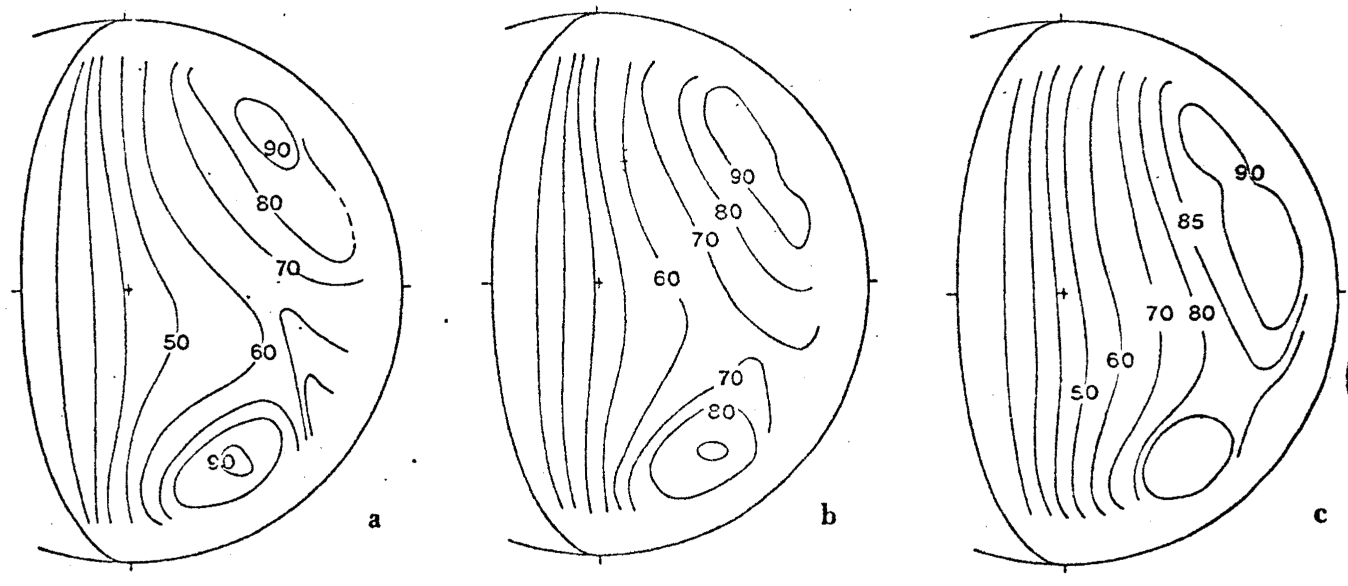
Le calcul des différentes distributions théoriques I(M,λ) montre tout d'abord que dans l'intervalle spectral exploré les modèles I et III conduisent à des résultats pratiquement indiscernables dans la partie utilisable du disque et on ne comparera aux réseaux expérimentaux que les résultats confondus des modèles I et III d'une part et les résultats moyens du modèle II d'autre part. Les différents réseaux correspondant respectivement aux modèles I et III, aux mesures expérimentales et au modèle II, sont présentés sur les figures III.19,20 et 21 (a-f) extraites de l'article n°4. On constate d'abord que dans le domaine ultra violet, les observations semblent mieux restituées par les modèles où l'absorption a lieu au dessus ou au sein même de la brume. Dans la zone transitoire 0,39 µm - 0,43 µm où l'on ne dispose malheureusement pas d'observation, les réseaux théoriques se différencient à nouveau assez bien, les contrastes disparaissant plus rapidement dans le modèle II. Enfin dans le visible, les réseaux théoriques sont presque identiques, les

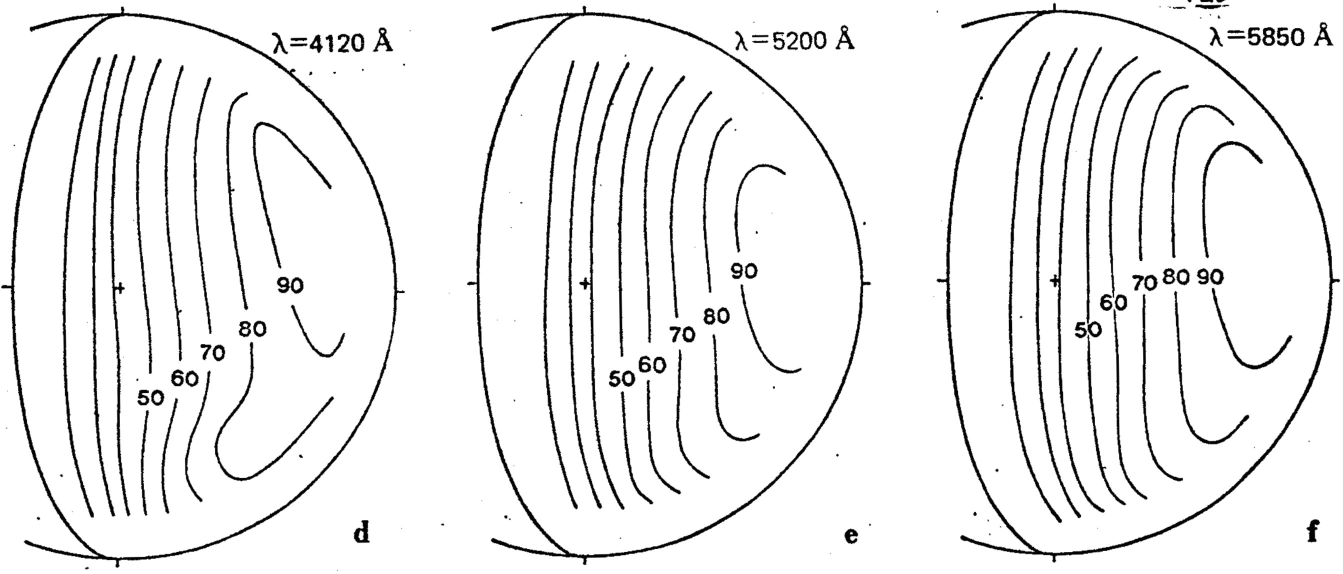


– Figure III-19 – Isophotes théoriques pour les modèles I et III.

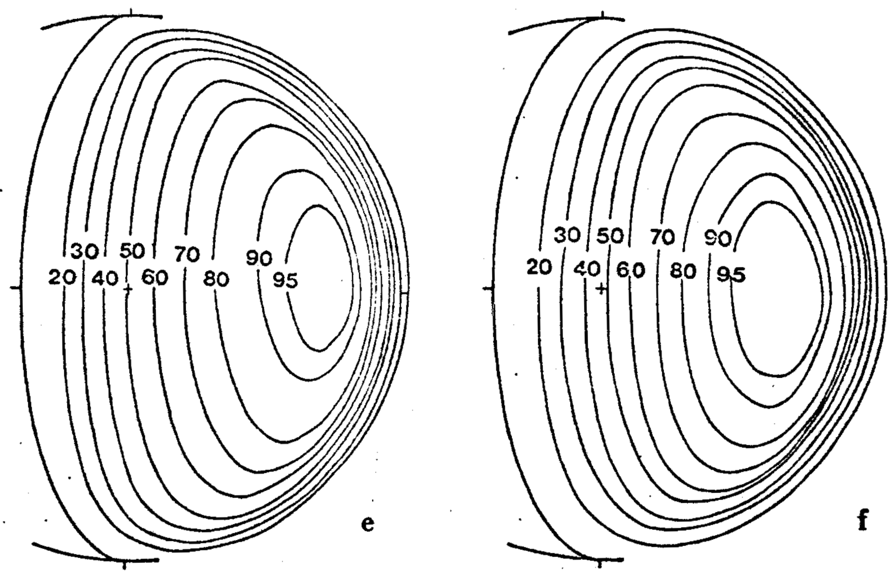


– Figure III-20 – Isophotes expérimentales d'après Dollfus et al. (1975).

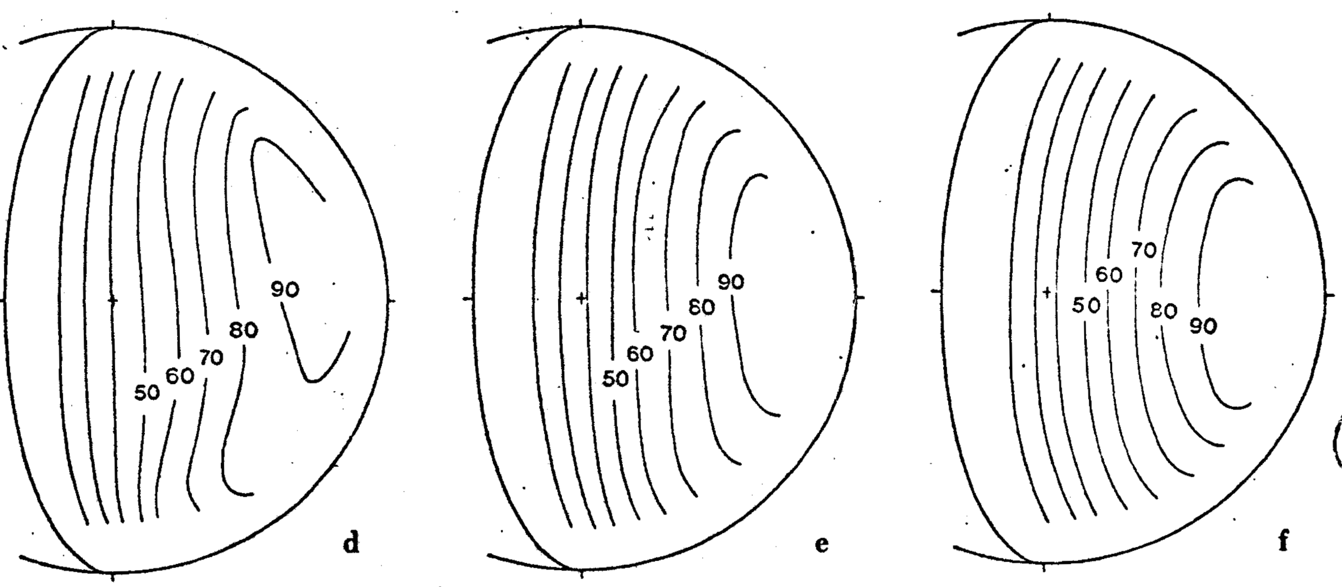




— Figure III-19 — Suite



— Figure III-20 — Suite



— Figure III-21 — Suite

dissymétries disparaissent, et les résultats théoriques se confondent pratiquement tous avec la distribution de luminance correspondant au modèle homogène infini déjà étudié et inconciliable avec les observations comme on l'a vu précédemment et il apparait donc impossible de correler les observations visibles et ultra violettes dans l'hypothèse d'un mécanisme d'absorption unique. Dans le visible on relève en effet un déficit de lumière dans la région du point subsolaire. On peut alors envisager une influence du sol. Celle ci n'apparaitrait dans le visible qu'avec l'extinction de l'absorption propre du milieu et la décroissance rapide de la diffusion moléculaire, l'épaisseur optique totale des aérosols de l'atmosphère n'étant plus assez importante pour être considérée comme infinie dans cette région. Ceci semble d'ailleurs confirmé par les résultats préliminaires des sondages plus récents effectués par Vénéra 9 et 10 (MAROV,1976), l'angle zénithal du soleil étant respectivement de 33° et 27°. Il faudrait admettre alors que l'épaisseur des nuages décroît régulièrement du terminateur au point subsolaire. Mais même en supposant la couche nuageuse conservative et très épaisse au terminateur, le déficit en luminance relative est tel que la magnitude correspondante serait trop faible.

ICARUS 26, 73–84 (1975)

ARTICLE N° 2.

Photometry of Venus

II. Theoretical Brightness Distribution over the Disk

C. BIGOURD, C. DEVAUX, M. HERMAN, AND J. LENOBLE

Laboratoire d'Optique Atmosphérique, Université des Sciences et Techniques de Lille, France

Received December 30, 1974; revised May, 5 1975

Theoretical brightness distributions over the Venus disk have been computed for homogeneous and multilayered cloud models. With homogeneous models, the relative brightness does not depend very much on the optical properties of the cloud, except near the limb or for small phase angles. For multilayered cloud structures, the relative brightness is nearly fixed by the structures and the relative brightness is nearly fixed by the scattering function of the uppermost cloud; the vertical distribution of the absorption is unimportant if the spherical albedo of the planet is given. If the horizontal inhomogeneities currently seen on Venus are due to a layered structure, with an optical thickness of the upper cloud varying from point to point, large simplifications seem possible, and measured contrasts at various wavelengths should permit a test of such a model.

I. Introduction

A large number of observations of the brightness distribution over the disk of Venus have been performed by Dollfus *et al.* (1974); these experimental results are described in Part I of this work on the photometry of Venus (Dollfus *et al.*, 1975).

Most of our present knowledge concerning the Venus clouds has been deduced from the polarization of the solar radiation reflected back to space by the clouds, because polarized light is particularly sensitive to the optical parameters of the particles (Hansen and Arking, 1971; Hansen and Hovenier, 1974). But polarized light can only give us information about the upper layer of the cloud (optical depth 2 or 3). The global scattered intensity is not so precise a source of information, but allows a deeper sounding of the cloud. The phase curve of Venus has already been studied by many authors (Sobolev, 1964; Arking and Potter, 1968; Fymat, 1972). Here we will investigate the distribution of the reflected sunlight upon the Venus disk. Such detailed measurements may contain more information than integrated ones. Only theoretical results will be given. Comparisons with the measurements reported previously (Part I) will be presented in Part III of this work.

II. Model of the Clouds: Computational Scheme

For intensity computations and for visible wavelengths, the molecular scattering of the Venus atmosphere is negligible. It will be assumed that the character of the scattering particles does not vary with altitude, so that we shall have homogeneous clouds. Later on we will consider clouds made up of several homogeneous layers.

It will further be assumed that the number density of the scattering particles is high enough to use plane geometry for any point on the disk. This last assumption may be wrong on the limb, but in any case the experimental data are also too inaccurate near the limb to allow a significant comparison.

As a basic model of the clouds we will use the results deduced from the polarization measurements (Hansen and Arking, 1971; Hansen and Hovenier, 1974); that is, spherical particles, with refractive index $m = 1.44$, effective radius $r_e = 1.1\,\mu$m, mean radius $\bar{r} = 0.83\,\mu$m, and number density distribution given by

$$n(r) = n_0 r^p \exp(-qr);$$
$$p = 12; \qquad q = (12/0.83)\ \mu\text{m}^{-1}. \qquad (1)$$

This model will be called the {A–H} model. Other scattering particles will be considered. They are always supposed to be spherical, so that their scattering phase function $p(\alpha)$ can be computed from Mie theory. The phase function will always be expanded in the form

$$p(\alpha) = \sum_{l=0}^{L} \beta_l P_l(\cos\alpha), \qquad \beta_0 = 1, \qquad (2)$$

where the P_l are Legendre polynomials.

Given the law of scattering which is quite independent of the small absorption of the scattering particles at these wavelengths, the single scattering albedo $\tilde{\omega}_0$ will be deduced from the spherical (or Bond) albedo A of the planet, measured by Irvine (1968). For an infinite optical depth of the clouds, the exponential kernel approximation gives (Wang, 1972)

$$\frac{1+A}{1-A} = u(\tilde{\omega}_0, \beta_1),$$
$$u(\tilde{\omega}_0, \beta_1) = \left[\frac{(4-\tilde{\omega}_0)(3-\tilde{\omega}_0\beta_1)}{12(1-\tilde{\omega}_0)}\right]^{1/2}. \qquad (3)$$

For a finite optical depth of the clouds, τ_1, above a ground (or another cloud) of reflectivity ρ, the same approximate method gives (Bigourd *et al.*, 1973)

$$\frac{1+A}{1-A} = u(\tilde{\omega}_0, \beta_1)\,\frac{1+\delta\tanh\gamma\tau_1}{\delta+\tanh\gamma\tau_1} \qquad (4)$$

with

$$\delta = (1-\rho)\,u(\tilde{\omega}_0, \beta_1)/(1+\rho),$$
$$\gamma = (3-\tilde{\omega}_0, \beta_1)/2u(\tilde{\omega}_0, \beta_1);$$

ρ, τ_1, $\tilde{\omega}_0$, β_l, and A are wavelength-dependent quantities.

Table I gives, at some wavelengths for which A is known, the single scattering albedo $\tilde{\omega}_0$ of the particles, assuming an infinite optical thickness and the {A–H} model.

Figure 1 gives the geometry of the problem. The center of Venus is O; S and E are the subsolar and the subterrestrial points; and M is the point of observation. Let ψ and ξ be the latitude and longitude

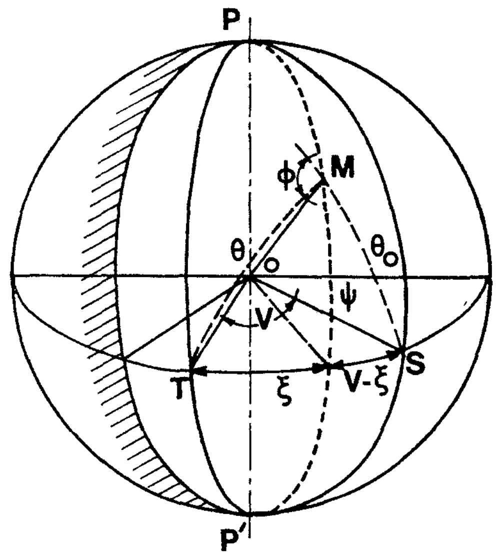


FIG. 1. Geometry of the problem.

TABLE I

λ	A	β_1	ω_0	β_1*	ω_0*	A_0
0.32	0.46	2.315	0.9740	1.911	0.9580	0.805
0.36	0.52	2.297	0.9820	1.914	0.9710	0.772
0.42	0.68	2.265	0.9935	1.9125	0.9900	0.708
0.46	0.77	2.241	p.9970	1.9325	0.9955	0.668
0.50	0.79	2.219	0.9965	1.9425	0.9963	0.600
0.63	0.94	2.134	0.9998			
0.73	0.93	2.076	0.9997			
0.86	0.89	2.038	0.9992			
1.00	0.89	2.040	0.9992			

of M, and V the phase angle of Venus; $\mu = \cos\theta$ and $\mu_0 = \cos\theta_0$, where θ_0 and θ are the angles with OM of the Venus–Sun and Venus–Earth directions. The scattered intensity $I(M, V)$ at M is then computed by the spherical harmonics method (Guillemot, 1967; Deuzé *et al.*, 1973), and obtained in the form

$$I(M, V) = \sum_{s=0}^{L} \cos s\phi \sum_{l=s}^{L} P_s^{\,l}(\mu)\, A_s^{\,l}, \qquad (5)$$

where the coefficients $A_s^{\,l}$ are functions of τ_1, ρ, $\tilde{\omega}_0$, μ_0, and β_l. Most of the computational work involved in obtaining the $A_s^{\,l}$ is independent of the values of τ_1, ρ, and μ_0. Computations are made for $\mu_0 = 0.01$; 0.05 (0.05) 0.7; 0.7 (0.25) 0.975; 0.975 (0.05) 0.990 and 0.999. Even for small phase angles, there is a sufficient number of points to obtain an accurate distribution of the scattered light over the disk. For a given ellipse $\mu_0 = \cos\psi\cos(\xi - V) = \text{constant}$, projected upon the apparent Venus disk, $I(M, V)$ may be easily computed by (5) for as many points as necessary with

$$\mu = \cos\psi\cos\xi,$$

$$\cos\phi = -\frac{\cos V - \mu\mu_0}{[(1-\mu^2)(1-\mu_0^{\,2})]^{1/2}}.$$

The final results will be given as curves of equal intensity, or isophotes, on the apparent disk of Venus; the maximum of $I(M)$ will be arbitrarily given the value 100.

For some of the investigated scattering functions (large particles), the exact expansion (2) was too long for computing purposes and we have used the truncation method tested by Hansen (1969) and Potter (1970). In the transfer equation, $\tilde{\omega}_0$ and $p(\alpha)$ are then replaced by the reduced quantities $\tilde{\omega}_0^*$ and $p^*(\alpha)$. If $p'(\alpha)$

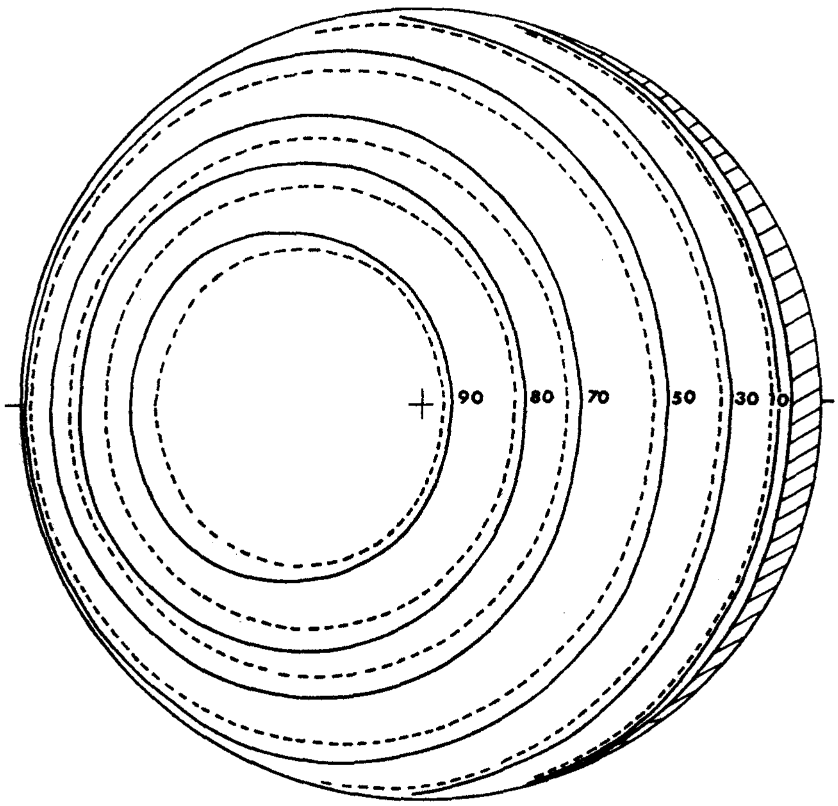


FIG. 2. Theoretical brightness distribution, for a homogeneous cloud {A–H} model at wavelength $\lambda = 0.58\,\mu$m. Spherical albedo $A = 1.0$ (– – –), $A = 0.8$ (——). Phase angle $V = 22°$.

