UNIVERSITÉ DES SCIENCES ET TECHNIQUES DE LILLE

N° d'ordre 533

THESE

présentée à

L'UNIVERSITÉ DES SCIENCES
ET TECHNIQUES DE LILLE

pour obtenir le titre de

DOCTEUR DE SPÉCIALITÉ

par

Colette BROGNIEZ

CALCUL APPROCHE

DES FLUX RADIATIFS EN MILIEU DIFFUSANT

APPLICATION AUX MESURES DE VENERA 8

*

Soutenue le 16 Juin 1975 *devant la Commission d'examen*

Membres du Jury

M.	J. SCHILTZ	*Président*
M.	M. HERMAN	*Rapporteur*
Mme	J. LENOBLE	*Examinateur*
M.	A. DOLLFUS	*Membre invité*

U.E.R. DE PHYSIQUE FONDAMENTALE

A mon Mari.

A mes Parents.

Ce travail a été effectué sous la direction de Monsieur HERMAN, Maître de Conférences au Laboratoire d'Optique Atmosphérique de LILLE, dirigé par Madame LENOBLE, Professeur. Qu'ils reçoivent ici l'expression de profonde reconnaissance.

Monsieur le Professeur SCHILTZ a bien voulu me faire l'honneur de présider mon jury. Je l'en remercie vivement.

Je tiens à remercier Madame LENOBLE et Monsieur DOLLFUS qui ont accepté de juger mon travail.

Que Monsieur DEVAUX trouve ici l'expression de mes sincères remerciements pour sa précieuse collaboration.

Je remercie enfin les membres du personnel technique de l'U.E.R. qui ont participé à ce travail.

INTRODUCTION

Nous nous sommes intéressée à divers problèmes photométriques concernant la couverture nuageuse de la planète Vénus, notamment l'albédo sphérique de la planète, la répartition de la luminance solaire rediffusée sur le disque et le sondage effectué par Vénéra 8 le 22 juillet 1972 (référence 1).

Plus précisément nous nous sommes proposés d'interpréter les mesures de flux descendant, effectuées par la sonde Vénéra 8 dans l'atmosphère de Vénus, en corrélation avec les mesures de l'albédo sphérique existantes ; ces deux types de mesures permettant d'atteindre le flux solaire absorbé dans les nuages de Vénus.

Pour connaître le flux descendant et le flux montant ; il faut en principe résoudre l'équation de transfert du rayonnement, qui dépend de l'absorption propre du milieu et de la façon dont il diffuse la lumière. L'équation de transfert n'étant pas inversible on devra effectuer cette résolution pour chaque longueur d'onde (les mesures de Vénéra 8 étant non monochromatiques), et ceci pour différents modèles de nuages, afin d'ajuster les résultats aux mesures.

Un calcul exact, par la méthode des Harmoniques Sphériques par exemple (référence 2), serait extrêmement lourd et sans doute un peu superflu. Compte tenu en effet de l'imprécision sur les mesures de Vénéra 8 un calcul approché semble suffisant. Plusieurs méthodes sont à notre disposition: citons celles de Schwarzschild (référence 3) d'Eddington (référence 4) ou du noyau exponentiel développée par Wang (référence 5).

Nous avons retenu cette dernière méthode, Wang ayant montré que, dans le cas d'une couche semi-infinie, elle fournissait une expression analytique très simple de l'albédo sphérique.

Dans le premier chapitre nous avons généralisé la méthode du noyau exponentiel au cas d'une atmosphère à n couches, limitée par un sol réfléchissant.

Au deuxième chapitre les résultats obtenus dans quelques cas simples ont été comparés à ceux donnés par un calcul exact.

Enfin, dans le troisième chapitre cette méthode a été appliquée à l'analyse des mesures de Vénéra 8. Nous verrons qu'on obtient ainsi, assez simplement un ordre de grandeur de l'épaisseur optique des nuages, de leur absorption propre et de la reflectivité du sol, moyennant certaines hypothèses.

CHAPITRE I

METHODE DU NOYAU EXPONENTIEL.