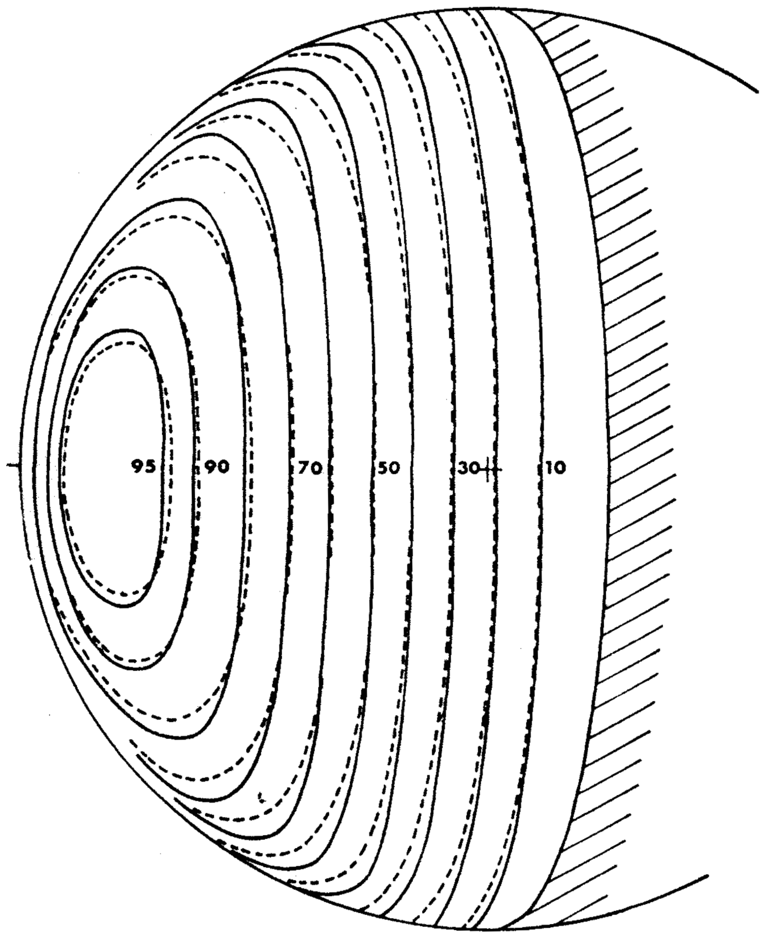


Fig. 3. Same as Fig. 2. $V = 75°$.

is the phase function $p(\alpha)$ truncated from its diffraction peak, with

$$A_0 = \int_{-\pi/2}^{+\pi/2} [p(\alpha) - p'(\alpha)]\, d(\cos\alpha),$$

we have

$$p^*(\alpha) = 2p'(\alpha)/(2 - A_0); \qquad (\beta_0{}^* = 1)$$
$$\omega_0{}^* = \tilde{\omega}_0(2 - A_0)/(2 - \tilde{\omega}_0 A_0). \qquad (6)$$

Except near inferior conjunction ($V >$ 120°), or for points near the limb, this approximation is very good.

III. Results for the Basic Model

We first consider the brightness distribution over the Venus disk which would be obtained if the particles observed in polarized light have a sufficient optical thickness so that the major part of the reflected light comes from such scatterers. The accuracy of the polarization measurements is very good and, as will be shown later (Section IV), even large variations of the particles' refractive index and size distribution give small modifications of the isophote maps. Then the model is defined by $\tau_1 \sim \infty$ and the {A–H} phase function.

The single scattering albedo of the particles is deduced from the spherical albedo measurements which are rather inaccurate. Therefore we have carried out the numerical computations for different values of $\tilde{\omega}_0$ corresponding to different values of A. For the wavelength $0.58\,\mu$m, $\tilde{\omega}_0 = 0.99725$, 0.99961, and 1 give, respectively, $A = 0.8$, 0.92, and 1, so that the inaccuracy $\Delta A \sim 10\%$ (Irvine, 1968) is

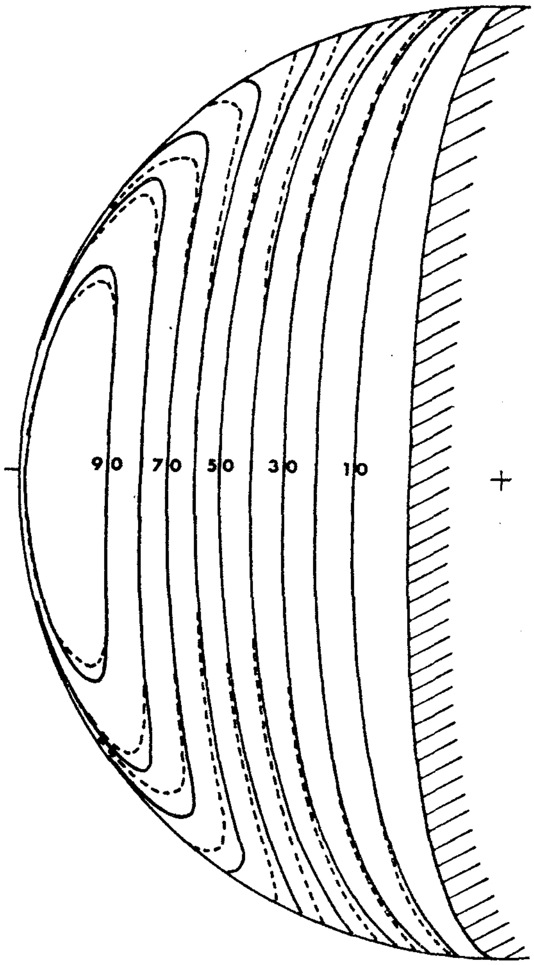


FIG. 4. Same as Fig. 2. $V = 101°$.

taken into account. The obtained isophote maps are given in Figs. 2, 3, and 4, corresponding to phase angles $V = 22°$, $75°$, and $101°$.

The variations of these maps are qualitatively clear, if we consider the reflected light as expanded in successive orders of scattering. Uesugi and Irvine (1969) have shown that the rate of convergence of the Neumann series

$$I(M, \omega_0) = \sum_{n=1}^{\infty} \tilde{\omega}_0{}^n R_n(M)$$
$$\simeq A(M) \sum_{n=1}^{\infty} n^{-3/2} \tilde{\omega}_0{}^n \exp[-d(M)/n] \tag{7}$$

does not depend very much on $M[d(M) \simeq$ constant], for elongated scattering functions, except near grazing emergence and incidence. So, the relative brightness is nearly independent of $\tilde{\omega}_0$ in the central part of the Venus disk. On the other hand near the limb the convergence of (7) is very rapid and only the few first orders of scattering, which are not very affected by absorption, contribute to the reflected light; then the relative brightness near the limb increases with the true absorption (when $\tilde{\omega}_0$ decreases). The larger the phase angle, the smaller the variation; for $V \geqslant 120°$, the brightness over the whole of each map corresponds to a few orders of scattering and becomes quite independent of $\tilde{\omega}_0$.

With the assumed homogeneous {A–H} model, the theoretical relative brightness is therefore well defined for not too small phase angles and can be compared with the observed relative brightness. The remaining uncertainties are not very important, since they are located in places where the experimental results are probably not very good, because of the limited resolution of the telescope. On the other hand, with the same hypothesis, accurate experimental isophote maps obtained near Venus superior conjunction would perhaps make it possible to fix a limit for the possible true absorption of the scattering particles. But for such phase angles ground-based measurements do not seem well suited.

IV. Two Cloud Models

Below the upper cloud, from which the polarized light comes, and which corresponds to the {A–H} model, there may be another kind of aerosol. Such a layered cloud structure could explain the inhomogeneities frequently seen as dark markings on the Venus disk. Let us see whether we can infer something about such an inhomogeneity from photometric measurements.

With a two-layer horizontally inhomogeneous model we have too many parameters, and we shall first analyze the general features of the problem with a horizontally homogeneous cloud cover, that is an assumed upper cloud with uniform optical thickness τ_1, above another lower layer. We then have four unknowns:

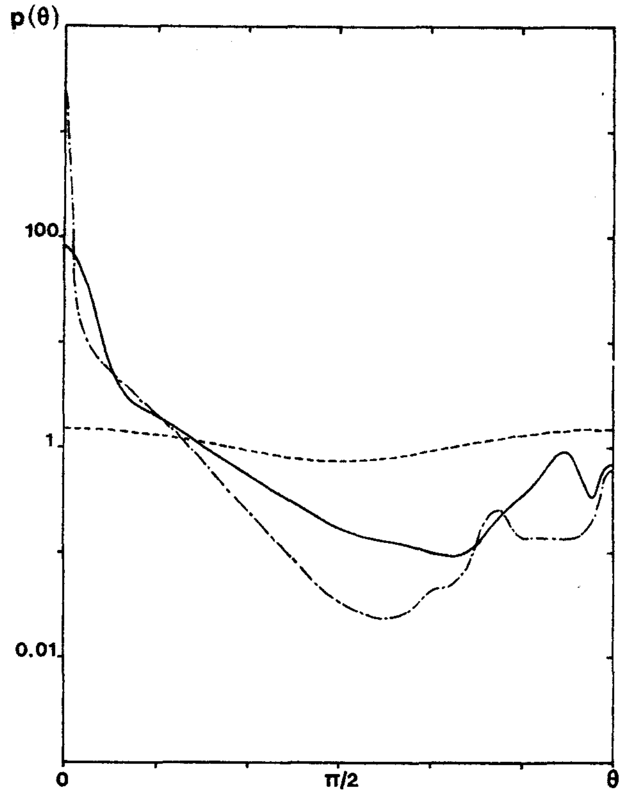


FIG. 5. Phase functions at $\lambda = 0.58\,\mu$m for: Rayleigh scattering (– – –), a cumulus type cloud ($\bar{r} = 4\,\mu$m, $m = 1.33$) (—·—), the {A-H} model ($\bar{r}$=0.83 um, m=1.44) (——).

τ_1 (we have to keep a large optical depth $\tau_1' \sim \infty$ for the lower cloud), the phase function $p'(\theta)$ for the lower cloud (we have to keep the {A–H} model for the upper one), and the single scattering albedos $\tilde{\omega}_0$ and $\tilde{\omega}_0'$ for the two layers. These unknowns, $\tilde{\omega}_0$, $\tilde{\omega}_0'$, $p'(\theta)$ and τ_1, have to obey the condition that the observed spherical albedo A of Venus is obtained.

For such a model the preceding basic results will be modified, owing to the modification of the upward radiation received at the bottom of the upper cloud. This change may qualitatively be analysed in two respects: (i) a modification of the spatial distribution of this upgoing radiation, and (ii) a modification of the upward flux (since the two clouds will generally have different absorptions and therefore different reflectivities).

To study the first effect, let us assume that the {A–H} layer is very thin and compute isophote maps, again for homogeneous models, but for other scattering laws than the {A–H} one. The discrepancies between such maps and those corresponding to the basic model will give the maximum possible perturbation due to $p'(\theta)$.

An exhaustive investigation of the various kinds of particles proposed for Venus is however impossible (in any case the number distributions and the shapes of these particles remain unknown), and we have only studied two examples of very different scattering media: Rayleigh scattering, and a cumulus type cloud ($\bar{r} = 4\,\mu$m, $m = 1.33$). The corresponding phase functions are given in Fig. 5 for wavelength $0.58\,\mu$m. These cases do not claim physical plausibility; they only correspond to large variations in backward and forward scattering.

Some comparisons of the corresponding brightness distributions are given in Figs.

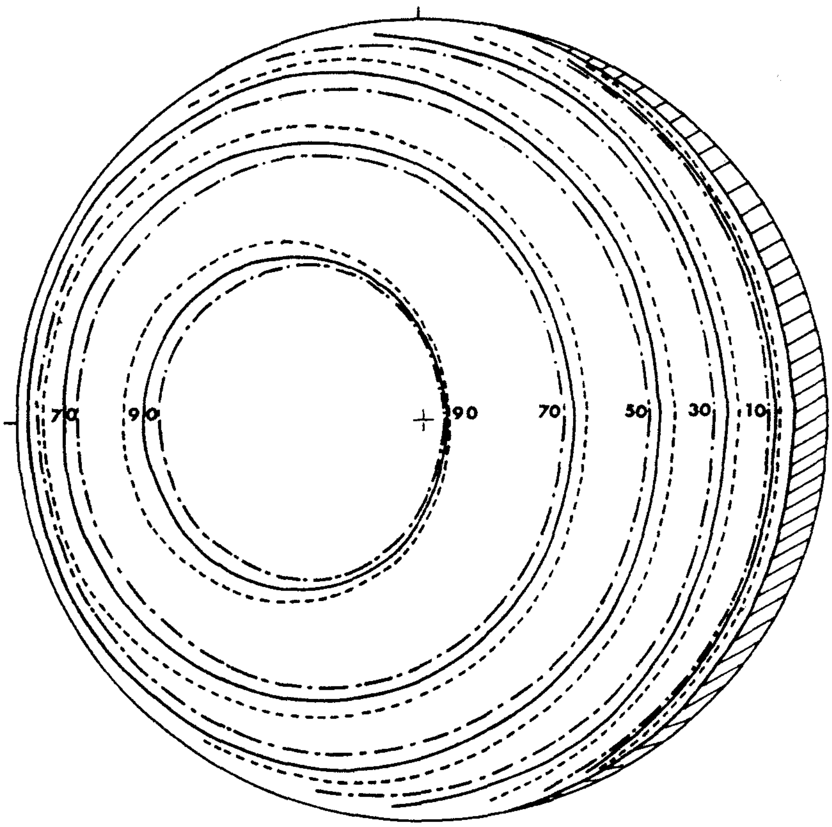


FIG. 6. Theoretical brightness distribution, for a homogeneous cloud at $\lambda = 0.58\,\mu$m. Spherical albedo $A = 0.92$. Phase function: Rayleigh scattering (- - -), cumulus type cloud (—·—), {A–H} model (——). Phase angle $V = 22°$.

6, 7, and 8. The single scattering albedo was always adjusted to obtain the same spherical albedo ($A = 0.92$). Here again, except for points near the limb or for phase angles near superior conjunction, the obtained variations are very small. The larger effect appears with Rayleigh scattering, but such discrepancies will certainly disappear when superimposing a thin but not negligible layer of the {A–H} model above these test clouds. To clarify this point, we have compared the basic results with the brightness distributions obtained with an upper {A–H} cloud of uniform optical thickness τ_1, above a fictitious lower cloud giving an isotropic upgoing radiation. The comparison has been made for $\lambda = 0.46\,\mu$m, $\tilde{\omega}_0 = 0.9967$ for the upper layer and $\rho = 0.77$ for the reflectivity of the lower one. Even for such an extreme variation of the upgoing radiation pattern received at the bottom of the upper cloud, the results of the basic model are practically retrieved within 2% for $\tau_1 = 1$. Figures 9, 10 and 11 give these relative discrepancies along the equator for three phase angles.

Actually we do not know the minimum optical thickness the upper {A–H} cloud must be given so that it can account for the observed polarized light, but $\tau_1 \sim 1$ seems good to order of magnitude. Moreover for plausible scattering laws $p'(\theta)$, an even smaller thickness τ_1 would certainly be sufficient to remove the small variations obtained in Figs. 6, 7, and 8. Consequently whatever particles there may be under the upper layer, it seems that their phase function is not at all an important parameter for our purpose, and so we can escape the difficult problem of having to choose a

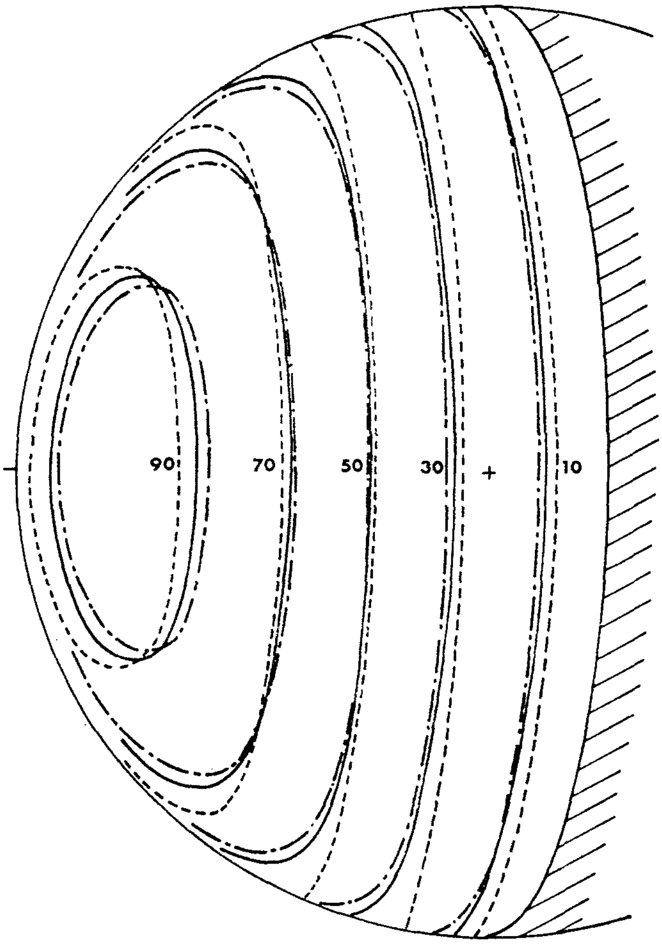


FIG. 7. Same as Fig. 6. $V = 75°$.

scattering model for the lower cloud; we shall merely substitute for it a fictitious scattering medium giving an isotropic upgoing radiance, with the reflectivity ρ of the real lower cloud. For further comparisons with experimental data, the validity of this simplification may have to be verified, and a more refined analysis undertaken only if too small values for τ_1 are obtained.

There now remains only to investigate the second possible effect, that is the variation of the brightness distribution due to the difference in the reflectivities of the two clouds. The larger this difference, the larger the effect, and for a first analysis it is sufficient to investigate the extreme cases of a perfectly conservative or purely absorbing upper layer.

Let us first consider a conservative {A–H} layer ($\tilde{\omega}_0 = 1$, optical thickness τ_1); the reflectivity ρ of the lower cloud will be deduced by (4) from the spherical albedo A. For wavelengths for which Venus has a high reflectivity, large effects cannot be expected, because the lower cloud itself will be nearly conservative: so we have made computations for $\lambda = 0.46\mu$m. The spherical albedo is then small ($A = 0.77$), so that there is a great difference between the reflectivities of the two layers, and the Rayleigh scattering remains negligible, so that a more refined model is certainly unnecessary. Figures 9, 10, 11 give, for

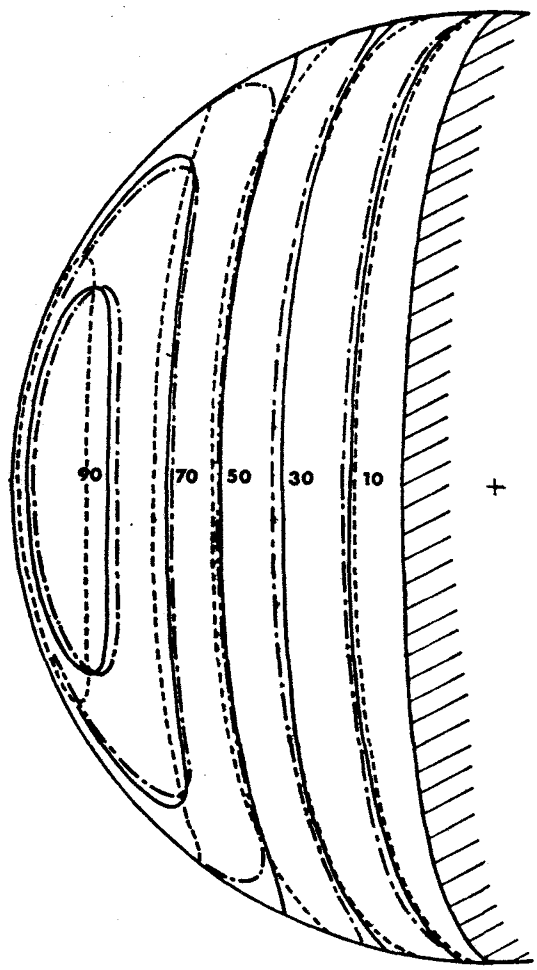


FIG. 8. Same as Fig. 6. $V = 101°$.

three phase angles, the differences between the equatorial brightness distributions obtained for this wavelength, with the basic model and with the two layer model just described ($\tau_1 = 1, \rho = 0.76$). The discrepancies are again very small and principally located near the limb.

The same is not true with the opposite hypothesis of an upper layer more absorbing than the lower cloud. With this model, the extreme case would correspond to a purely absorbing upper layer (optical thickness τ_a) above a conservative scattering cloud. Let $I(M)/I_{max}$ be the relative brightness obtained with this lower cloud alone, which is assumed to have the {A–H} model characteristics in order to explain the polarized features. With the absorbing cloud above, the observed brightness $I(M)$ will become $I(M)\exp[-\tau_a(1/\mu + 1/\mu_0)]$. To order of magnitude, $\overline{(1/\mu + 1/\mu_0)} \simeq 4$ gives $A \simeq \exp(-4\tau_a)$, which fixes the value of τ_a. Let us put μ' and μ_0' for the point corresponding to I_{max}. The relative brightness distribution $I(M)/I_{max}$ obtained with the basic model will be multiplied by

$$A^{(1/\mu' + 1/\mu_0' - 1/\mu - 1/\mu_0)/4}. \quad (7)$$

For $\lambda = 0.46\mu m$, Fig. 12 gives the differences between the equatorial brightness distributions obtained with the basic model and with (7). The modifications are here greater than those obtained in the previous case, and perhaps such an ex-

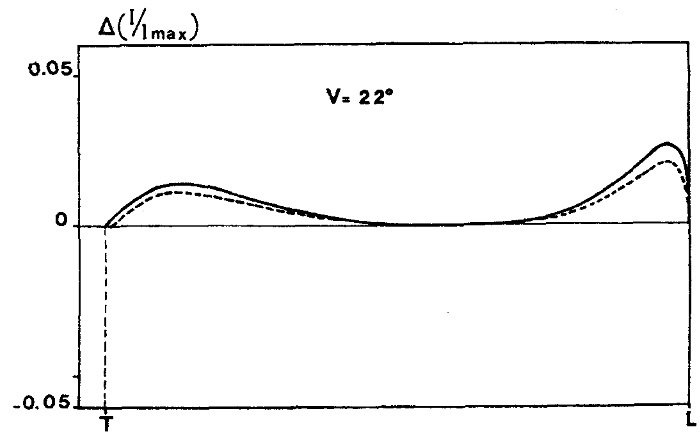


FIG. 9. Discrepancies $\Delta(I/I_{max})$ between the equatorial brightness distributions obtained with the homogeneous {A–H} model and a two layer one. $\lambda = 0.47\,\mu m$. Two-layer model (a) Upper cloud $\tau_1 = 0.5$, $\tilde{\omega}_0 = 0.9967$; lower cloud $\rho = 0.77$ (——). (b) Upper cloud $\tau_1 = 1$, $\tilde{\omega}_0 = 1$; lower cloud $\rho = 0.76$ (– – –). L = limb, T = terminator. Phase angle $V = 22°$.