I - EQUATION DE TRANSFERT

1) Rappels

Dans un atmosphère plan-parallèle, diffusante et supposée en équilibre thermodynamique local, l'équation de transfert du rayonnement pour une longueur d'onde λ, à la profondeur optique $\tilde{\tau}_\lambda$, s'écrit (référence I. 1)

$$\text{(I.1)} \quad \mu \frac{\partial I^t_\lambda(\tilde{\tau}_\lambda, \mu, \phi)}{\partial \tilde{\tau}_\lambda} = I^t_\lambda(\tilde{\tau}_\lambda, \mu, \phi) - \frac{\bar{\omega}_{o\lambda}}{4\pi} \int_{\text{espace}} I^t_\lambda(\tilde{\tau}_\lambda, \mu', \phi') P_\lambda(\mu, \phi; \mu', \phi') d\mu' \, d\phi' - (1 - \bar{\omega}_{o\lambda}) B_\lambda(\tilde{\tau}_\lambda).$$

Dans cette expression $I^t_\lambda(\tilde{\tau}_\lambda, \mu, \phi)$ représente la luminance monochromatique totale que l'on peut séparer en rayonnement diffus et en rayonnement solaire directement transmis

$$\text{(I.2)} \quad I^t_\lambda(\tilde{\tau}_\lambda, \mu, \phi) = I_{d\lambda}(\tilde{\tau}_\lambda, \mu, \phi) + \delta(\mu - \mu_o)\delta(\phi - \phi_o) f_\lambda e^{\tilde{\tau}_\lambda/\mu}$$

où δ est la fonction de Dirac et f_λ le flux du faisceau solaire parallèle incident dans la direction (μ_o, ϕ_o); $\mu_o = \cos\Theta_o$ et ϕ_o repérent la direction de propagation du rayonnement incident par rapport à la verticale ascendante et une direction horizontale, μ et ϕ celle du rayonnement I^t_λ.

$\bar{\omega}_{o\lambda}$ est l'albédo pour une diffusion des particules, $P_\lambda(\mu, \phi; \mu', \phi')$ leur fonction de phase, et $B_\lambda(\tilde{\tau}_\lambda)$ représente la luminance du corps noir à la profondeur $\tilde{\tau}_\lambda$.

Le cas que nous envisageons de traiter est celui d'une atmosphère comportant n couches. On supposera l'émission propre négligeable aux longueurs d'onde considérées et on prendra $B_\lambda(\tilde{\tau}_\lambda) = 0$.

L'équation (I.1) étant vérifiée dans chacune des couches de l'atmosphère, nous limiterons, dans un premier temps, notre étude à l'une d'entre elles. Dans la suite de ce travail nous omettrons l'indice λ afin d'alléger les notations.

Nous supposons la fonction de phase développée en série de polynômes de Legendre, limitée à l'ordre L

$$(I.3)\qquad P(\mu,\phi;\mu',\phi') = \sum_{\ell=o}^{L} \beta_\ell P_\ell\ (\cos(\mu,\phi;\mu',\phi'))\ ,$$

avec $\beta_o=1$,

$$(I.4)\qquad \text{et}\quad P_\ell\ (\cos(\mu,\phi;\mu',\phi')) = \sum_{s=o}^{\ell} (2-\delta os)\ P_S^\ell(\mu)\ P_S^\ell(\mu')\ \cos S(\phi-\phi')\ ,$$

($\delta os = 1$ si $S=o$ et $\delta os=o$ si $S \neq o$),

nous obtenons pour cette fonction de phase

$$(I.5)\qquad P(\mu,\phi;\mu',\phi') = \sum_{s=o}^{L} (2-\delta os)\cos S\ (\phi-\phi')\sum_{\ell=S}^{L} \beta_\ell P_S^\ell\ (\mu)\ P_S^\ell\ (\mu')\ ,$$

où les P_S^ℓ (μ) sont les fonctions de Legendre associées.

En développant également la luminance diffuse en série de Fourier la luminance totale s'écrira

$$(I.6)\qquad I^t(\tilde{\tau},\mu,\phi) = \sum_{s=o}^{\infty} (2-\delta os)\ I_d^S(\tilde{\tau},\mu)\ \cos S(\phi-\phi_o) +$$

$$\delta(\mu-\mu_o)\ \delta(\phi-\phi_o)\ f\ e^{\tilde{\tau}/\mu}\ .$$

En reportant les expressions (I.5) et (I.6) dans l'équation (I.1) on peut montrer que le développement de $I_d(\tilde{\tau},\mu,\phi)$ se limite à l'ordre L.