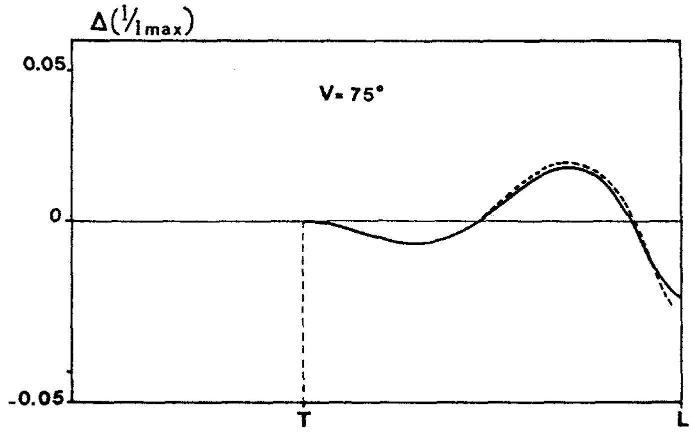


FIG. 10. Same as Fig. 9, $V = 75°$.

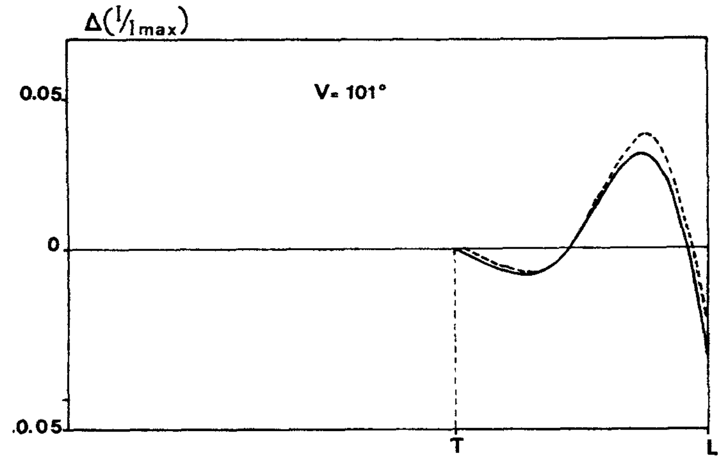


FIG. 11. Same as Fig. 9, V = 101°.

treme case could be detected from a detailed study of the experimental isophote maps. Nevertheless, for not too small phase angles, and for the central parts of the Venus disk, the mean features of the brightness distributions obtained with a two-layer horizontally homogeneous model do not depend very much either on the scattering function of the lower particles, or on the chosen values for ω_0, $\tilde{\omega}_0'$, and τ_1 which are supposed to give the observed spherical albedo A.

V. CONCLUSIONS

The above analysis has shown that accurate theoretical isophote maps can be computed, from the results obtained in polarized light, for an assumed horizontal homogeneity of the cloud pattern upon the Venus disk. Neither the inaccuracy for the true absorption, nor a vertical inhomogeneity of the cloud layer can greatly change these maps in their central parts.

Perhaps a two-layer cloud structure could be inferred from accurate photometric measurements, even for quiet days where Venus seems very homogeneous in visible light. Such a structure would be detected more easily with an upper cloud more absorbing than the lower cloud. But the characteristic features are then principally located near the limb, and are more prominent for small phase angles. High

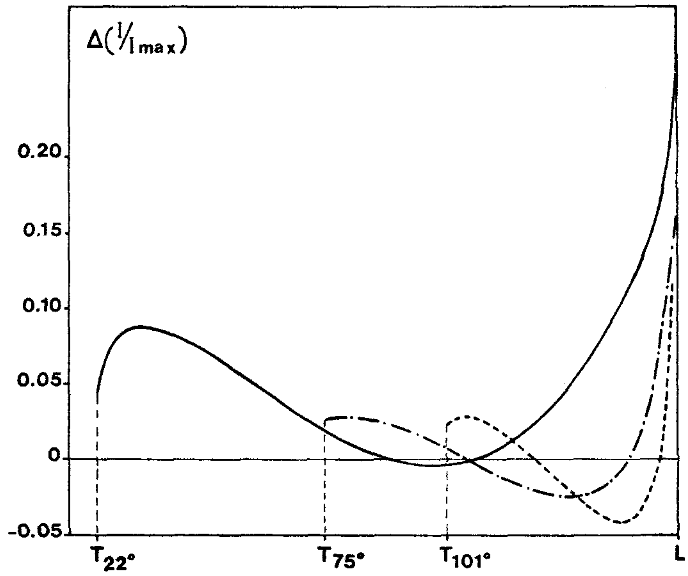


FIG. 12. Discrepancies $\Delta(I/I_{max})$ between the equatorial brightness distributions obtained with the homogeneous {A–H} model and the two layer one: absorbing layer τ_a above a conservative {A–H} cloud. $V = 22°$, (——), $V = 75°$ (—·—), $V = 101°$ (---).

resolution photometry would be necessary.

On the other hand, horizontal inhomogeneities, almost always seen on Venus in ultraviolet light and even sometimes observed at longer wavelengths (cf. Paper I) as dark markings, may be explained by a two-layer cloud structure, with the optical thickness of the upper layer varying from point to point. In such a case, the present study shows that large simplifications are possible, and the contrasts measured for various wavelengths should allow us to infer the variations of the optical thickness τ_1 of the upper layer and the location of the more absorbing cloud.

REFERENCES

ARKING, A., AND POTTER, J. (1968). The phase curve of Venus and the nature of its clouds. *J. Atm. Sci.* **25**, 617–628.

BIGOURD, C., DEVAUX, C., AND HERMAN, M. (1973). Albedos plan et spherique. Extension de la méthode de Wang (méthode du noyau exponentiel). Rapport Interne, Université des Sciences et Techniques de Lille.

DEUZE, J. L., DEVAUX, C., AND HERMAN, M. (1973). Utilisation de la méthode des harmoniques sphériques dans les calculs de transfert radiatif. Extension au cas de couches diffusantes d'absorption variable. *Nouv. Rev. d'Opt.* **4**, 307–314.

DOLLFUS, A., BOYER, C., CAMICHEL, H., AURIERE, M., BOWELL, E., AND NIKANDER, J. (1975). Photometry of Venus I: Observations of the brightness distribution over the disk. *Icarus* **26**, 53–72.

FYMAT, A. L. (1972). Inverse multiple scattering theory: Minimization search method of solution with application to the Venus atmosphere. Presented at the International Radiation Symposium of IAMAP. Sendaï Japan, 26 May–2 June 1972.

GUILLEMOT, J. C. (1967). Contribution à l'étude du transfert de rayonnement dans les nauges, par la méthode des harmoniques sphériques. *Rev. d'Opt.* **6**, 281–308.

HANSEN, J. E. (1969). Exact and approximate solutions for multiple scattering by cloudy and hazy planetary atmospheres. *J. Atm. Sci.* **26**, 478–487.

HANSEN, J. E. AND ARKING, A. (1971). Clouds of Venus: Evidence for their nature. *Science* **171**, 669–672.

HANSEN, J. E., AND HOVENIER, J. W. (1974). Interpretation of the polarization of Venus. *J. Atm. Sci.* **31**, 1137–1160.

IRVINE, W. M., (1968). Monochromatic phase curves and albedos for Venus. *J. Atm. Sci.* **25**, 610–616.

POTTER, J. (1970). The delta function approximation in radiative transfer theory. *J. Atm. Sci.* **27**, 943–949.

SOBOLEV, V. V. (1963). *A Treatise on Radiative Transfer*, pp. 283–288 D. van Nostrand, Princeton.

UESUGI, A. AND IRVINE, W. M. (1969). Computation of synthetic spectra for a semi-infinite atmosphere. *J. Atm. Sci.* **26**, 973–978.

WANG, L. (1972). Anisotropic nonconservative scattering in a semi-infinite medium. *Astrophys. J.* **174**, 671–678.

Reprinted from JOURNAL OF ATMOSPHERIC SCIENCES, Vol. 32, No. 6, June 1975, pp. 1177–1189
American Meteorological Society
Printed in U. S. A.

Article N° 3

Interpretation of the Photometric Measurements of Venus by Mariner 10[1]

C. DEVAUX, M. HERMAN AND J. LENOBLE

Laboratoire D'Optique Atmospherique, Université des Sciences et Techniques de Lille, Villeneuve D'Ascq, France

(Manuscript received 4 December 1974, in revised form 12 March 1975)

ABSTRACT

Observations by the television system on Mariner 10 of solar radiation reflected by Venus are analyzed by means of comparisons with theoretical computations. It is found that the distribution of radiance across the planetary disc in blue and orange light cannot be explained by a single homogeneous cloud consistent with polarization measurements.

Preliminary work has been done for analysis of the Mariner 10 data with a two-cloud model. It is anticipated that the data will allow the extraction of some knowledge of the variations of the optical thickness of the upper cloud, and of the relectivities of both layers.

1. Introduction

The purpose of this work is to deduce information on the structure of the Venus clouds from the radiance of the solar radiation scattered backward by the planet and observed at various points on the planetary disc by Mariner 10 (Devaux *et al.*, 1974).

This radiance depends on many parameters: the shape, size and refractive index of the particles; the albedo for single scattering; the optical thickness and vertical structure of the cloud; and possibly the ground reflection.

Most of our present knowledge of the Venus clouds has been deduced from polarization measurements, which are the most sensitive to the optical parameters of the particles (Hansen and Arking, 1971; Hansen and Hovenier, 1974). But the polarized light gives only information on the very upper part of the cloud, and we may expect radiance measurements to allow a deeper sounding of the cloud.

Assuming a first reasonable (according to our present knowledge) model of the Venus atmosphere, we will compute, by numerical resolution of the equation of transfer, theoretical values of the radiance to be compared to the experimental ones. Then we will modify the model until the best agreement is obtained. Such a method has been applied successfully to the ground-based measurements of the relative distribution of radiance over the Venus disc obtained by Dollfus *et al.* (in press); this work (Bigourd *et al.*, 1973; 1975) has shown that the radiance is more sensitive to the variation of the parameters near the limb than in the central part of the disc, but near the limb it is difficult to obtain good results with the limited resolution of the ground-based measurements.

The good quality and high resolution of the Mariner 10 pictures should allow a much more detailed and accurate interpretation, even considering the fact that they correspond to a small phase angle range and to only three wavelength intervals. Moreover, the radiances of Mariner 10 are given in absolute energies ($W\ cm^{-2}\ sr^{-1}$) and, knowing the incident solar flux, it will be possible to get comparisons on an absolute scale, which may constitute a useful check on the detector standardization.

2. Model of the Venus atmosphere

a. Basic model

We have chosen the simplest model of the Venus atmosphere which agrees with our present knowledge, that is, a homogeneous cloud layer between 70 and 32 km, above a pure scattering layer. This model has been shown to be compatible with the Venera 8 measurements of the downward flux (Devaux and Herman, 1975).

The scattering particles are assumed to have the characteristics deduced from the polarization measure-

[1] Presented at the Conference on the Atmosphere of Venus, Goddard Institute for Space Studies, 15–17 October 1974.

TABLE 1. Venus cloud characteristics.

λ (μm)	ω_0	τ_1	τ_R (inside cloud)	τ_R (above cloud)
0.36	0.9812	133	7.7	0.042
0.46	0.9967	132.9	2.9	0.015
0.58	0.9996	133.5	1.0	0.006

ments by Hansen and Hovenier (1974):

refractive index $m=1.44$

mode radius $r_m=0.83\ \mu$m

effective radius $r_e=1.1\ \mu$m

size distribution $n(r)=n_0r^{12}\exp(-12r/r_m)$.

We will use for the optical thickness τ_1 and the albedo for single scattering ω_0 at the wavelength $\lambda=0.7\ \mu$m the values deduced for a homogeneous cloud from the Venera 8 measurements (Devaux and Herman, 1975):

$$\tau_1^{0.7}=135,\quad \omega_0^{0.7}=0.9998.$$

The albedo for single scattering which has been found to be nearly independent of τ_1, if τ_1 is large enough, can be deduced for all wavelengths from the measurements of the spherical albedo A of the planet performed by Irvine (1968).

The scattering cross section K_λ and the phase function $p_\lambda(0)$ are computed for the chosen model of the particles and for the necessary wavelengths from Mie theory. The optical thickness for other wavelengths is deduced from $\tau_1^{0.7}$ by

$$\tau_1^\lambda=\tau_1^{0.7}\frac{\omega_0^{0.7}}{\omega_0^\lambda}\frac{K_\lambda}{K_{0.7}},$$

which simply expresses the fact that the number of scattering particles is the same for all wavelengths.

The values of τ_1 and ω_0 are given in Table 1 for the effective wavelengths of the three filters used on Mariner 10; the Rayleigh optical thickness τ_R above the cloud and inside the cloud (for the whole layer 32–70 km) has also been given.

It may be seen that the optical thickness of the cloud is large enough to completely neglect Rayleigh scattering at least in the orange and the blue. In the ultraviolet it may appear necessary to take it into account for refined comparisons.

Moreover, the outgoing radiation is the same as for a semi-infinite layer, which solves the problem of choosing a boundary condition at ground level and reduces the computation time.

The polarization measurements are very accurate and the possible small deviations from the accepted values would have a negligible effect on the radiance computations. But the spherical albedo values are given by Irvine (1968) with an imprecision of about 10% and we may have to vary ω_0 in the corresponding range to compare the theoretical results with the measurements.

b. Two-layer model

As mentioned above the particles deduced from the polarization measurements correspond to the upper layer of the cloud and we may assume a thin layer of such particles above a cloud with different particles, that is, with a different phase function.

In addition, the absorption may be different in the two layers; in this case we have a constraint which is the known value of the spherical albedo and we have to adjust the albedos for single scattering of both layers and the optical thickness of the upper layer to keep the exact value of the spherical albedo.

We have tried such models with two homogeneous layers; the results will be discussed in Section 4.

3. Method of computation

Fig. 1 shows the geometry of the problem: O is the center of the planet, T the sub-spacecraft point projected at the center of the planetary disc, S the subsolar point, and V the phase angle. Let ψ and ξ be the latitude and the longitude of the point of observation M, which in projection on the disc is defined by the rectangular coordinates (x,y). The directions of incidence and reflection at point M are respectively characterized by the azimuths θ, ϕ, and by $\mu_0=\cos\theta_0$ and $\mu=\cos\theta$, where θ_0 and θ are the angles with OM of the Venus-Sun OS and Venus-spacecraft OT directions ($\theta_0>0$).

The diameter defined by ST will be called the optical equator [in this paper] and the perpendicular axis PP′, the optical line of poles. They correspond to the sym-

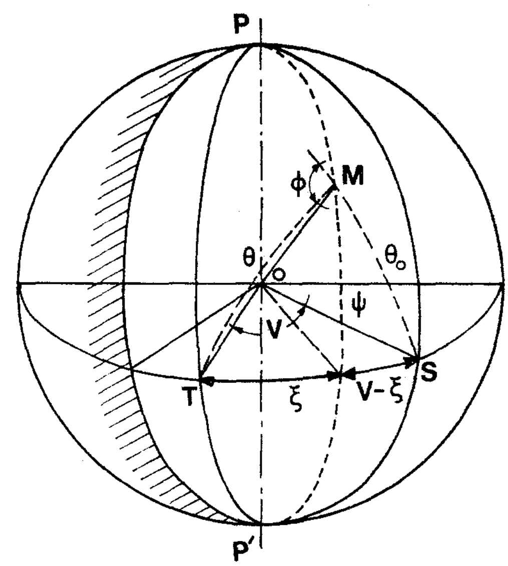


FIG. 1. Geometry of the problem.

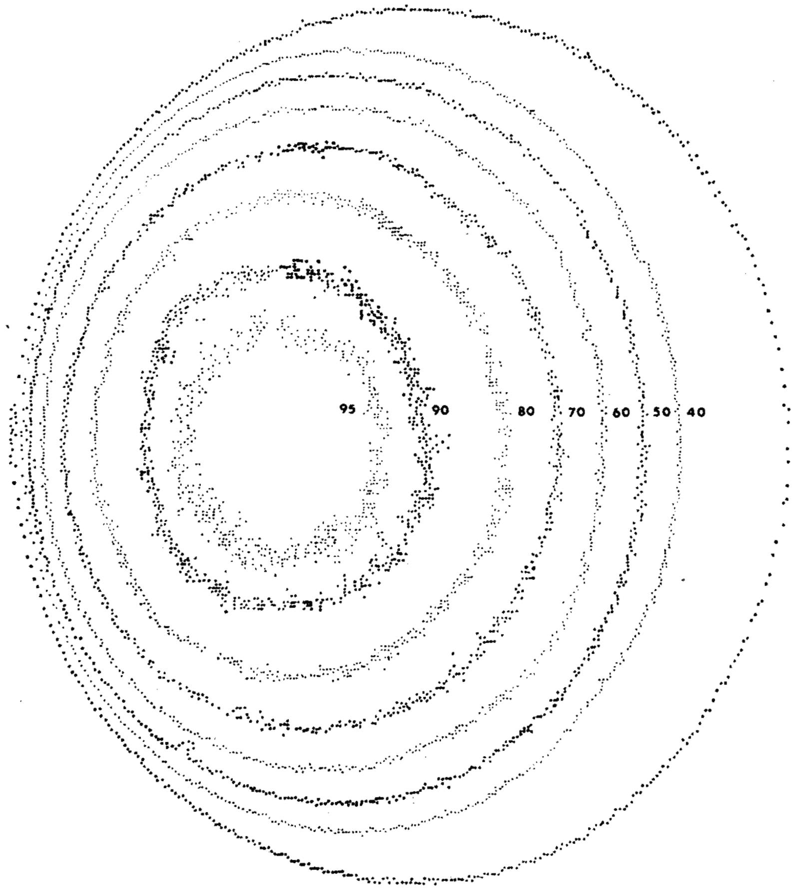


FIG. 2. Isophots of Venus deduced from measurements with the orange filter (F.D.S. No. 72-246).

metry of the optical problem for a homogeneous atmosphere, but they may differ from the real equator and line of poles of the planet.

The radiance $I(\tau;\mu,\phi)$ at an optical depth τ and in the direction (μ,ϕ) is given by the equation of transfer

$$\mu\frac{I(\tau;\mu,\phi)}{\partial\tau}=I(\tau;\mu,\phi)-\frac{\omega_0(\tau)}{4}p(\tau;\mu,\phi,\mu_0,0)Fe^{-\tau/\mu_0}$$

$$-\frac{\omega_0(\tau)}{4\pi}\int_0^{2\pi}\int_{-1}^{+1}p(\tau;\mu,\phi,\mu',\phi')I(\tau;\mu',\phi')d\mu'd\phi', \quad (1)$$

with

$$I(0;\mu<0,\phi)=0,$$

plus boundary condition at ground level. (2)

In the two-layer model we have another condition—the continuity at the boundary level between the layers. The incident solar flux per unit area on a plane perpendicular to the sun beam direction $(\mu_0,0)$ is πF.

The equation of transfer is solved by the method of spherical harmonics (Guillemot, 1967; Deuze *et al.*, 1973) which gives the solution in the form

$$I(\tau;\mu,\phi)=\sum_{s=0}^{L}\cos s\phi\sum_{i=s}^{L}P_s^i(\mu)A_s^i(\tau). \quad (3)$$

The computations are made for $\mu_0=0.01$, 0.05 step 0.05 to 0.7, step 0.025 to 0.975, and step 0.005 to 0.990 and 0.999. So that, even for small phase angles, there are sufficient points to obtain an accurate distribution of the scattered light over the disc. For a given ellipse $\mu_0=\cos\psi\cos(\xi-V)=\text{constant}$, projected upon the apparent Venus disc, $I(0,\mu\phi)$ may easily be computed for as many points as necessary by (3), with

$$\left.\begin{aligned}\mu&=\cos\psi\cos\xi\\ \cos\phi&=(\mu\mu_0-\cos V)/[(1-\mu^2)(1-\mu_0^2)]^{\frac{1}{2}}\end{aligned}\right\}. \quad (4)$$

The computations have been made for an effective wavelength which has been chosen at 0.36, 0.46 and 0.58 μm, respectively, for the three filters.

It may appear necessary in refined studies to make computations for a series of wavelengths for each filter

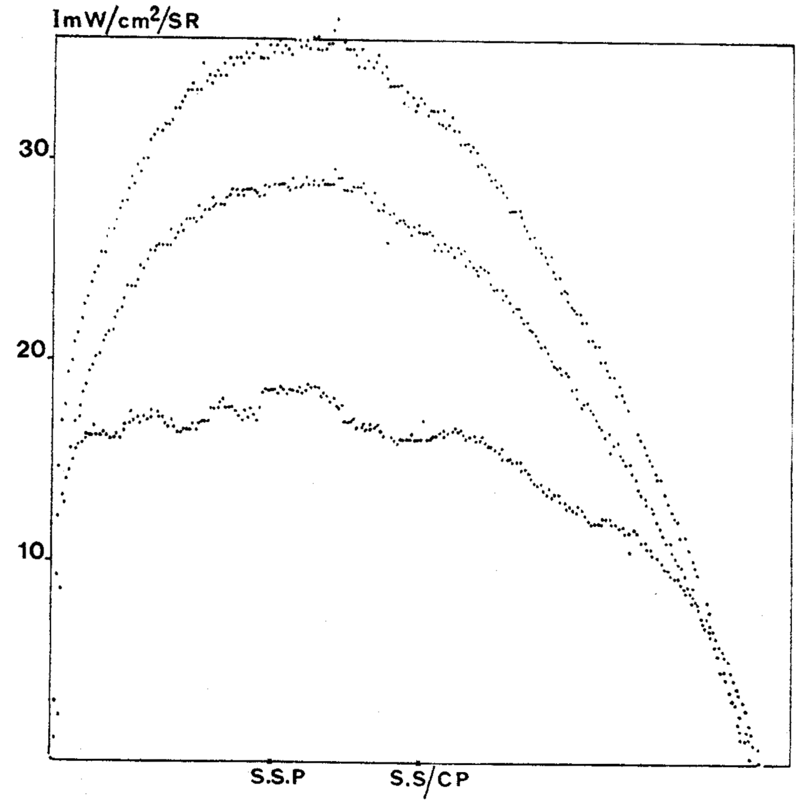


FIG. 3. Experimental equatorial radiance distributions in orange (upper curve), blue (middle curve) and UV (lower curve): S.S.P., subsolar point; S.S./C.P., subspacecraft point.