Nous nous intéresserons par la suite à la luminance moyenne et au flux net, soit

$$(I.7) \qquad J(\tilde{\tau}) = \frac{1}{4\pi} \int_o^{2\pi} \int_{-1}^{+1} I^t(\tilde{\tau},\mu,\phi)\, d\mu\, d\phi$$

(I.8) et

$$\phi(\tilde{\tau}) = 4\pi\, F(\tilde{\tau}) = \int_o^{2\pi}\int_{-1}^{+1} I^t(\tilde{\tau},\mu,\phi)\mu\, d\mu\, d\phi \; .$$

En remplaçant dans ces expressions la luminance par le développement (I.6), seul le terme d'ordre S=o subsiste dans I_d et il **vient**

$$(I.7') \qquad J(\tilde{\tau}) = \frac{1}{2}\int_{-1}^{+1} I_d^o(\tilde{\tau},\mu)\, d\mu + \frac{f}{4\pi}\, e^{\frac{\tilde{\tau}}{\mu_o}} \; ,$$

$$(I.8') \qquad F(\tilde{\tau}) = \frac{1}{2}\int_{-1}^{+1} I_d^o(\tilde{\tau},\mu)\,\mu\, d\mu + \frac{\mu_o f}{4\pi}\, e^{\frac{\tilde{\tau}}{\mu_o}} \; .$$

Intégrons sur ϕ, membre à membre, l'équation de départ (I.1), en y remplaçant $P(\mu,\phi;\mu',\phi')$ par son expression (I.5) et $I^t(\tilde{\tau},\mu,\phi)$ par (I.6). On établit aisément que l'équation de transfert s'écrit

$$\mu \frac{\partial I_d^o}{\partial\tilde{\tau}}(\tilde{\tau},\mu) + \delta(\mu-\mu_o)\frac{f}{2\pi}\, e^{\frac{\tilde{\tau}}{\mu}} = I_d^o(\tilde{\tau},\mu) + \delta(\mu-\mu_o)\frac{f}{2\pi}\, e^{\frac{\tilde{\tau}}{\mu}} -$$

$$(I.9) \qquad \frac{\varpi_o}{2}\int_{-1}^{+1} I_d^o(\tilde{\tau},\mu')\left(\sum_{\ell=o}^{L} \beta_\ell\, P_o^\ell(\mu)\, P_o^\ell(\mu')\right) d\mu' -$$

$$\frac{\varpi_o}{4\pi}\, f\, e^{\frac{\tilde{\tau}}{\mu}} \left(\sum_{\ell=o}^{L} \beta_\ell\, P_o^\ell(\mu)\, P_o^\ell(\mu_o)\right) ,$$

ce qui peut s'écrire

$$(I.10) \qquad \mu \frac{\partial I}{\partial\tilde{\tau}}(\tilde{\tau},\mu) = I(\tilde{\tau},\mu) - \frac{1}{2}\int_{-1}^{+1} I(\tilde{\tau},\mu')\, a\, P(\cos\Theta)\, d\mu' \; ,$$

en posant

$$(I.11) \qquad I\,(\tilde{\tau},\mu) = I_d^o\,(\tilde{\tau},\mu) + \delta\,(\mu-\mu_o)\,\frac{f}{2\pi}\,e^{\frac{\tilde{\tau}}{\mu}} \quad ,$$

$$(I.12)\ \text{et} \qquad P\,(\cos\Theta) = \sum_{\ell=o}^{L} \beta_\ell\, P_o^\ell\,(\mu)\, P_o^\ell\,(\mu') \quad ,$$

où Θ représente l'angle entre les rayonnements incident et diffusé.

La luminance moyenne et le flux se mettent alors sous la forme simplifiée

$$(I.7'') \qquad J\,(\tilde{\tau}) = \frac{1}{2}\int_{-1}^{+1} I\,(\tilde{\tau},\mu)\,d\mu \quad ,$$

$$(I.8'') \qquad F\,(\tilde{\tau}) = \frac{1}{2}\int_{-1}^{+1} I\,(\tilde{\tau},\mu)\,\mu\,d\mu$$

2 - Conditions aux limites

Si nous appelons S_f et S_s les sources purement diffuses rencontrées au fond de la couche et en surface, les conditions aux limites pour $I\,(\tilde{\tau},\mu)$ s'écrivent

$$(I.13) \qquad \begin{aligned} I\,(o,\mu < o) &= S_s\,(\mu) + \delta\,(\mu-\mu_o)\,\frac{f}{2\pi} \quad , \\ I\,(\tilde{\tau}_f,\mu > o) &= S_f\,(\mu) \quad . \end{aligned}$$

Notons que μ_o est ici négatif ; par la suite nous noterons $(-\mu_o, \phi_o)$ la direction du flux incident f, afin d'attribuer un signe positif à μ_o.

Notre problème étant de déterminer le flux $\phi\,(\tilde{\tau})$, nous chercherons à simplifier l'intégration de l'équation de transfert.