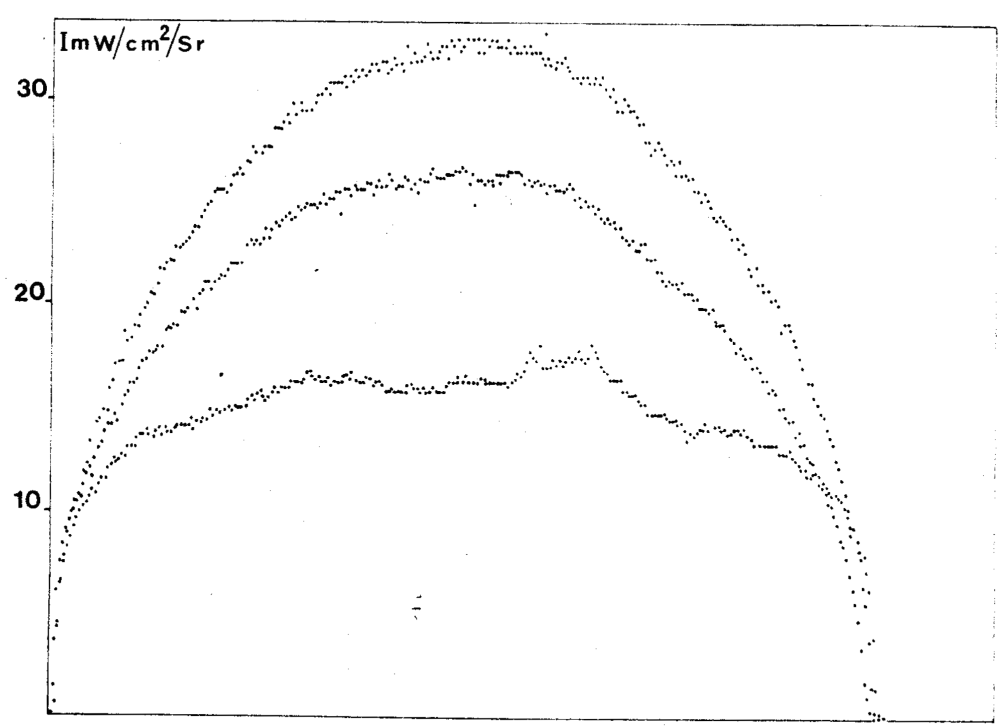


FIG. 4. As in Fig. 3, except for the pole-to-pole line.

and then to integrate over the bandwidth of the filter; the corresponding correction, which is expected to be small, will be evaluated in a future study.

The incident solar flux has been given its integrated value from 0.2 to 0.7 μm, i.e.,

$$\pi F = \int_{0.2}^{0.7} E_\lambda d\lambda,$$

where E_λ is the solar spectral irradiance (W cm^{-2} μm^{-1}) at the mean distance Sun-Venus. This rather arbitrary choice has been made in order to render our results comparable to the experimental results on an absolute scale.

4. Results

a. *Experimental results*

The pictures of Mariner 10 we have worked on are as follows:

Type of photograph*	No.	Filter	Day	Time (GMT)	Spacecraft to Venus distance (km)
FDS	72 230	Blue	043	17/25/20	5 011 865
FDS	72 246	Orange	043	17/36/32	5 017 589
FDS	72 266	UV	043	17/50/32	5 024 854

* The television system resolution is 4.5 arcsec (=2.2 TV lines).

The phase angle for these three pictures is 23.35° and its variation across the disc is negligible (<0.05°).

When multiplied by a given factor the printed numbers on the photographs give the radiance (W cm^{-2} sr^{-1}) normalized to the integrated solar radiance from 0.2 to 0.7 μm.

The results to be presented have not been corrected for distortion, nor for the aspect ratio.

The optical distortions are small in the orange picture, as can be seen from the regular spacing of the grid points on the Venus disc shown on Fig. 2, an isophot map for this color. On the blue and the ultraviolet pictures, Venus is located in the upper right corner, and there are big aberrations. So we have only investigated, for a first analysis, the radiance distributions along the optical equator and the pole-to-pole line. These two cross sections are given in Figs. 3 and 4, respectively, for the three color filters. On all figures S.S.P. is the subsolar point and S.S./C.P. the sub-spacecraft point. A horizontally homogeneous model is certainly not sufficient to explain the irregularities, which appear even in the orange picture; in ultraviolet the dark and clear areas must evidently be due to horizontal inhomogeneities. This is more obvious in Fig. 5, where the radiance distributions for the three colors have been drawn along the line going from the sub-spacecraft point to the two optical poles of Venus. Asymmetries

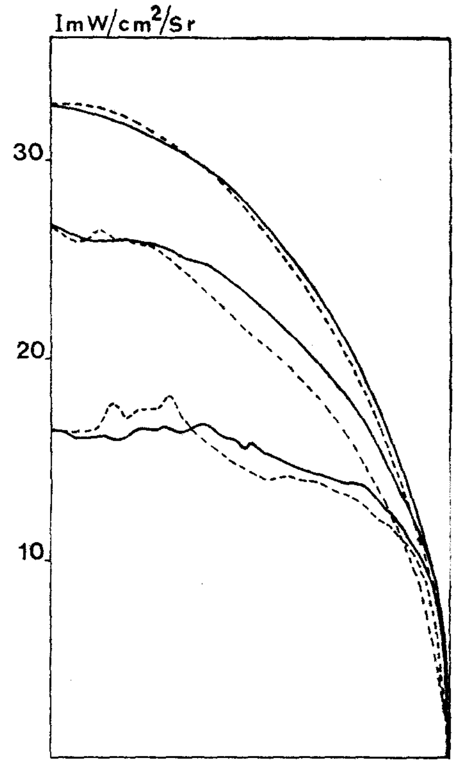


FIG. 5. Experimental radiance distributions along the sub-spacecraft point to north pole line (solid) and the sub-spacecraft point to south pole line (dashed) for orange (upper curve), blue (middle curve) and UV (lower curve).

between the two hemispheres appear clearly, and a correlation between the three colors seems to exist, although correcting for the optical distortion may change quantitatively the results for blue and ultraviolet light. Nevertheless, except for such small local anomalies, the global radiance pattern is regular for orange and blue light (see Figs. 2, 3 and 4), and we can hope that a homogeneous model will fit these results, to a first approximation.

b. *Basic model*

The theoretical radiance distributions have been computed for the basic model given in Section 2a, with a single scattering albedo ω_0 deduced from the spherical albedo of Venus, as given in Table 1. Since the Mariner 10 data are absolute radiances, the comparisons have been made on absolute scales. Figs. 6–11 give these comparisons, along the pole-to-pole line and the equator, for the three effective wavelengths considered. Qualitatively, the results are coherent; in particular, the global flattening of the curves, with decreasing wavelength, is retrieved. But there remain large discrepancies between the experimental and theoretical curves. These discrepancies are certainly partly due to the inaccuracies in the spherical albedo and in the Mariner 10 calibra-

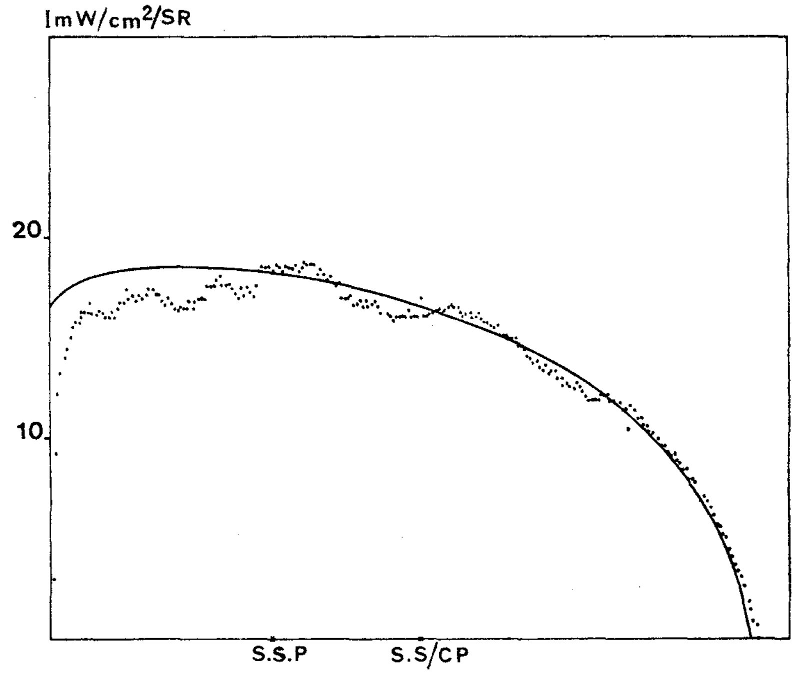


FIG. 6. Equatorial radiance distribution for UV: Mariner 10 results (dots) and theoretical results for a homogeneous model (solid curve). Absolute scales.

tion, and a more refined analysis will be made, taking these errors into account. Nevertheless, neither a different assumed ω_0, nor a modification of the calibration factor could give good agreement especially near the limb and the poles of the planet. As an example, for the orange wavelength for which the homogeneity is the best, the theoretical results have been computed for three assumed values of the spherical albedo A in the range of its acceptable values: 0.92, 0.8 and 0.843; that is, $\omega_0=0.9996$, 0.9972 and 0.9984, respectively. For $A=0.843$, the disagreement near the limb is particularly clear. Fig. 12 gives a magnified picture of this zone.[2] The same qualitative features are obtained for blue and ultraviolet wavelengths.

[2] Data which are corrected from aberrations are available to us since this first study and the same features are obtained.

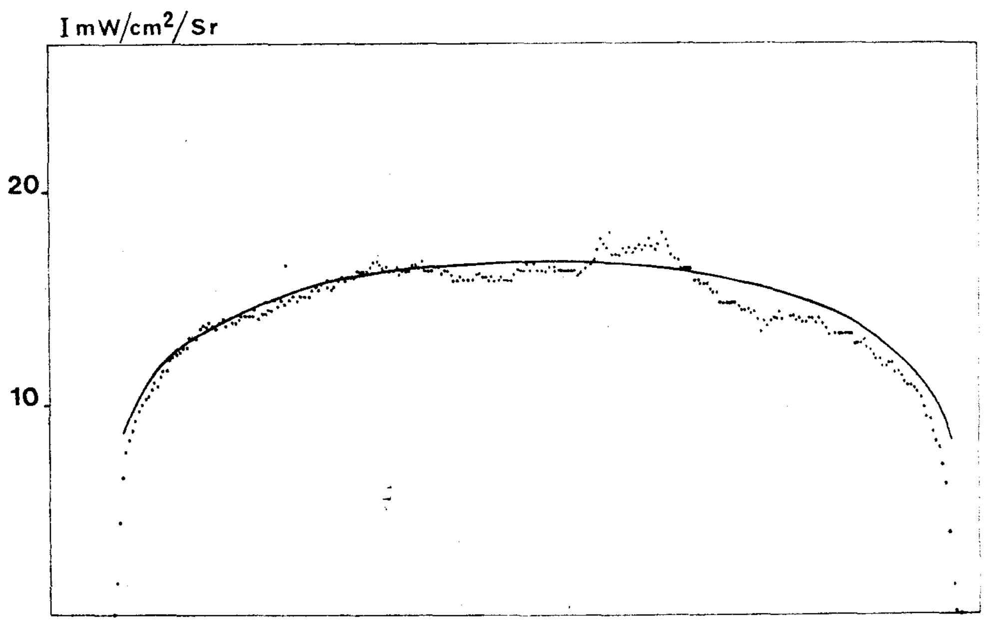


FIG. 7. As in Fig. 6 except for the pole-to-pole line.

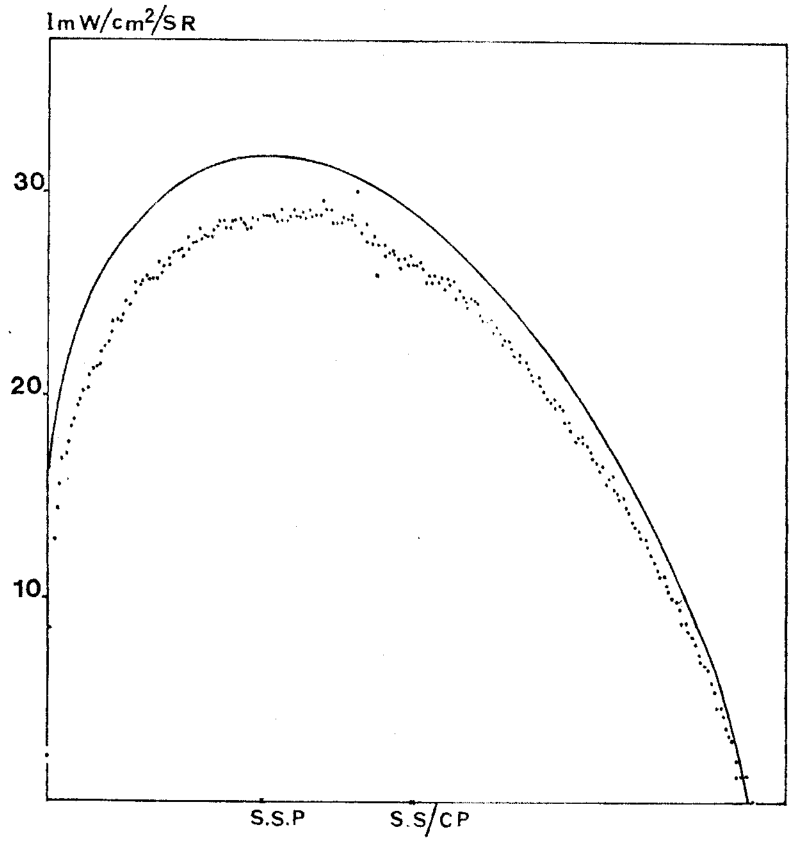


FIG. 8. As in Fig. 6 except for blue.

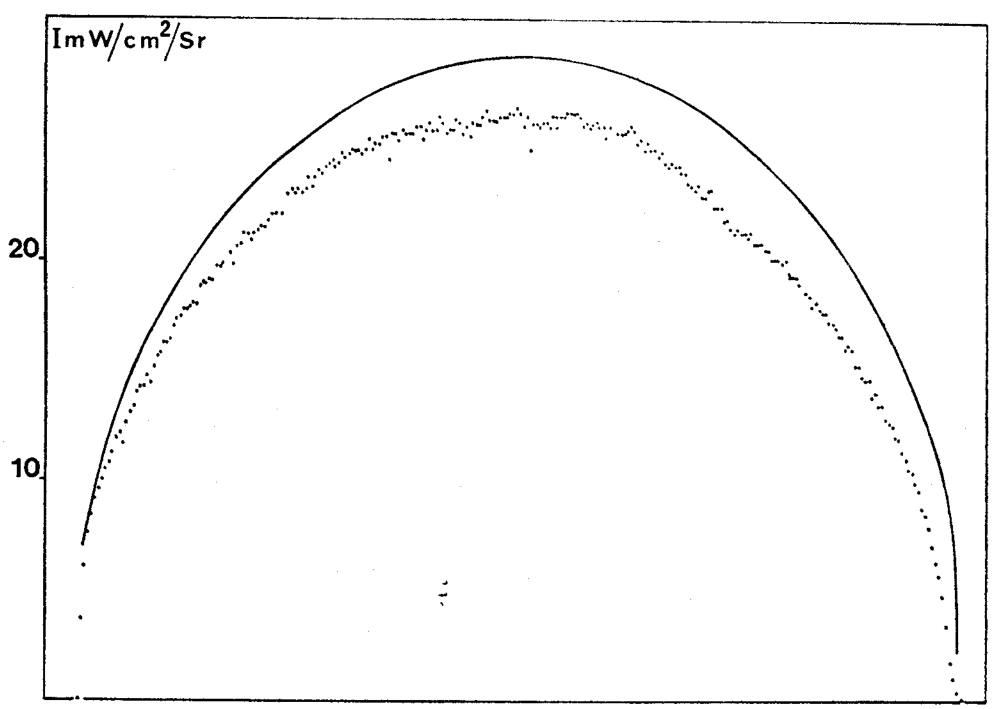


FIG. 9. As in Fig. 7 except for blue.

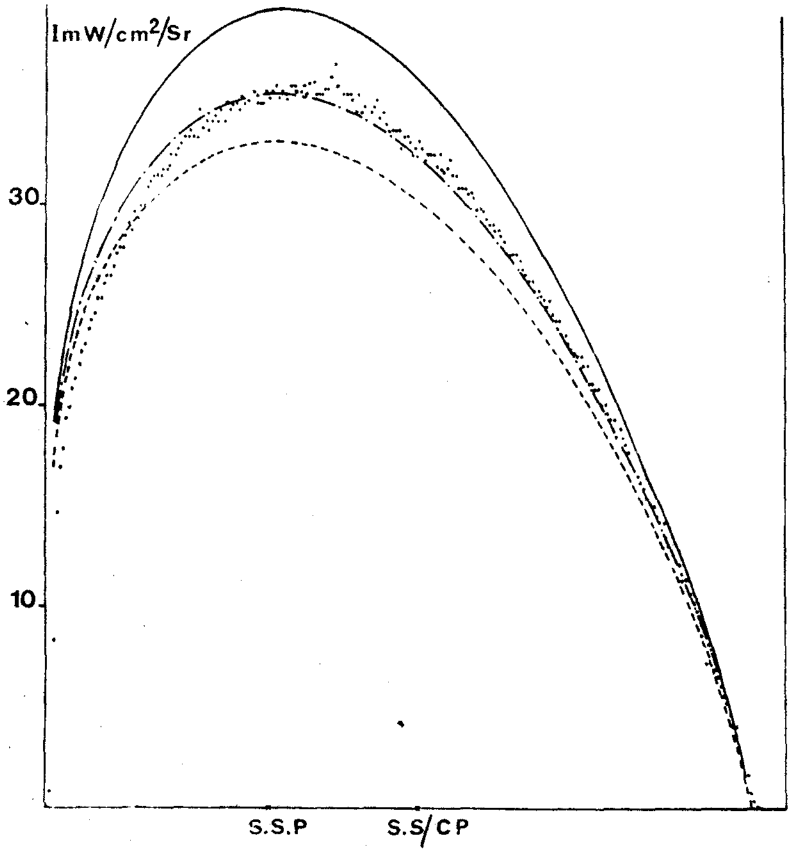


FIG. 10. Equatorial radiance distribution for orange. Mariner 10 results (dots) and theoretical results for a homogeneous model: $A=0.92$ (solid), $A=0.843$ (dot-dashed), $A=0.8$ (dashed).

It may be thought that this feature is meaningless, and is only due to the necessity of using spherical geometry for the points near the limb. However we see (Fig. 12), that the disagreement between the experimental and the theoretical results appears for points where incidence and emergence are far from grazing ($\theta\approx 37$; $\theta_0\approx 13°$), and it seems doubtful that sphericity effects could appear for such conditions. More precisely, for the assumed model and for normal incidence and emergence, the mean optical path of an emerging photon is of the order of 100 (Fouquart, 1973); with oblique emergence and incidence such a value is certainly an upper limit. For the Venus clouds, the currently assumed photon mean free path is of the order of 1 km so that we cannot obtain at a point M light corresponding to point of incidence farther than 100 km from M, and the corresponding variations of μ and μ_0 when taking into account the sphericity are absolutely negligible.

In conclusion, although the need for spherical geometry may deserve a special study, it seems very unlikely that even the gross features observed in orange and blue light can be explained by a homogeneous model consistent with the polarization measurements.

c. Two-cloud models

The preceding results lead us to investigate two-cloud models, even for visible light. With the multiplicity of the parameters, we shall probably be able to work out a model to fit any results we want, and here the first problem is rather to put forward the possibilities of the analysis, rather than to try to obtain a definitive solution. We have to keep, for the upper cloud, the basic model (Section 2a) deduced from the polarization measurements, and to keep for the lower cloud a large optical thickness ($\tau_1\rightarrow\infty$). We then have, at each point, four unknowns: the optical depth τ_1 of the upper cloud, the single scattering albedos ω_0 and ω_0' for the two clouds, and the phase function $p'(\theta)$ for the lower cloud.