3 - Approximation de la fonction de phase

La méthode du noyau exponentiel consiste à transformer l'équation de transfert (I.10) en une équation différentielle en $F\,(\tilde{\tau})$ ou $J\,(\tilde{\tau})$. On doit donc pour cela ne faire apparaître que $F\,(\tilde{\tau})$ et $J\,(\tilde{\tau})$ ou leurs dérivées dans (I.10); ce qui impose de transformer $P(\cos\Theta)$ pour que le terme source $\int_{-1}^{+1} P(\cos\Theta)\, I(\tilde{\tau},\mu')\, d\mu'$ ne contienne que des intégrales du type

$$\int_{-1}^{+1} I(\tilde{\tau},\mu')\, d\mu' \quad \text{ou} \quad \int_{-1}^{+1} I(\tilde{\tau},\mu')\mu'\, d\mu' .$$

L. Wang (Référence 5) suggère de développer la fonction de phase en trois termes, sous la forme

$$\bar{\omega}_o P(\cos\Theta) \simeq P_w(\cos\Theta) = \omega_o(1-\chi) + \omega_1(1-\chi)\cos\Theta + \chi\,\delta(\Theta) , \tag{I.14}$$

où $\delta(\Theta)$ est la fonction de Dirac.

Les trois paramètres ω_o, ω_1, χ s'évaluent en imposant à $P_w(\cos\Theta)$ trois conditions physiques que remplit naturellement la fonction de phase exacte $\bar{\omega}_o P(\cos\Theta)$.

Elle doit donner

- la même intensité diffusée
- le même facteur d'asymétrie
- la même rétrodiffusion

a) Pour un flux incident unité, l'intensité diffusée dans toutes les directions doit être la même

$$\int_{\text{espace}} P_w(\cos\Theta)\, d\Omega = \int_{\text{espace}} \bar{\omega}_o P(\cos\Theta)\, d\Omega \tag{I.15}$$

où $d\Omega$ est l'élément d'angle solide.

On a donc

$$2\pi \int_{-1}^{+1} P_w(\cos\Theta)\, d(\cos\Theta) , \tag{I.16}$$

$$= 2\pi \int_{-1}^{+1} \bar{\omega}_o P(\cos\Theta)\, d(\cos\Theta) .$$

Le second membre P (cos Θ) étant normalisé (β_o=1), on a

$$\text{(I.17)} \qquad \int_{-1}^{+1} P(\mu)\, d\mu = 2 \quad .$$

L'égalité (I.16) s'écrit alors

$$2\ \bar{\omega}_o = \omega_o(1-\chi) \int_{-1}^{+1} d(\cos\Theta) + \omega_1 (1-\chi) \int_{-1}^{+1} \cos\Theta\, d(\cos\Theta) +$$

$$\chi \int_{-1}^{+1} \delta(\Theta)\, d(\cos\Theta) \ ,$$

soit

$$\text{(I.18)} \qquad \omega_o = \frac{\bar{\omega}_o - \chi}{1-\chi} \quad .$$

b) Egalité des facteurs d'asymétrie .

Par définition ce facteur est

$$\text{(I.19)} \qquad \langle \cos\Theta \rangle = \frac{\int_{\text{espace}} \bar{\omega}_o\, P(\cos\Theta) \cos\Theta\, d\Omega}{\int_{\text{espace}} \bar{\omega}_o\, P(\cos\Theta)\, d\Omega} \quad .$$

Pour la fonction de phase exacte on aura

$$\langle \cos\Theta \rangle = \frac{1}{2} \int_{-1}^{+1} \sum_{\ell=o}^{L} \beta_\ell\, P_\ell(\cos\Theta) \cdot \cos\Theta\, d(\cos\Theta) ,$$

soit

(I.20) $\langle \cos\Theta \rangle = \dfrac{\beta_1}{3}$, compte tenu de l'orthogonalité des P_ℓ (cos Θ), de P_1 (cos Θ) = cosΘ et sachant que

$$\int_{-1}^{+1} P_\ell^2 (\cos\Theta)\, d\cos\Theta = \frac{2}{2\ell+1} \quad .$$

Pour la fonction de phase approchée on a

$$\text{(I.21)} \quad \langle \cos\Theta \rangle = \left\{ \frac{2}{3} \omega_1 (1-\chi) + 2\chi \right\} \left\{ 2\,\omega_o (1-\chi) + 2\chi \right\}^{-1} .$$

Soit,en remplaçant ω_o et $\langle \cos\Theta \rangle$ par les expressions (I.18) et (I.20)

$$\text{(I.22)} \qquad \omega_1 = \frac{\bar{\omega}_o\, \beta_1 - 3\chi}{1-\chi} .$$

c) Egalité des intensités rétrodiffusées .