This last parameter is the worst. Various kinds of particles have been proposed for Venus, but we have no idea of the size distributions nor of the shape of these particles. Fortunately, it seems possible to evade this question for our purpose. Let us assume that the two clouds have nearly equal reflectivities. Then, with a two-layer model, the upper cloud will receive at its lower boundary the same flux as in the homogeneous

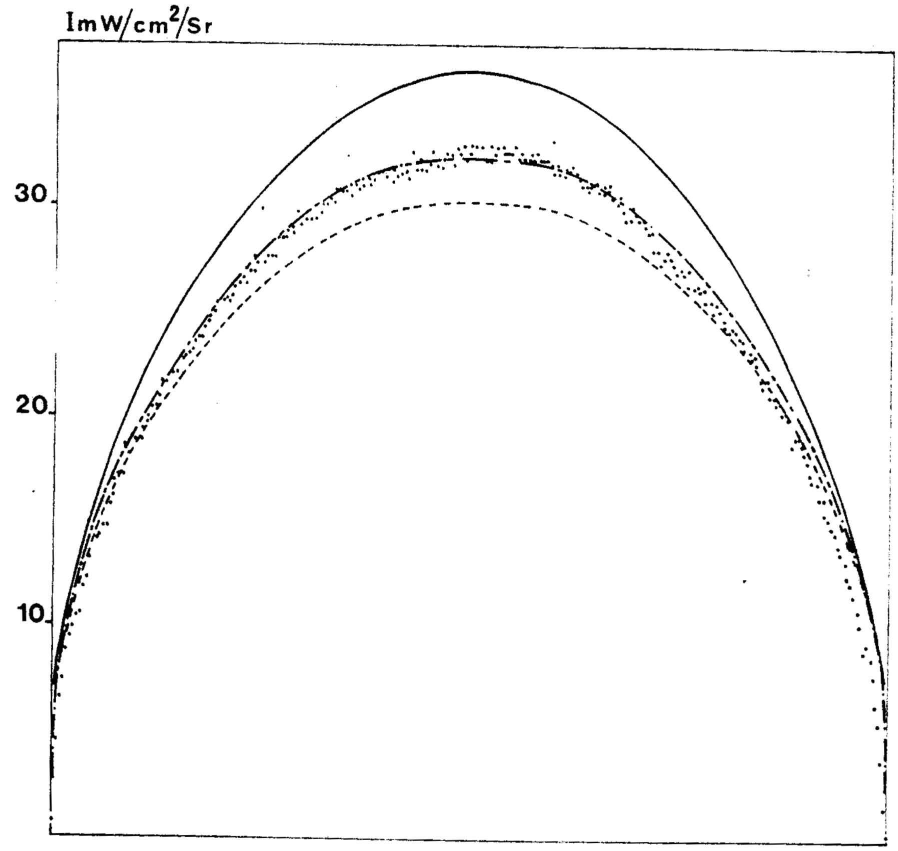


FIG. 11. As in Fig. 10 except for the pole-to-pole line.

case; only the spatial distribution of this upgoing radiation will be modified, due to substituting $p'(\theta)$ for $p(\theta)$ in the lower layer. Then we shall get the upper limit of the possible modification in the observed radiance distribution, due to $p'(\theta)$, by computing these distributions, again for homogeneous models, but for

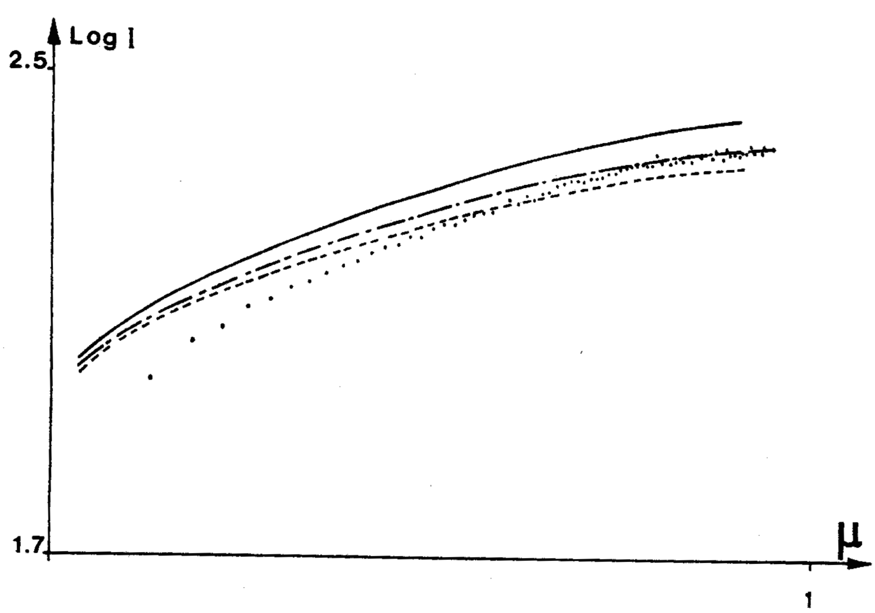


FIG. 12. Magnified view of the discrepancies near the limb, for orange. Same notation as in Fig. 10.

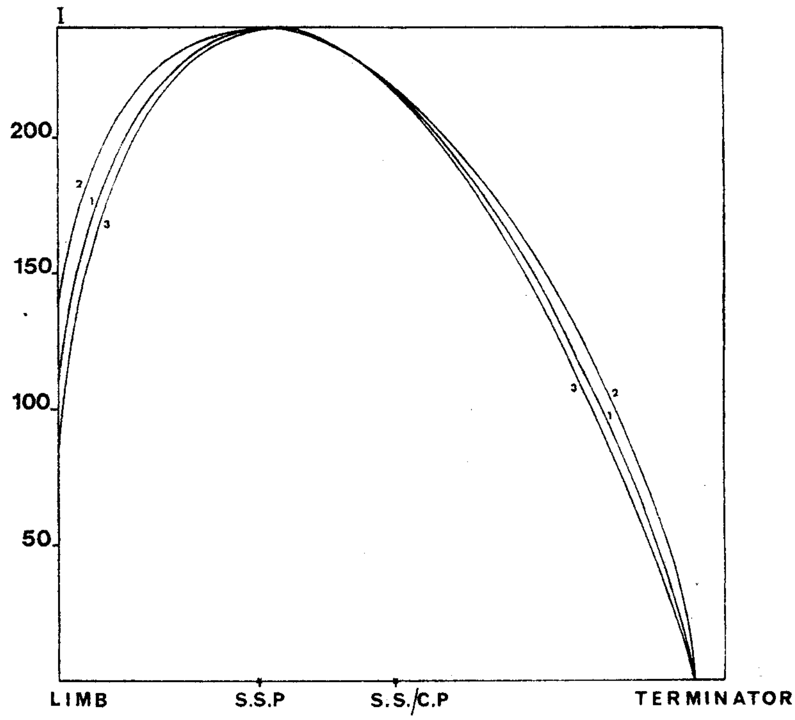


FIG. 13. Theoretical equatorial radiance distributions, for orange, with homogeneous models (arbitrary units).

Curve (1): basic model ($\bar{r}=0.85$ μm; $m=1.44$)
Curve (2): Rayleigh scattering
Curve (3): terrestrial cloud ($\bar{r}=4$ μm; $m=1.33$).

scattering laws other than the one given in Section 2a; this means that we assume the upper layer to be negligibly thin. Fig. 13 shows such results, along the optical equator, for $\lambda=0.58$ μm. Two extreme cases are compared with the preceding basic model (curve 1): Rayleigh scattering (curve 2) and scattering by a terrestrial cumulus cloud ($\bar{r}=4$ μm; $m=1.33$) (curve 3). These results could *a priori* suggest an explanation for the observed discrepancies near the limb; we could assume that in this part of the Venus disc the mean

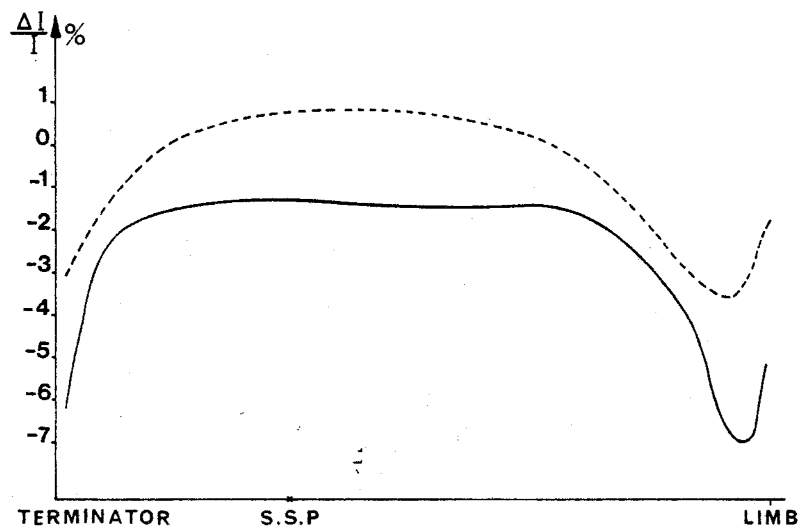


FIG. 14. Equatorial radiance distributions for blue showing the relative discrepancies between the basic model and a two-layer one. Upper layer: $\omega_0=0.9967$, $\tau_1=0.5$ (solid), $\tau_1=1$ (dashed); lower layer: isotropic upward radiance, $\rho=0.77$.

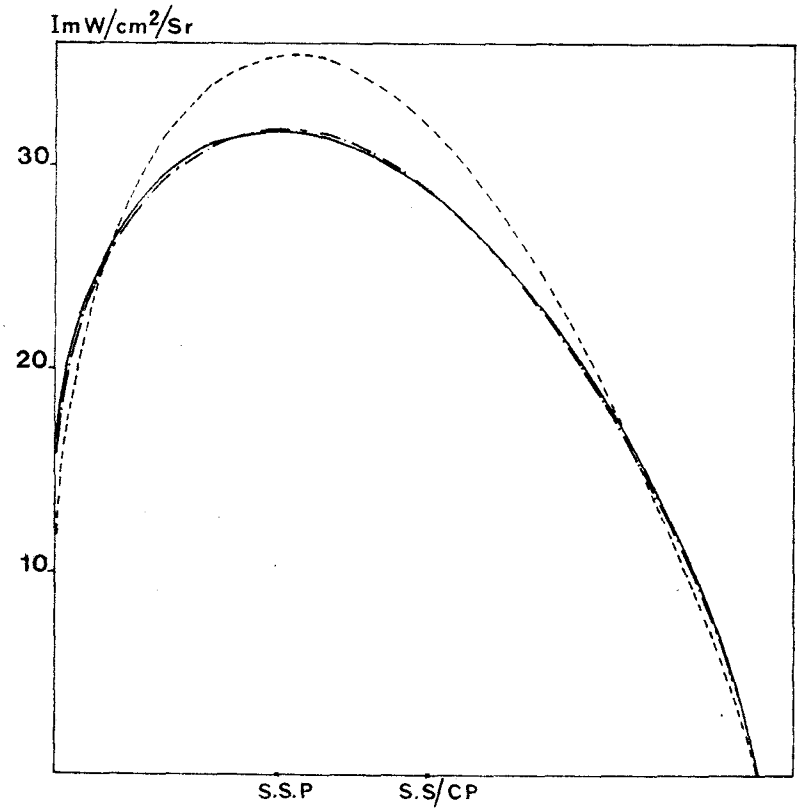


FIG. 15. Equatorial radiance distributions for blue. Theoretical results for a homogeneous model (solid), for an upper conservative layer ($\tau_1=1$, $\omega_0=1$) above an absorbing lower layer ($\rho=0.76$) (dot-dashed), and for an upper absorbing layer ($\tau_1=1$, $\omega_0=0.9322$) above a perfectly reflecting lower layer ($\rho=1$) (dashed).

optical depth of the upper cloud becomes smaller and smaller above a lower cloud with bigger scattering particles, but with a nearly equal reflectivity. Nevertheless, this explanation seems doubtful, because the small discrepancies which are observed (Fig. 13) will probably be eliminated when we superpose above the lower cloud, the thin but not negligible layer of the basic model, which is necessary to explain the observed polarized light. Actually we do not know the minimum optical thickness this upper cloud must have, but $\tau_1 \approx 1$ seems a plausible order of magnitude. We have compared (Fig. 14) the radiance distributions along the equator, obtained with an upper cloud of uniform optical thickness $\tau=0.5$ and 1, above a lower cloud of the same reflectivity integrated on a hemisphere, but giving an isotropic upgoing radiance according to a Lambert law. Even for such an extreme modification of the upward radiation received at the bottom of the upper cloud, for $\tau_1=1$ the results of the basic model are practically retrieved within 1%.

Therefore, the scattering function $p'(\theta)$ of the lower layer is not at all important for a first analysis, for our purpose and we may merely substitute for this lower cloud a fictitious medium which gives an isotropic upward radiance, and which has the reflectivity $\rho(\lambda)$ of the real lower cloud. The validity of such a simplification will have to be verified *a posteriori*, and a more refined study will be necessary if the obtained values for τ_1 are too small in some parts of the Venus disc.

We have seen that the radiance distribution corresponding to a homogeneous model will, in the case of a two-layer model, be modified chiefly because of the difference in the reflectivities of the two clouds. The very accurate measurements made by Mariner 10 have shown that the blue and orange wavelengths are already sensitive to these differences. In principle, it then seems possible to extract, from these absolute data, an approximate value for the optical thickness $\tau_1(M)$, the single scattering albedo $\omega_0(\lambda)$ of the upper cloud, and the reflectivity $\rho(\lambda)$ of the lower one, for the three effective wavelengths and for different points M on the Venus disc. [If a scattering model is assumed for the lower cloud, its single scattering albedo $\omega_0'(\lambda)$ will be deduced from $\rho(\lambda)$. Indeed, if we can get n observed points M with different values for $\tau_1(M)$, we shall get $3n$ equations with $n+6$ unknowns since $\tau_1(M)$ is nearly independent of the wavelength]. Whether such a system will prove to be well conditioned and to have a solution is quite another matter, for until now we have only investigated the general features of the problem. For

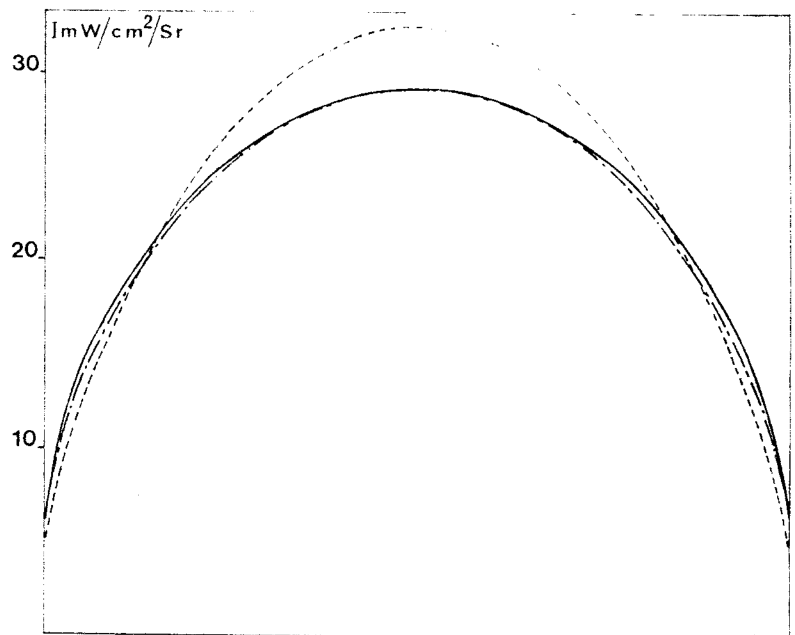


FIG. 16. As in Fig. 15 except for the pole-to-pole line.

the blue light ($\lambda=0.46\,\mu$m), we have computed the theoretical radiance distributions, assuming a uniform optical thickness $\tau_1=1$ for the upper cloud. Two extreme cases have been considered: (i) $\omega_0=1$, $\rho=0.76$ and (ii) $\omega_0=0.9322$, $\rho=1$; that is, respectively, a perfectly conservative upper layer or a lower one, the reflectivity or the single scattering albedo of the other layer being adjusted to restore the measured spherical albedo A. The results are compared in Figs. 15 and 16 to those obtained with the homogeneous model. For the case of an upper conservative cloud [a plausible hypothesis, if it is assumed that H_2SO_4 is its mean constituent (Hansen and Hovenier, 1974; Young, 1973)], the relative radiance is nearly the same as for the basic model. For this small phase angle the outgoing light comes mostly from the lower cloud, the reflectivity of which is not greatly modified by the presence of an upper cloud, because of the constraint of A. With the contrary hypothesis [case (ii)], the modifications are important. The global magnification of the reflected flux comes from the large increase of the mean cloud reflectivity ($\rho=1$). We may notice that such an effect could correspond to the feature of the Venus phase curve, as measured by Knuckles *et al.*, which seems difficult to fit with a homogeneous model (Arking and Potter, 1968). In addition, for case (ii), the variations of the radiance distribution could explain quantitatively the observed experimental disagreement. Nevertheless, the high values obtained for the radiance could be incompatible with the tolerable inaccuracy in the Mariner 10 calibration factors and in A.

5. Conclusion

The mean features observed in blue and orange light cannot be explained by a single homogeneous cloud, consistent with the polarization measurements.

For a first analysis of the Mariner 10 data with a two-cloud model, it seems possible to escape the difficult problem of chosing a scattering model for the lower cloud. Then we can hope to extract from these data some knowledge of the variations of the optical thickness of the upper cloud, and of the respective reflectivities of the two layers. Such an analysis will be undertaken. A previous knowledge of the aberration defects and of the tolerable errors in the calibration factors will be necessary if we are to make such a study.

Acknowledgments. It is a pleasure to acknowledge the kind support of the Mariner 10 Team, of the Jet Propulsion Laboratory, and especially of Dr. E. Danielson, who made the data analyzed here available to us.

REFERENCES

Arking, A., and J. Potter, 1968: The phase curve of Venus and the nature of its clouds *J. Atmos. Sci.*, **25**, 617–628.

Bigourd, C., J. L. Deuze, C. Devaux, M. Herman and J. Lenoble, 1973: Interprétation théorique de la répartition de luminance sur le disque de Venus. Presented at Copernicus Symposium on the Exploration of the Planetary System, Torun.

——, C. Devaux, M. Herman and J. Lenoble, 1975: Photometry of Venus II. Theoretical brightness distribution over the disc. *Icarus* (in press).

Deuze, J. L., C. Devaux and M. Herman, 1973: Utilisation de la méthode des harmoniques sphériques dans les calculs de transfert radiatif. Extension au cas des couches diffusantes d'absorption variable. *Nouv. Rev. d'Opt.*, 4, 307–314.

Devaux, C., M. Herman and J. Lenoble, 1974: Mariner 10 mission. Interpretation of the photometric measurements of Venus. Progress Report No. 1, Lab. Opt. Atmos.

——, and ——, 1975: Venus: Cloud optical depth and surface albedo from Venera 8. *Icarus*, 24, 19–27.

Dollfus, A., C. Boyer, H. Camichel, M. Auriere, E. Bowell and J. Nikander, 1975: Photometry of Venus: I Observations of the brightness distribution over the disc. *Icarus* (in press).

Fouquart, Y., 1973: Profondeur de pénétration et formation des raies dans une atmosphère diffusante. Presented at Copernicus Symposium on the Exploration of the Planetary System, Torun.

Guillemot, J. C., 1967: Contribution à l'étude du transfert de rayonnement dans les nuages par la méthode des harmoniques sphériques. *Rev. d'Opt.*, 6, 281–308.

Hansen, J. E., and A. Arking, 1971: Clouds of Venus: Evidence for their nature. *Science*, **171**, 669–672.

——, and J. W. Hovenier, 1974: Interpretation of the polarization of Venus. *J. Atmos. Sci.*, 31, 1137–1160.

Irvine, W. M., 1968: Monochromatic phase curves and albedos for Venus. *J. Atmos. Sci.*, **25**, 610–616.

Knuckles, C. F., M. F. Sinton and W. M. Sinton, 1961: UBV photometry of Venus. *Lowell Obs. Bull.*, No. 115, 4 pp.

Young, A. T., 1973: Are the clouds of Venus sulfuric acid? *Icarus*, **18**, 564–582.

Article N°4. Submitted to ICARUS (May 1977).

TITLE:

PHOTOMETRY OF VENUS III : Interpretation of Brightness Distributions over the Disk.

by: M.Herman, C.Devaux and A.Dollfus

M.Herman and C.Devaux: Laboratoire d'Optique Atmosphérique.
Université des Sciences et Techniques de LilleI
B.P. 36 59650 Villeneuve d'Ascq France.

A.Dollfus : Laboratoire de Physique du Système Solaire
Observatoire de Paris-Meudon Section Astrophysique
92 190 Meudon. France.

Number of manuscript pages: 24
Number of figures : 26
Number of tables : 2

PROPOSED RUNNING HEAD

Analysis of Isophote Maps of Venus

Proofs should be directed to:

Maurice Herman

Laboratoire d'Optique Atmosphérique

Batiment P.5.

Université de Lille I

B.P. 36

59 650 Villeneuve d'Ascq France.

ABSTRACT

A series of solar brightness distributions observed over the Venus disk at several wavelengths is analysed. A single absorption mechanism is assumed, the main localization of which is varied within the clouds, in different models. An attempt is made to retrieve the whole of the observations from one or more of the models. Models in which the absorption is highly localized give a better fit with the ultra-violet observations, although better measurements are awaited for, before a definite conclusion may be drawn. Isophote maps in visible light disagree with the theoretical predictions of all the models, suggesting that a second absorption mechanism (perhaps the ground) ought to be called for in this spectral region.

INTRODUCTION

The characteristics of the upper atmospheric aerosols of Venus are now precisely known (Hansen and Arking, 1971; Hansen and Hovenier, 1974). These aerosols are probably constituted of hydrated sulfuric acid (Sill, 1972; Young, 1973). However the way in which solar radiation is absorbed on Venus, and the precise atmospheric levels in which the solar energy is deposited are still unknown. This question is particularly relevant to the sulfuric acid hypothesis, as this constituent is transparent in the spectral interval which corresponds to the weakest Venusian reflectivity (0.3 - 0.5 μm.).

A detailed analysis of the light rediffused at different wavelengths might be informative with respect to this problem. Let us consider an absorption mechanism more or less localized in the cloudy layer and for which the efficiency varies with wavelength. Its relative influence upon the intensity rediffused by different points on the disk should vary according to the level of the layer in which the mechanism is localized.

It is for this purpose that the radiance repartitions observed on Venus, as presented by Dollfus et al., 1975 (Paper I), were compared to theoretical distributions calculated for different models, according to the procedure described by Brogniez et al., 1975 (Paper II).

The work essentially deals with a series of photographs taken nearly simultaneously at several wavelengths from 0.585 µm. to 0.327 µm., and showing the apparition of the classical ultraviolet dark markings. This analysis attemps to determine wether a single absorption mechanism can explain the whole of these observations, and wether it is possible to deduce a general localization of the level of the layer where the absorption takes place.

EXPERIMENTAL DATA

Figures 7a to 7f reproduce the isophote maps of Venus, from Paper I, which were observed 31 July 1969. Table I sums up the corresponding data; the photometric technique utilised was described in Paper I;

In figure 1, the most recent estimation of the spherical albedo of Venus (Travis, 1974) is compared to that which would be due only to molecular scattering, if the planet were totally devoid of aerosols and presented no ground reflectivity. Shortwards of about 0.45 µm., it is clear that nearly all absorption takes place in an absorbant located at quite high altitudes. At 0.52 µm., it is no longer certain that the ground plays no role, and it could constitute a second absorption mechanism. At 0.585 µm., all absorption could be attributed to the ground if the cloud cover were conservative; its average optical thickness would then be about 50.

In this first analysis however, in order to limit the free parameters as much as possible, and to conserve the significant character of the results, we will suppose that the influence of the ground is negligible at all wavelengths, and that all of the absorption is due to a single type of absorbant. Only the altitude of this absorbant will be adjustable. It is only if these hypothesis are unable to explain the observations that the variable influence of the ground or the coexistence of different absorbants will be called into consideration in more complicated models.

CLOUD MODELS

In order to localize the absorbant, our reference level will be the aerosol layer which the polarized light comes from. Its component particles are well known, and its average altitude is known to be about 70 km., at $\tau = 1$; thus the role of molecular scattering will be no greater than a few percent in the spectral interval investigated (Hansen and Hovenier, 1974).

We will consider three possible extreme absorption distributions relative to this scattering layer. Figure 2 schematically depicts these models.

In model I, we will suppose that all of the absorption is localized above the clouds; this means that a purely absorbant aerosol, for exemple, is situated at a minimum altitude of about 70 kilometers. It will be assumed that the optical thickness of the conservative medium found under this absorber is great at all wavelengths.

The nature of the aerosols below 70 km. is entirely uncertain. But it has been shown (cf. PaperII) that light scattered by a stratified medium depends upon the phase function of the first scattering layer encountered (thus the one where the polarized light is formed), and hardly at all upon those of the lower cloud layers, which intervene only by their reflectivity ρ(thus $\rho = 1$, in the hypothesis of this model)

Thus, we here will have a purely absorbant layer with an optical thickness τ_a which is arbitrarily variable on the disk, and which overlies a thick, conservative,homogeneous cloud, having the characteristics of the reference layer probed by polarization. The radiance distribution depends only weakly upon the phase function, and the small Rayleigh component of this layer, and its phase function variations with wavelength will be disregarded; the invariant phase function of the scattering cloud will be that of spherical particles with refractive index and granulometry:

$$(1) \qquad m = 1.44; \qquad n(r) = n_o\, r^{12} \exp(-12r/r_m); \quad r_m = 0.83\ \mu m.$$

(Hansen and Hovenier, 1974), calculated for the wavelength $\lambda = 0.585\ \mu m$.

In model II, it will be assumed that all the absorption takes place in one or several lower cloud layers found under the conservative reference haze. The properties of these lower layers will be assumed to be constant over the whole planet, and they will be characterised by their reflectivity ρ_λ at a given wavelength. The only horizontal variant will be the optical thickness of the overlying haze. The phase function defined in (1) will be conserved for this haze. It hereagain seems justifiable to neglect molecular scattering. The conservative haze, in this model, can only have a fairly small average optical thickness $<\tau_1>$; In order that the spherical albedo decreases to 0.5 at about 0.3 μm., $<\tau_1>$ should be no greater than a maximum of 4. It therefore can be hoped that the characteristics of the top of the haze remain valid for such a small thickness, and that the molecular scattering for the whole layer not exceed a few percent. The optical thickness at a point will thus correspond only to aerosols and will hardly vary at all with wavelength.

In model III, the absorption will be distributed within the haze itself. The albedo for single scattering ω_o will thus be supposed independent of optical depth for a given point on the disk, and only horizontal variations of this parameter will be foreseen. For the same reasons given above, the scattering law (1) will be retained, and it will simply be supposed that the optical thickness of this cloud is infinite.

Plane geometry will be used: it will be admitted that the medium is stratified at all points, and that the horizontal variations of its parameters remain negligible for a photon mean free path. The calculations will be made with the spherical harmonics method.

ANALYTIC METHOD

One of the photographs from the observed series (figures 7a to 7f) will be chosen, which corresponds to wavelength λ_o. For any point M of the disk, $\tau_a(M,\lambda_o)$, or $\tau_1(M)$ for a defined ρ_{λ_o}, or $\omega_o(M,\lambda_o)$ will be adjusted in calculations, to reconstruct the radiance distribution observed at λ_o. Starting from these initial solutions, the radiance distributions which should be observed for other wavelengths of the series will then be computed for each of the three models.

The relative measurements of figures 7a to 7f are normalised to 100 for the maximum. As the radiance variations in function of adjustable parameters are not linear in any of the models, we must employ absolute radiances; This will be done through the use of the magnitude $m_\lambda(\alpha)$ of the planet.

In table II, column 2, are found the mean $m_\lambda(\alpha)$ values interpolated from the phase curves of Irvine (1968), for the relevant wavelengths and phase angle. The reduced magnitudes given by Irvine can be written

$$(2) \qquad m_\lambda(\alpha) = m_\odot - 2.5 \log\left[\frac{\pi R^2}{2}(1+\cos\alpha)\right] - 2.5 \log\left[\frac{1}{S}\iint_S I(M,\lambda)dS\right]$$

where $m_\odot$ is the reduced visual solar magnitude, R the radius of Venus, S the apparent fraction of the disk, and $I(M,\lambda)$ the absolute radiance for a point M on the disk, normalised to a solar flux of unity. The values of the integral $\frac{1}{S}\iint_S I(M,\lambda)dS$, deduced from (2), are found in table II, column 3. The estimation used here for m_0 is that of Johnson (1965): $m_\odot = -26.75$.

It thus is the absolute radiance repartition $I(M,\lambda_o)$ which will be restored by the calculation, by adjusting the variable parameter of the model. In model II a given radiance can correspond to a whole interval of values of ρ_{λ_o}, which are associated with appropriate thicknesses $\tau_1(M)$. A family of solutions is obtained. For the moment, we will keep only the extreme distributions $\tau_1^{max}(M)$ and $\tau_1^{min}(M)$, which correspond respectively to the minimum $\rho_{\lambda_o}^{min}$ and maximum $\rho_{\lambda_o}^{max}$ reflectivity values which can simultaneously be suitable for all points on the disk.

If another wavelength is now considered, the absorption of the medium will vary, and for the varius models, the following simple transformations will occur:

(3) I : $\tau_a(M,\lambda_o) \rightarrow \tau_a(M,\lambda_1)$ where $\tau_a(M,\lambda_1) = A(\lambda_1).\tau_a(M,\lambda_o)$

(4) II : $\tau_1(M);\rho_{\lambda_o} \rightarrow \tau_1(M);\rho_{\lambda_1}$

(5) III : $\omega_o(M,\lambda_o) \rightarrow \omega_o(M,\lambda_1)$ where $\dfrac{\omega_o(M,\lambda_1)}{1-\omega_o(M,\lambda_1)} = B(\lambda_1)\dfrac{\omega_o(M,\lambda_o)}{1-\omega_o(M,\lambda_o)}$

The constants $A(\lambda_1)$, ρ_{λ_1} and $B(\lambda_1)$ are independent of the point considered. Eq. (3) simply conveys the fact that $\tau_a(M,\lambda)$ is in the form $f(\lambda).g(M)$, where $g(M)$ is proportional to the quantity of absorber in M, and where $f(\lambda)$ represents the spectral variation of the absorption coefficient. The transformation law (5) is more restrictive. It implies that, the absorption in model III is due to a purely absorbant constituant mixed with conservative particles of sulfuric acid. For these components, let b be the absorption coefficient and k the scattering coefficient. Since the variations of k with wavelength are neglected, and as the mixing ratio is supposed independent of altitude, we will have for a given point on the disk

$$\frac{1-\omega_o(M,\lambda)}{\omega_o(M,\lambda)} = \frac{b}{k} = f(\lambda).g(M),$$

where $f(\lambda)$ will here also represent the spectral variation of the absorption coefficient, and $g(M)$ will be proportional to the mixing ratio of the two components.

Relations (3), (4) and (5) thus permit calculations starting from the initial solutions $\tau_a(M,\lambda_o)$, $\tau_1(M)$ or $\omega_o(M,\lambda_o)$, which give the absolute radiance $I(M,\lambda_1)$ in function of a single adjustable parameter. $A(\lambda_1)$, ρ_{λ_1} or $B(\lambda_1)$ is then varied, so that when carried over to eq. (2), the resulting radiances $I(M,\lambda_1)$ give the observed magnitude $m_{\lambda_1}(\alpha)$. The isophote maps corresponding to this concurrence will be compared to the observations.

Before applying this method to the measurements, the following points should be noted:

a) Measurements of figures 7a to 7f are not deconvoluted from the effects due to the atmospheric turbulence and the apparatus. The blurring of the images limits the choice of the reference wavelength. The ideal would be to start from one extremity of the spectral interval explored, in order that the domain of variation in which the different models can be differentiated might be as large as possible. But in the present case, we take as λ_o the average wavelength 0.379 µm., in order to minimize the propagation of initial errors upon $I(M,\lambda_o)$.

b) In order to determine $\tau_a(M,\lambda_o)$, $\tau_1(M)$ or $\omega_o(M,\lambda_o)$ from $I(M,\lambda_o)$, the localization of a given point M (longitude and latitude) should be known with good precision. To superimpose the theoretical contour of the apparent disk of Venus upon the experimental maps, the two following criteria were selected.

(i) the theoretical terminator is placed as parallel as possible to the experimental isophote 20; the lowest radiance levels are effectively those which are the least distorted by dissymmetries. (ii) the theoretical limb is placed on the experimental isophote 45 near the radiance maximum (or maximums); this choice results from a summary analysis of photographs deterioration (cf. Annex). These two criteria finally lead to a fairly precise positioning.

c)Radiances near the limb not being usable, calculations are limited to the central part of the disk, the useful radius being about 4/5 of the planet radius. At a given wavelength λ_1, the theoretical radiances $I(M,\lambda_1)$ must be adjusted in order to restore the planet magnitude. The integral which appears in eq. (2) can be evaluated only for the usable surface S' instead the entire surface S of the apparent disk. We will assume that the flux backscattered by S and S' evolve in approximately the same way with wavelength for all models, so that

$$\frac{\iint_S I(M,\lambda_1)\,dS}{\iint_{S'} I(M,\lambda_1)\,dS'} = \frac{\iint_S I(M,\lambda_o)\,dS}{\iint_{S'} I(M,\lambda_o)\,dS'}$$

Almost all error will thus be found to be concentrated in the evaluation of this term from the reference photograph. It is evaluated as being of about 5 percent. The limitation of the data to the usable surface S' should lead to only a systematic overestimation or underestimation of the magnitudes, the spectral variations of which should however be well respected.

RESULTS

The initial distributions $\tau_a(M,\lambda_o)$, $\tau_1(M)$ and $\omega_o(M,\lambda_o)$ obtained at 0.379 µm., are found in figures 3, 4 and 5 respectively. Figure 4 presents the $\tau_1(M)$ distribution corresponding to the average solution obtained; it appears that the extreme solutions τ_1^{max} and τ_1^{min} are very close, the optical thickness at the center of the disk varying only from about 2.5 to 3.5 . The thicknesses greater than τ_1^{max} imply an initial reflectivity $\rho_{\lambda_o}^{min}$ so weak that it would no longer be possible to find the decrease in magnitude when approching 0.3 µm. . Optical thicknesses of less than τ_1^{min}, entailing a reflectivity higher than $\rho_{\lambda_o}^{max}$, tend to give a radiance distribution which is too homogeneous, and it becomes impossible to restore the observed dissymmetries.

The great fragility of this model thus appears. It can be wondered whether, with deconvoluted photographs where radiance dissymetries would be more pronounced, or with observations corresponding to exceptionally inhomogeneous conditions (cf. Paper I), this model might be invalidated at this stage.

The obtention of high optical thicknesses at the terminator and poles seems to retroactively contradict certain hypothesis of this model; as it seems hasardous to extrapolate the characteristics of the top of the haze for such great optical thicknesses, a sizeable part of them could correspond to molecular scattering and depend upon wavelength. This point is of no importance; for such large values of $\tau_1(M)$, backscattered radiance becomes fairly insensitive to variations of τ_1 and ρ_λ. Results obtained simply indicate that the terminator and poles regions, in model II, should be covered by a thick conservative layer, for which the precise τ_1 values obtained are only indicative.

The different models then can be extrapolated to the other wavelengths of the series. Table II gives the values of constants $A(\lambda)$, ρ_λ and $B(\lambda)$ needed for these extrapolations.

The calculation of different theoretical distributions $I(M,\lambda)$ shows first that models I and III lead to practically indistinguishable results in the useful part of the disk, in the whole spectral interval explored. For model II appreciable differences do not appear between the previsions deduced from the initial extreme solutions $(\tau_1^{max},\rho_{\lambda_o}^{min})$ and $(\tau_1^{min},\rho_{\lambda_o}^{max})$. It here shall be necessary to be content with the comparison of experimental maps with the merged results of models I and III on one hand, and with the results of the average model II on the other.

These different results are reported in figures 6a to 6f, and 8a to 8f, in the order of increasing values of magnitude, from left to right. The upper series corresponds to models I and III, the lower one to model II. The experimental maps, figures 7a to 7f, are placed between them, facing theoretical maps corresponding to the sama magnitude. One theoretical map was drawn, which corresponds to the wavelength interval 0.39-0.43 μm., for which measures are not available, but where the relative evolutions of the different models are interesting.

Model II implies an increase of the dissymetries in the ultra-violet region which is clearly greater than that observed. The observations thus seem much better restituted by models I and III in which there is a high localization of the absorption.

In the transitory region 0.39-0.43 μm., a differenciation of models again seems possible, the contrasts disappearing more rapidly in model II than in models I and III. Observations in this region unfortunately are not available; the photograph at 0.430 μm. in Paper I was taken 24 hours after the rest of the series, and could not be used quantitatively.

Lastly in the visible, the previsions of the three models become nearly identical. Whatever the localization of the absorbant may be, the models predict an almost total disparition of its influence. All these results, however, seem unreconcilable with observations. Furthermore exceptional conditions occur (Paper I gives exemples of such observations) for which large inhomogeneities in the isophotes are recorded at 0.585 μm..

DISCUSSION

The first result of our comparison, which leads to the localization of the ultra-violet absorption over or within the upper haze layer, must be considered with precaution. This conclusion is founded essentially upon the hypothesis that image deterioration be uniform within the series of dissymetries considered. The rigorous taking into account of apparatus and atmospheric effects would be indispensable before a definitive conclusion could be reached.

The second result shows that it is not possible to correlate the visible and ultra-violet observations in the hypothesis of a single absorption mechanism. This result seems more certain. From the terminator to the subsolar point, there is a regular decrease in observed radiance, if compared to calculated previsions. The same phenomena is also found in two others observations presented in Paper I (Photographs from 22/II/1945, $\alpha = 101°,9$; and from 23/III/1948, $\alpha = 75°,5$). The radiance distributions, presented here again in figures 9 and 10, seem very uniform; nevertheless, they clearly deviate from the theoretical repartitions calculated for an uniform and conservative layer of model (1), which are reproduced on the same figures; such repartitions nearly coincide with the preceeding results deduced from the ultra-violet contrasts. A deficit of light is once more noted towards the subsolar point. The same conclusions were arrived at in the analysis of results from Mariner 10 (Devaux et al., 1974).

In his analysis of the ultra-violet contrasts on Venus, Travis (1976) arrived at the same general conclusion as to the need to invoke at least two distinct major sources of absorption to explain the whole of the observed features. However the need for a second absorption mechanism here derives only from the detailed analysis of the isophote maps in yellow light, not from the contrast curves which wash out such detailed information. As an exemple, contrast curves have been plotted in figure 11, for a mid-latitude point, from the theoretical results corresponding to our models. It seems that the typical features of the contrast curves observed may be restituted with models with a single absorption mechanism.

If model III were valid the simplest interpretation of this yellow discrepancy would be to suppose that the cloud layer thickness decreases regularly from the terminator to the subsolar point. This light deficit in the vicinity of the subsolar point would then be attributed to the influence of the dark ground which could appear as a result of the decreasing absorption and molecular scattering, in visible light. Such two parameters models have not been investigated here; typically, optical depths of about 15 at the subsolar point could explain the observed radiance decreasing.

Aside from image deterioration, our results are still blemished by the initial incertitude of $m_{\lambda_o}(\alpha)$. The analysis was resumed for two series of values of the integral $\iint_S I(M,\lambda)dS/S$ which respectively were 8 percent greater than, and 8 percent less than those of the data in table II. For the lesser series the values of $\tau_a(M,\lambda_o)$, $\tau_1(M)$ and $\omega_o(M,\lambda_o)$ obviously are slightly modified, but the main results remain qualitatively unchanged. For the series of greater values on the contrary, it becomes impossible to restitute the original radiance distribution in any of the models. The absolute radiances obtained, already towards the center of the disk, correspond to an almost non-existant absorption, and the relative increase of the radiance towards the terminator and the poles can no longer be assessed. Probably, such high radiance values are overestimation, as they correspond to the simultaneous selection of the maximum relative incertitude announced by Irvine (1968), and to the lowest evaluation of the visual solar magnitude.

CONCLUSION

The type of analysis presented here seems capable of contributing positive information about the cloud structure of Venus, but in order to distinguish models I and III from model II, photometry with about a 5 percent relative precision is necessary.

Although these initial results are in favor of a localization of the absorption high in the atmosphere, a definite conclusion must await the results of more accurate observations, completed by the recording of the apparatus function. Such observations are planed. The spectral region 0.39 - 0.43 μm. seems rather favorable for this type of analysis, because of its greater experimental convenience than the ultra-violet region.

If models I and III should prevail, their differenciation seems to be at the limit of the possibilities of the method, as would be a very precise determination of the conservative optical thickness, if model II should prevail.

Perhaps the most significant result stemming from this work is that a hypothesis assuming a single absorption mechanism for the entire spectral interval explored is incapable of reconstituting observations as a whole. It thus seems that the anomalies observed in yellow light (and sometimes very contrasted; see Paper I) correspond to an absorption source which is different from that which appears in ultra-violet. Although the ground may appear to be a likely second source of absorption, the question necessitate more careful consideration.

ANNEX

The exact positionning of the theoretical isophote maps upon the experimental ones is crucial. Particularly important is the precise localization of the theoretical limb.

Taking into account the nearly translationnal character of the symetry of the radiance distributions observed in the vicinity of the equator for visible light, it will be assumed in a crude approximation that the problem here is unidimensional.

If the real equatorial radiance distribution $I(x)$ was a step function, it is clear that the limb ought to be placed upon the isophote 50. The difficulty lies in the determination of the experimental values $I'(x_1)$ and $I'(x_2)$ which are measured with the real radiance distribution, respectively at the point where the radiance is maximum and at the limb.

Theoretical equatorial radiance distributions $I(x)$ have been computed for a cloud cover assumed to be thick, horizontally homogeneous, with the scattering law (1). The single scattering albedo was adjusted so that the spherical albedo in visible light was obtained. The phase angles 67°,3 75°,5 and 101°,9 where choosen, for days where homogeneous conditions seemed to prevail on Venus.

The exact apparatus function $g(x)$ being unknown, three arbitrary functions have been tried. The results are independant of the assumed apparatus function, and will be given for one of them:

$$g(x) = C\left(\frac{\sin(\pi x/x_0)}{\pi x/x_0}\right)^2$$

The theoretical distributions I(x) have been convoluted with this function, the parameter x_0 being adjusted, in each case, until the obtained distribution

$$I'(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} g(x-y)\ I(y)\ dy$$

fit the observed equatorial radiance distribution in the vicinity of the limb.

Figure 12 shows the normalised equatorial distribution $I'(x)/I'(x_1)$ obtained for the phase angle 101°,9. For $15.5 \leq x_0 \leq 18.5$, there is a good restitution of the observed radiance profile near the limb, and the corresponding values $I'(x_1)$ and $I'(x_2)/I'(x_1)$ are nearly constant (0.95 and 0.54 respectively). But it must be noted that the equatorial distributionswhich can fit the observed onesnear the limb disagree with them in the central part of the disk.

The same conclusions appear for the two other phase angles, with different values for $I'(x_1)$ and $I'(x_2)/I'(x_1)$. The values $I'(x_1)$ has been taken into account for the various maps drawn in this paper. The results obtained from this crude analysis in yellow light have been used for the other wavelengths of the series, for which the same study was not resumed.

REFERENCES

BROGNIEZ C., DEVAUX C., HERMAN M., LENOBLE J. - Photometry of Venus II: Theoretical brightness distribution over the disk- Icarus, 1975, 26, 73-84.

DEVAUX C., HERMAN M., LENOBLE J. - Interpretation of the photometric measurements of Venus by Mariner 10- Jl. Atm. Sc., 1975, 32, 6, 1177-1189.

DOLLFUS A., CAMICHEL H., BOYER C., AURIERE M., BOWELL E., NIKANDER J. -Photometry of Venus I: Observation of the brightness distribution over the disk.- Icarus, 1975, 26, 53-72.

HANSEN J. E., ARKING A. - Clouds of Venus: Evidence for their nature. Science, 171, 669-672.

HANSEN J.E., HOVENIER J.W. - Interpretation of the polarization of Venus - Jl. Atm. Sc., 1974, 31, 1137-1160.

IRVINE W.M. - Monochromatic phase curves and albedos for Venus- Jl. Atm. Sc., 1968, 25, 610-616.

SILL G.T. - Sulfuric acid in the Venus clouds- Comm. Lunar Planet. Lab., 1972, 171,191-198.

TRAVIS L.D.- On the origin of the ultraviolet contrasts of Venus- Jl; Atm. Sc., 1975, 32, 1190-1200.

YOUNG A.T.- Are the clouds of Venus of sulfuric acid?- Icarus, 1973, 18, 564-582.

<u>TABLE I</u>

Plates of Venus for which isophotes

are derived.

Date	Time (UT)	α (deg)	λ (μm.)	Observatory	Observer	Fig. n°
31 Jul. 69	04h18	-67°.3	0.327	Pic du Midi	Fryer	7a
31 Jul. 69	04h08	-67°.3	0.354	Pic du Midi	Fryer	7b
31 Jul. 69	04h03	-67°.3	0.379	Pic du Midi	Fryer	7c
31 Jul. 69	03h52	-67°.3	0.520	Pic du Midi	Fryer	7e
31 Jul. 69	03h45	-67°.3	0.585	Pic du Midi	Fryer	7f

TABLE II

Data used for models.

λ (μm.)	$m_\lambda(\alpha)$	$\frac{1}{S}\iint_S I(M,\lambda)\,dS$	$A(\lambda)$	ρ_λ	$B(\lambda)$
0.327	-2.790	0.070	1.5	0.18	0.46
0.354	-2.895	0.078	1.3	0.27	0.60
0.379	-3.045	0.085	1.0	0.39	1.0
0.412	-3.185	0.100	0.70	0.53	2.0
0.520	-3.390	0.120	0.30	0.69	8.0
0.585	-3.535	0.140	0.25	0.85	10.8

FIGURE CAPTIONS

Figure 1: Spherical albedo for Venus. Full line: from Travis, 1975. Dashed line: with pure Rayleigh scattering.

Figure 2: Theoretical models.

Figure 3: Optical depth $\tau_a(M)$ of the upper absorbing layer. Model I, $\lambda_o = 0.379$ μm..

Figure 4: Optical depth $\tau_1(M)$ of the upper conservative layer. Model II,

Figure 5: Single scattering albedo $\omega_o(M)$ of the cloud. Model III, $\lambda_o = 0.379$ μm..

Figures 6a to 8f:

6a to 6f: theoretical results with models I and III.

7a to 7f: experimental results, from Dollfus and al. 1975.

8a to 8f: theoretical results with model II.

a to f: wavelengths 0.327, 0.354, 0.379, 0.412, 0.520, 0.585 μm.

Figure 9: Isophote maps. $\alpha = 101°.9$. Full lines: experimental results (22 Feb. 45, 18h47, λ=0.585 μm., Camichel H., Pic du Midi). Dashed lines: theoretical results with a homogeneous and thick cloud; scattering law: eq. (1).

Figure 10: Same as Figure 9, at $\alpha = 75°.5$ (23 Mar. 48, 18h27, λ= 0.585 μm., Camichel H., Pic du Midi).

Figure 11: Contrast curves $(\bar{I} - I_{0.585})/I_{0.585}$, deduced from the calculations, with models I and III and with model II.

Figure 12: Normalized equatorial radiance distributions near the

limb limb. $\alpha = 101°.9$. Dots: experimental results. Theoretical profiles with x_o=12.5 (dashed line, x_o=23.5 (dot-dashed line) and with 15.5 x_o 18.5 (shaded area).

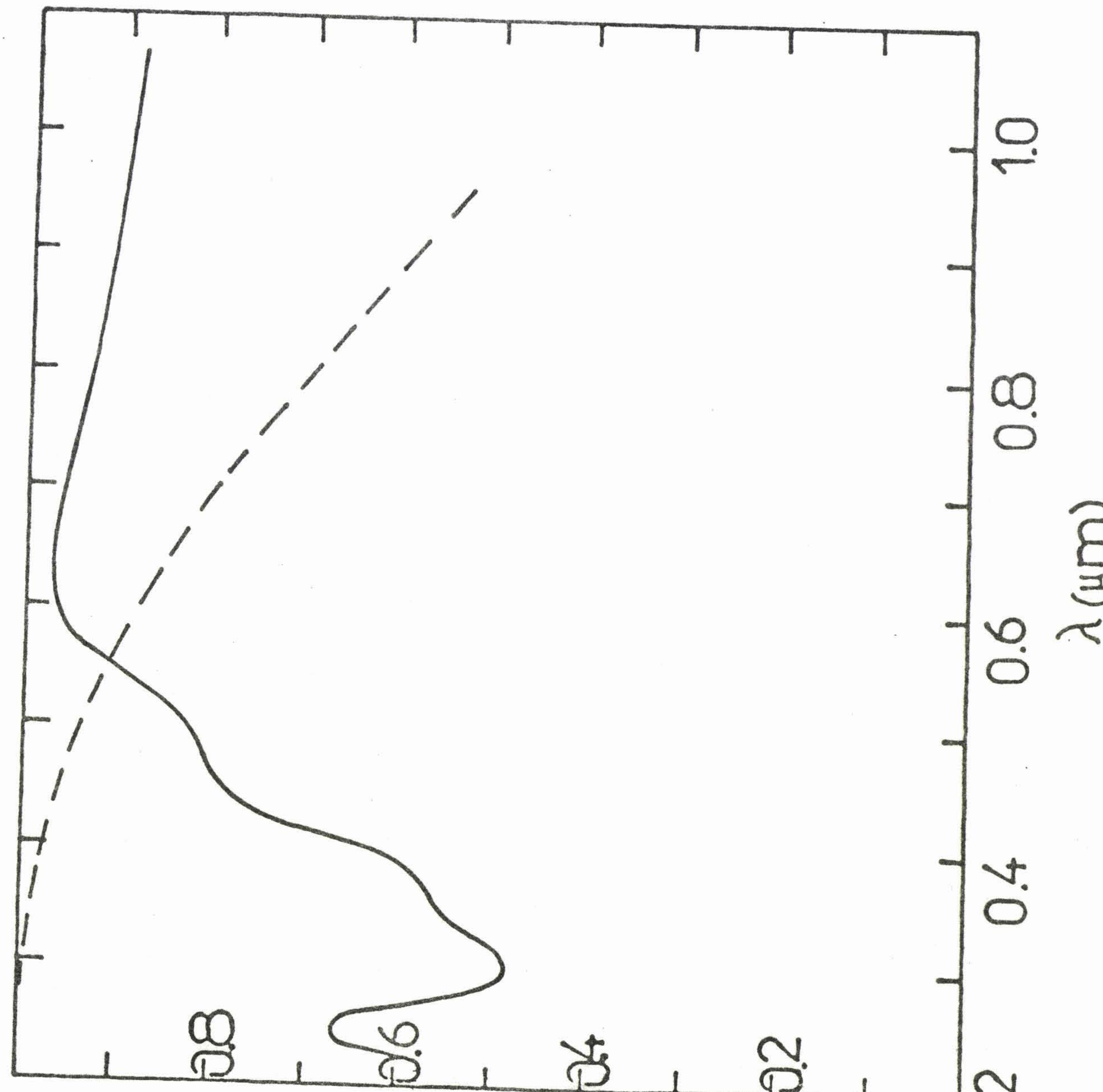


fig 1

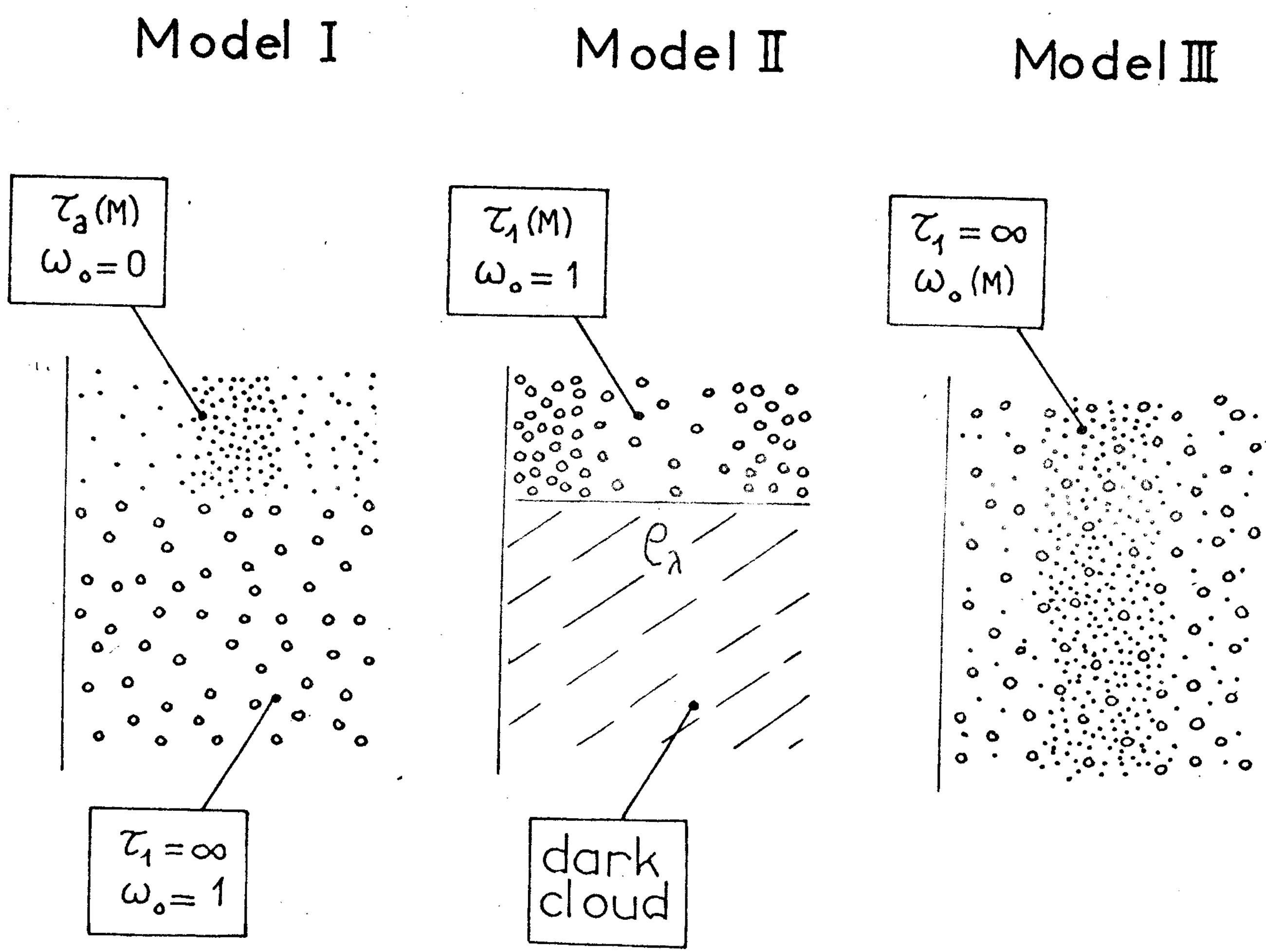

Model I
Model II
Model III
$\tau_a(M)$
$\omega_o = 0$
$\tau_1 = \infty$
$\omega_o = 1$
$\tau_1(M)$
$\omega_o = 1$
ϱ_λ
dark
cloud
$\tau_1 = \infty$
$\omega_o(M)$

fig 2

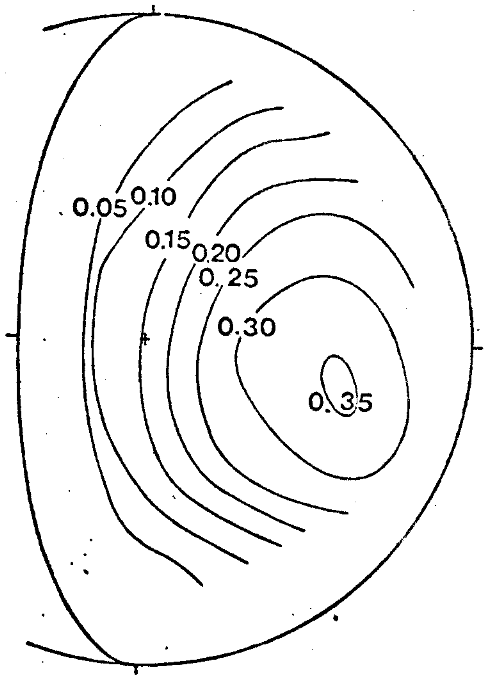


fig 3

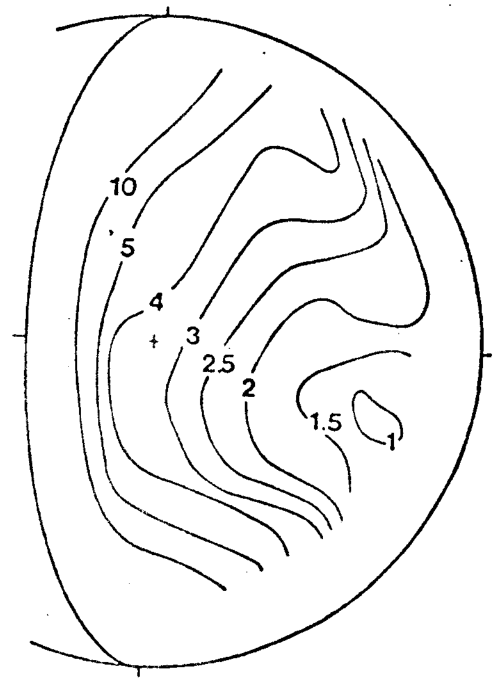


fig 4

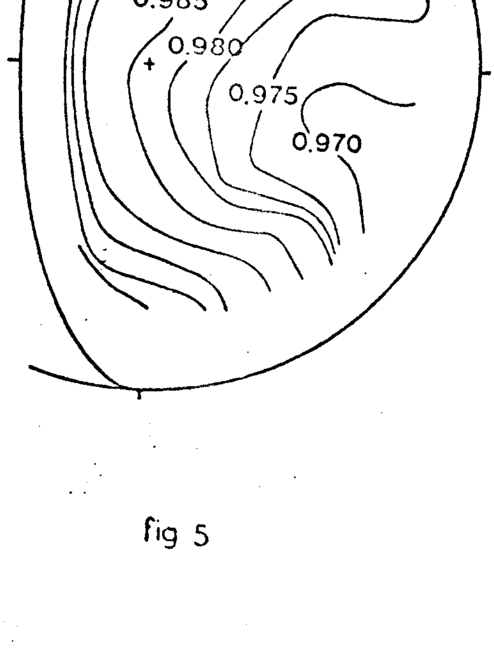


fig 5

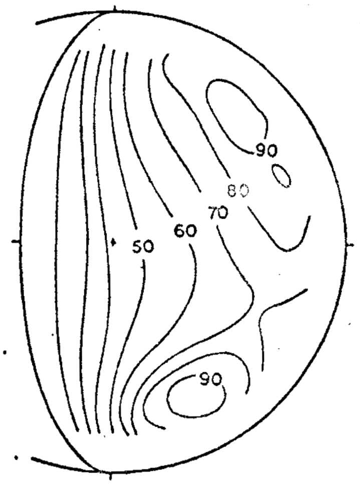


Figure 6a

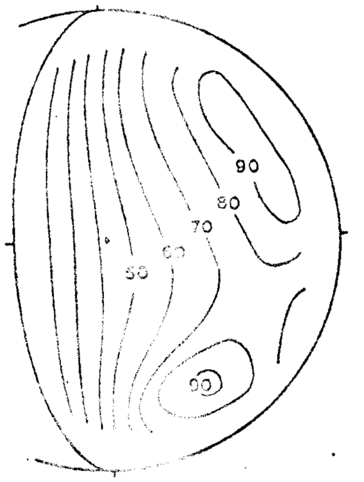


Figure 6b

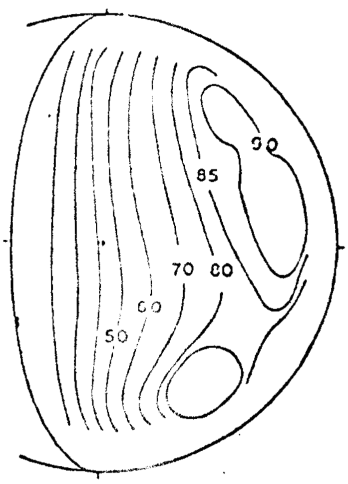


Figure 6c

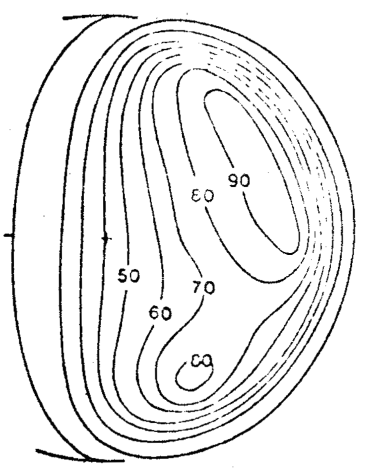


Figure 7a

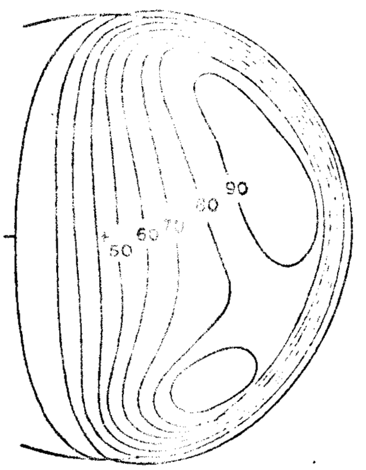


Figure 7b

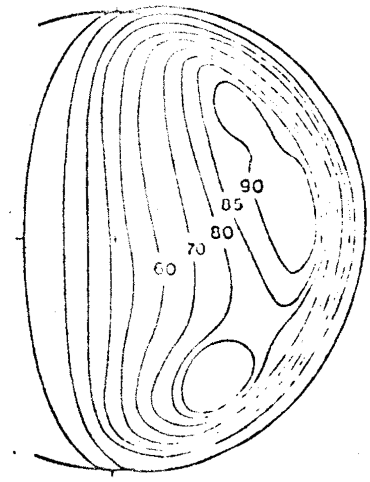


Figure 7c

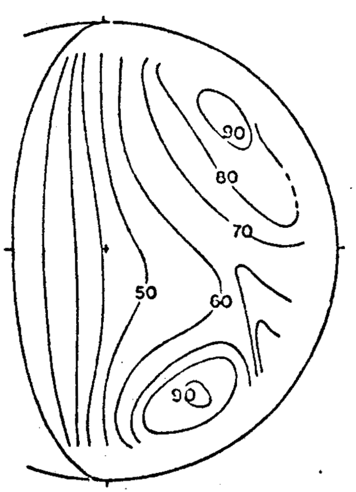


Figure 8a

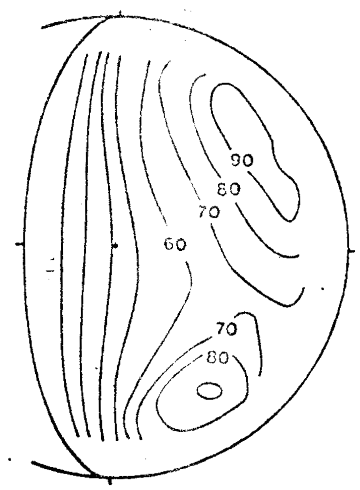


Figure 8b

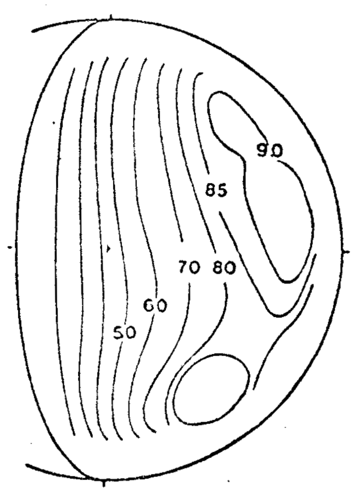


Figure 8c

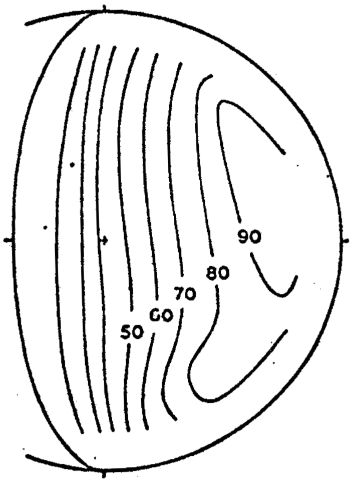


Figure 6d

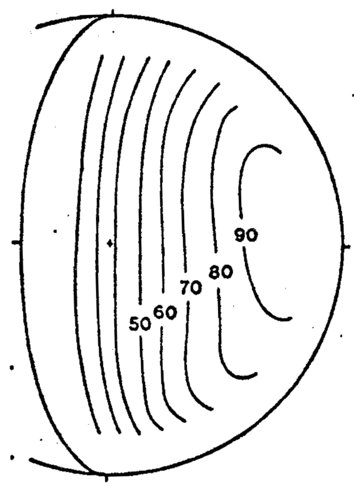


Figure 6e

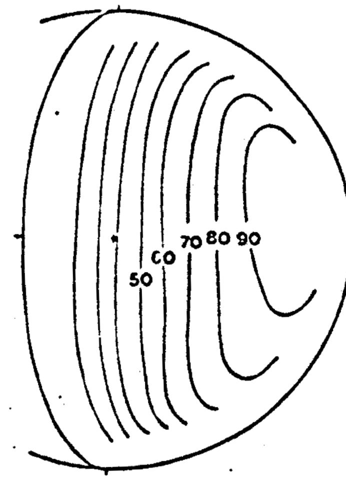


Figure 6f

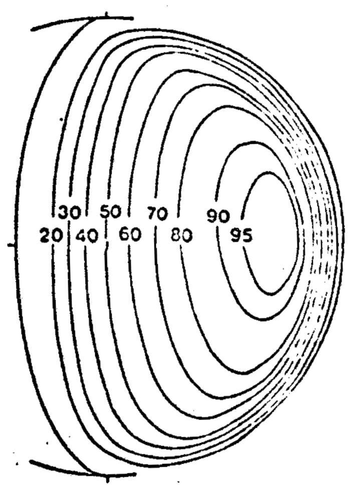


Figure 7e

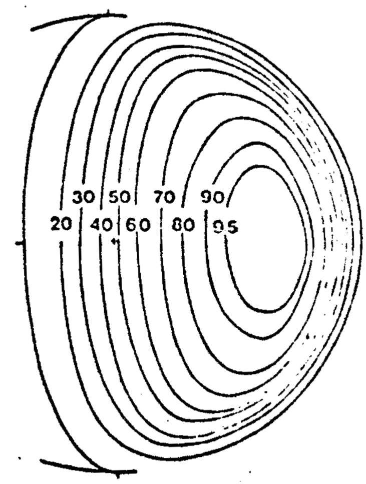


Figure 7f

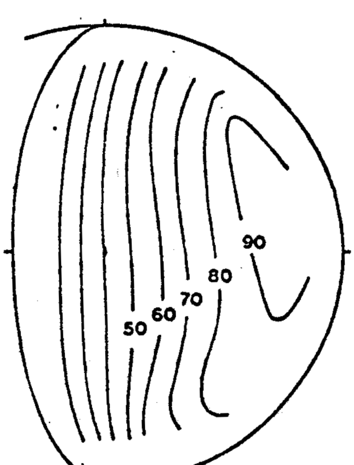


Figure 8d

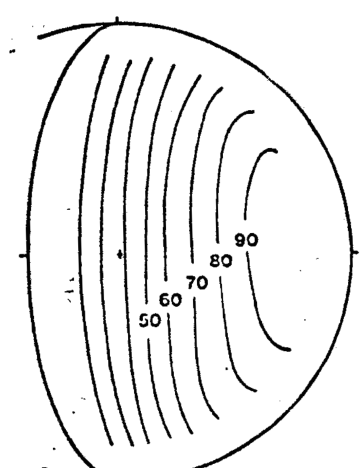


Figure 8e

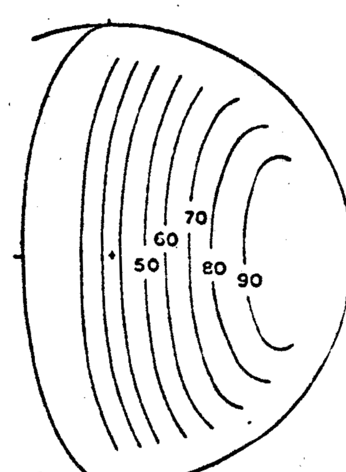


Figure 8f

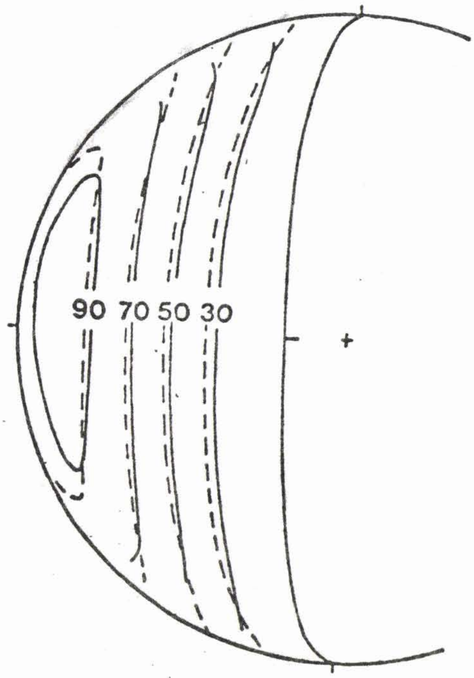


Figure 9

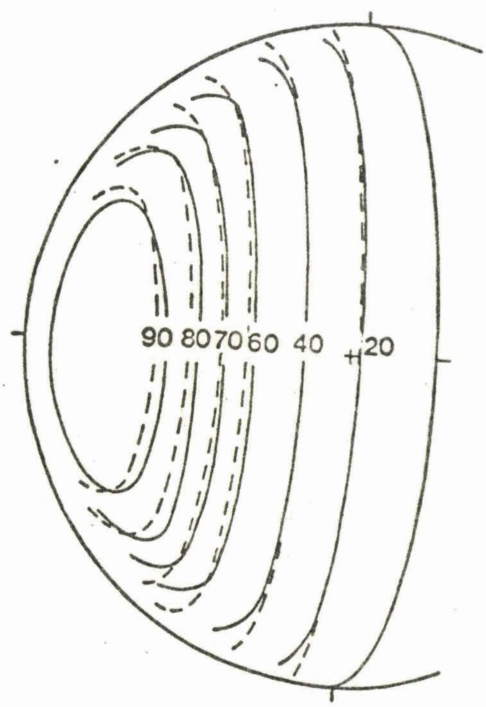


Figure 10

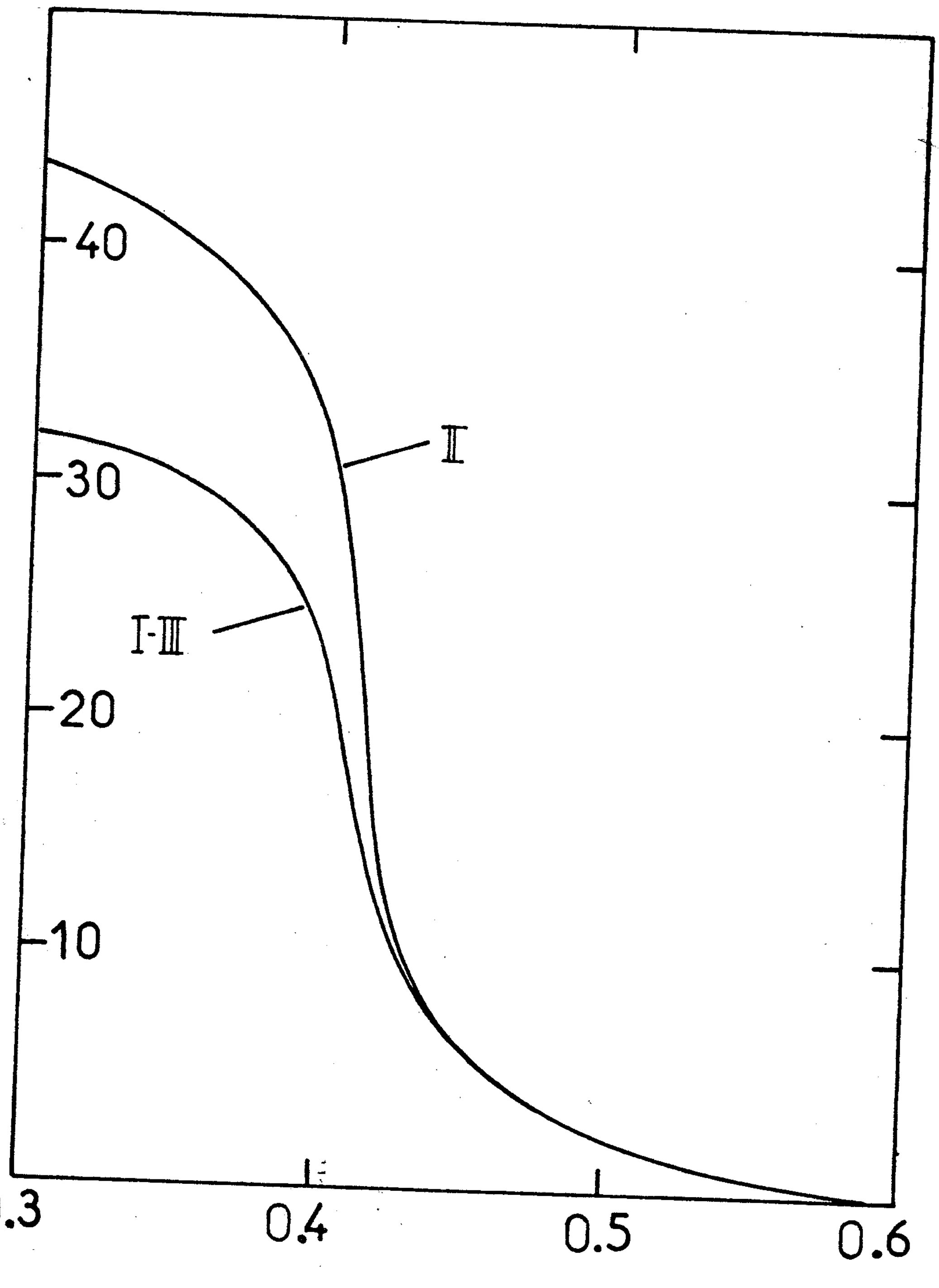


fig 11

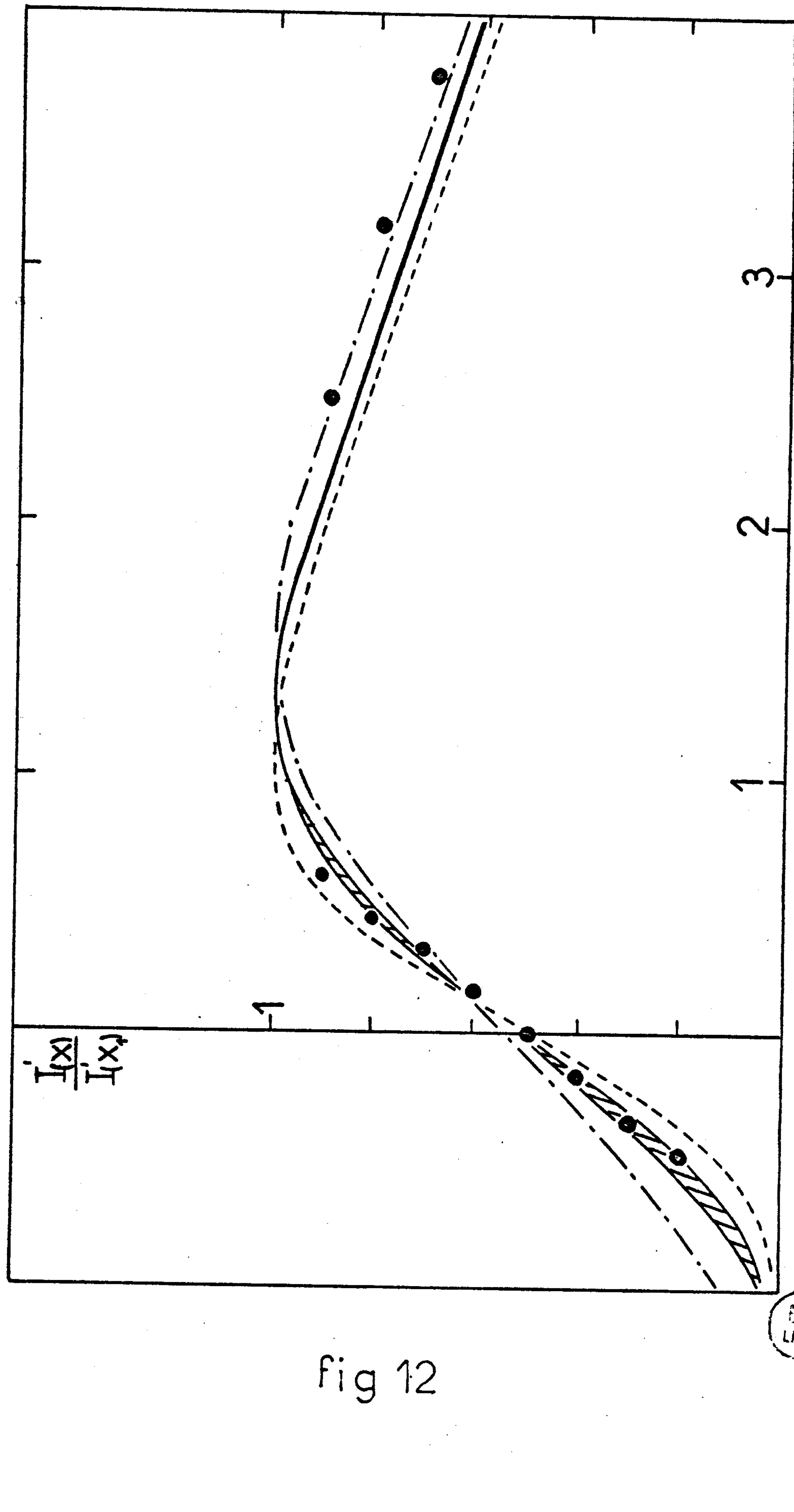


fig 12

CONCLUSION

Les diverses améliorations apportées à l'analyse et à la programmation de la méthode des Harmoniques Sphériques nous ont finalement procuré un outil très performant.

Ayant permis de tester très largement une méthode analytique approchée de calcul de flux et d'albédo sphériques, la méthode des Harmoniques Sphériques, de par sa rapidité et sa structure en blocs très poussée, s'est avérée particulièrement bien adaptée à l'étude du rayonnement rétrodiffusé par les atmosphères planétaires, étude qui nécessite la détermination complète du champ de rayonnement pour de nombreux cas de modèles diffusants.

Cette première analyse détaillée du rayonnement solaire rediffusé par Vénus, a permis de dégager des simplifications intéressantes et s'est révélée capable d'apporter des informations positives sur la structure nuageuse de cette planète. L'impossibilité de concilier les observations visibles et ultra-violettes, dans l'hypothèse d'un mécanisme d'absorption unique, suggère autour de 0,6 µm une influence possible du sol localisée au voisinage du point subsolaire. Une telle éventualité que les sondages de Vénéra 9 et 10 semblent confirmer, revaloriserait considérablement les études photométriques dans le cas de la planète de Vénus.

En ce qui concerne une localisation haute pour l'absorption responsable de la faible réflectivité de Vénus en ultra-violet, ce résultat moins certain nécessite des observations similaires mais, plus variées et plus précises. Vénus devant se présenter dans de bonnes conditions d'observation au cours de l'été 1977, une campagne d'observation a été projetée. Les objectifs de cette campagne ont pu être précisées à partir de cette première étude et on peut espérer en collaboration avec les expérimentateurs de Meudon et du Pic du Midi que la précision nécessaire (de l'ordre de 5%) sur la photométrie sera atteinte et permettra une conclusion définitive.

L'éventualité de l'influence du sol sur les anomalies observées en lumière jaune est un problème qui semble également à la portée des observations terrestres. L'évolution des réseaux d'isophotes dans cette gamme Spectrale devrait en effet permettre de confirmer ou d'infirmer son rôle en jouant sur l'effet de masque variable de la diffusion Rayleigh. Les contrastes observés en lumière jaune étant généralement beaucoup plus faibles qu'en U.V, à moins de rencontrer des conditions d'exceptionnelle inhomogénéité, leur analyse devra néanmoins attendre qu'une photométrie très précise soit accessible.

Dans l'immédiat, l'expérience acquise au cours de cette étude des clichés télescopiques a rendu envisageable une analyse similaire sur les clichés à très haute résolution transmis par Mariner 10 et ce travail est actuellement en cours.

Parallèlement à l'analyse photométrique l'étude de la polarisation détaillée sur le disque a été développée au Laboratoire (DEUZE, 1974) et fait actuellement l'objet du travail de recherche de R.SANTER (1977). La campagne d'observation prévue cet été devrait permettre d'obtenir des mesures simultanées (photométrie au Pic du Midi et polarisation à Meudon). Il sera alors intéressant de confronter les conclusions obtenues par ces deux méthodes d'analyse.

REFERENCES

ARKING,A.,and POTTER,J.(1968). The Phase Curve of Venus and the Nature of its Clouds.J.Atm.Sci,25,617-628.

AVDUEVSKY,V.S.,MAROV,M.Ya.,MOSHKIN,B.E., and EKONOMOV,A.P.(1973). Venera8: Measurements of solar illumination through the atmosphere. J.Atm.Sci,30,1215-1218.

BELTON,M.,HUNTEN,D.M., and GOODY,R.M.(1968). The atmosphere of Venus and Mars. Gordon and branch;New-York.

BOYER,C.,GUERIN,P.(1966). Mise en evidence directe ,par la photographie d'une rotation rétrograde de Vénus en 4 jours. C.R.Acad.Sci. Paris,263,253-255.

BROGNIEZ,C.BIGOURD.(1975). Calcul approché des flux radiatifs en milieu diffusant.Application aux mesures de Venera 8.Thèse 3ème Cycle Université de Lille.

BROGNIEZ,C.BIGOURD.,DEVAUX,C., and HERMAN,M.(à paraitre) Methode du noyau exponentiel.

CANOSA,J.,and PENAFIEL,H.R.(1973). A direct solution of the Radiative Transfer: Application to the Rayleigh and Mie Atmospheres. Jl.Quant.Spectrosc.Radiat.Transfer,13,21-39.

CHANDRASEKHAR,S.(1950). Radiative transfer.Oxford University Press.

COFFEEN,D.L., and GEHRELS,T.(1969). Wavelength dependence of polarisation. XV.Observations of Venus.Astron.J,74,433-445.

DAVE,J.V.(1974). A direct solution of the Sphérical Harmonics approximation to the transfer équation for a plane-parallel,non homogeneous atmosphère. Available from National.Techn.Inform.Service(Springfield).

DAVISON,B. (1958). Neutron Transport Theory. University Press Oxford.

DEUZE,J.L.(1971). Extension de la méthode des harmoniques Sphériques au calcul de la luminance polarisée diffuse et au cas d'une couche d'absorption variable. Rapport D.E.A. Lille.

DEUZE,J.L.,DEVAUX,C.,HERMAN,M.(1973). Utilisation de la Méthode des Harmoniques Sphériques dans les calculs de transfert radiatif.Extension au cas de couches diffusantes d'absorption variable. Nouvelle Revue Optique,4,307-314.

DEUZE,J.L.(1974). Etude de la polarisation du rayonnement par les milieux diffusants.Application à la polarisation localisée de Vénus. Thèse 3ème Cycle,Université de Lille.

DEUZE,J.L.,DEVAUX,c.,and HERMAN,M.(1975). Adaptation de la Methode des Harmoniques Sphériques aux calculs de lumière diffuse polarisée. Remarques sur la formation du rayonnement rediffusé par les atmosphères optiquement denses. Nouvelle Revue d'Optique,6,103-111.

DEVAUX,C.,FOUQUART,Y.,HERMAN,M., et LENOBLE,J.(1973). Comparaison de diverses méthodes de résolution de l'équation de transfert du rayonnement dans un milieu diffusant. J.Q.S.R.T,13,1421-1431.

DEVAUX,C., and HERMAN,M.(1975). Venus: Cloud optical depth and surface albedo from Venera 8. Icarus,24,19-27.

DOLLFUS,A.(1966). Contribution au Colloque Caltech.JPL. sur la lune et les planetes:Vénus. Jet Propulsion Laboratory Tech.Memo N°33-266, 187-202.

DOLLFUS,A., and COFFEEN,D.L.(1970). Polarization of Venus.I.Disk observations. Astron.Astrophys,8,251-266.

DOLLFUS,A.,CAMICHEL,H.,BOYER,C.,AURIERE,M.,BOWELL,E., and NIKANDER,J. (1975). Photometry of Venus.I. Observations of the Brightness Distribution over the Disk. Icarus,26,53-72.

FEIGELSON,E.M., et al.(1973). The interpretation of the measurements of illumination by the automatic interplanetary station Venera 8. Presented at the Copernicus Symposium IV. I.A.U. Symposium 65, Torun, Poland.

FOUQUART,Y.(1975). Contribution à l'étude des spectres réfléchis par les atmosphères planétaires diffusantes. Application à Vénus. Thèse d'Etat,Université de Lille.

FYMAT,A.L., and LENOBLE,J.(1972). Absorption profile of a planetary atmosphere: a proposal for a scattering independent determination Appl.Optics,11,2249.

FYMAT,A.L., and KALABA,R.E.(1972). Inverse Multiple Scattering Theory: Minimization Search Method of Solution with Application to Venus' Atmosphere. Proceedings of the Internat.Radiation Symposium, Sendai,Japan.

GASTINEL,N.(1966). Analyse Numérique Linéaire. Enseignement des Sciences (Hermann).

GRAY,E.L.,COULSON,K.L.(1964). Molecular optical thickness of low density models of the atmosphere of Mars. General Electric Space Sciences Laboratory,R.64.SD21.

GRIGGS,M.(1968). Aircraft measurements of albedo and absorption of stratus clouds,and surface albedo. J.Appl.Meteorology,7,1012-1017.

GUILLEMOT,J.C.(1966). Contribution à l'étude du transfert du rayonnement dans les nuages par la methode des harmoniques spheriques. Thèse D^{r} Ingénieur,Université de Lille.

HANSEN,J.E.,(1969). Radiative transfer by doubling very thin layers. Astrophys.Jl,155,565-573.

HANSEN,J.E., and ARKING,A.(1971). Clouds of Venus: Evidence for their nature. Science,171,669-672.

HANSEN,J.E., and HOVENIER,J.W.(1974) . Interpretation of the polarization of Venus. J.Atm.Sci.,31,1137-1160.

HERMAN,M.(1968). Contribution à l'étude du transfert radiatif dans un milieu diffusant et absorbant. Thèse d'Etat,Université de Lille.

HERMAN,M.,BIGOURD,C.,DEVAUX,C.(1973). Rapport Interne. Laboratoire d'Optique atmospherique.Université des sciences et techniques.U.E.R. Physique Fondamentale.

HORAK,H.G.(1950). Diffuse reflection by planetary atmospheres. Astrophys.Jl,112,445-463.

IRVINE,W.M.(1968). Monochromatic phase curves and albedos for Venus. J.Atm.Sci,25,610-616.

JEANS,J.H.(1917). Monthly Notices Roy.Astron.Soc.,78,28.

KOURGANOFF,V.(1952). Basic Methods in Transfer Problems. Clarendon Press,Oxford.

LACIS,A.A.,HANSEN,J.E.(1974). Atmosphere of Venus: Implications of Venera 8 Sunlight Measurements. Science,184,979-981.

LENOBLE,J.(1954). Contribution à l'étude du rayonnement solaire ,de sa diffusion dans l'atmosphere et de sa pénétration dans la mer. Ann.Geophys,10,117-146,187-225.

LENOBLE,J.(1961 a). Application de la méthode des Harmoniques Sphériques au cas de la Diffusion Anisotrope. C.R.Ac.Sc,252,2087-2089.

LENOBLE,J.(1961b). Application de la méthode des Harmoniques Sphériques à l'étude de l'état de Polarisation du Rayonnement Diffus. C.R.Ac.Sc,252,3562-3564.

LENOBLE,J.(1970). Importance de la polarisation dans le rayonnement diffusé par une atmosphère planétaire. J.Quant.Spectrosc.Radiat.Transfer,10,533-556.

LOUKACHEVITCH,N.L.,MAROV,M.Ya.,FEIGELSON,E.M.(1973).Interpretation des mesures d'éclairement effectuées par la station interplanétaire automatique Venera 8 .Acad.Sci.U.R.S.S.Moscou.Preprint N°63.

LYOT,B.(1929). Recherches sur la polarisation de la lumière des planètes et de quelques substances terrestres. Ann.Observ.Paris(Meudon),8,161.

MARENGO,J.(1967). Application numérique de la méthode des Harmoniques sphériques.Etude de milieux diffusants et absorbants pour le cas d'une diffusion anisotrope Thèse D^{r} Ingénieur,Université de Lille.

MAROV,M.Ya.(1972). Venus: A perspective at the beginning of planetary exploration. Icarus,16,415.

MARSHAK,R.E.(1947). Note on the spherical harmonic method as applied to the Milne problem for a sphere. Phys.Rev,71,443.

POTTER,J.(1970). The Delta function approximation in radiative transfer theory. J.Atm.Sci.,27,943.

POUZET,P.(1964). Publications du Laboratoire de Calcul de la Faculté des Sciences de Lille.

SANTER,R.(1977). Contribution à l'étude de la Polarisation du Rayonnement Solaire Diffusé par Vénus. Thèse 3eme Cycle,Université de Lille.

SILL,G.T.(1972). Sulfuric Acid in the Venus Clouds. Comm.Lunar.Planet. Lab.,N°171,191-198.

SOBOLEV,V.V.(1964). Investigation of the Venusian Atmosphere. Soviet. Astron.- AJ,8,71-75.

TITARCHOUK,L.G.(1973). Proprietés optiques de la basse atmosphère de Vénus.Interprétation des résultats obtenus par la sonde Venera 8. Acad.Sci.U.R.S.S.Moscou.(Trad.CNES).

van de HULST,H.C.,GROSSMANN,K.(1968). The atmosphere of Venus and Mars. Gordon and Branch.New-York.

WANG,L.(1972). Anisotropic nonconservative scattering in a semi-infinite medium. Astrophys.J1,174,671-678.

YOUNG,A.T.(1973). Are the clouds of Venus sulfuric acid? Icarus,18,564-582.