Cette dernière condition permet de calculer le coefficient χ ; elle est intéressante dans le cas de milieux de faible épaisseur optique,pour lesquels les diffusions multiples sont négligeables.
Cette condition s'écrit

$$\text{(I.23)} \qquad \int_{-1}^{o} \bar{\omega}_o\, P(\cos\Theta)\, d\cos\Theta = \int_{-1}^{o} P_w(\cos\Theta)\, d\cos\Theta ,$$

ce qui conduit à la relation

$$\bar{\omega}_o \int_{-1}^{o} \sum_{\ell=o}^{L} \beta_\ell P_\ell (\cos\Theta)\, d\cos\Theta = \omega_o (1-\chi) + \frac{\omega_1}{2} (1-\chi) .$$

En y portant les expressions (I.18) et (I.22) de ω_o et ω_1 il vient

$$\text{(I.24)} \qquad \chi = \bar{\omega}_o \{ \beta_1 - 2 \} + 2\,\bar{\omega}_o \int_{-1}^{o} \sum_{\ell=o}^{L} \beta_\ell P_\ell (\cos\Theta)\, d(\cos\Theta) .$$

En reportant dans l'équation de transfert (I.10) la fonction de phase ainsi déterminée on aura l'expression

$$\mu \frac{\partial I}{\partial \tilde{\tau}} (\tilde{\tau},\mu) = I(\tilde{\tau},\mu) - \frac{1}{2} \int_{-1}^{+1} \omega_o (1-\chi)\, I(\tilde{\tau},\mu')\, d\mu' -$$

$$\text{(I.25)} \qquad \frac{1}{2} \int_{-1}^{+1} \omega_1 (1-\chi)\, \mu\, \mu'\, I(\tilde{\tau},\mu')\, d\mu'$$

.../...

$$- \frac{1}{2} \int_{-1}^{+1} \chi \; \delta(\Theta) \; I(\tilde{\tau},\mu') \, d\mu' \quad ,$$

soit, compte tenu des relations (I.7") et (I.8") donnant J $(\tilde{\tau})$ et F $(\tilde{\tau})$,

$$\text{(I.26)} \qquad \mu \; \frac{\partial I(\tilde{\tau},\mu)}{\partial \tilde{\tau}} = I(\tilde{\tau},\mu)(1-\chi) - \omega_o(1-\chi) \, J(\tilde{\tau}) - \omega_1(1-\chi) \, \mu \, F(\tilde{\tau}).$$

Nous pouvons encore écrire cette équation (I.26) sous la forme

$$\text{(I.26')} \qquad \mu \; \frac{\partial I(\bar{\tau},\mu)}{\partial \bar{\tau}} = I(\bar{\tau},\mu) - S(\bar{\tau},\mu) \quad ,$$

où nous avons effectué le changement de variable (I.27) $\bar{\tau} = \tilde{\tau}(1-\chi)$, appelée épaisseur optique réduite, et où nous avons fait apparaître la fonction source

$$\text{(I.28)} \qquad S(\bar{\tau},\mu) = \omega_o \, J(\bar{\tau}) + \omega_1 \, \mu \, F(\bar{\tau}) \, .$$

L'intégration formelle de l'équation de transfert (I.26') donne pour une couche d'épaisseur optique réduite $\bar{\tau}_1$

$$\text{(I.29a)} \qquad I(\bar{\tau},\mu>o) = \frac{1}{\mu} \int_{\bar{\tau}}^{\bar{\tau}_1} S(t) \, e^{\frac{(\bar{\tau}-t)}{\mu}} dt + S_f(\mu) \, e^{\frac{(\bar{\tau}-\bar{\tau}_1)}{\mu}} \, ,$$

$$\text{(I.29b)} \qquad I(\bar{\tau},\mu<o) = -\frac{1}{\mu} \int_{o}^{\bar{\tau}} S(t) \, e^{\frac{(\bar{\tau}-t)}{\mu}} dt + S_s(\mu) \, e^{\frac{\bar{\tau}}{\mu}}$$

$$+ \frac{f}{2\pi} \, e^{-\frac{\bar{\tau}}{\mu_o}} \, \delta(\mu + \mu_o) \, ,$$

et en remplaçant I par ces expressions dans (I.8), on aura pour le flux

$$2F(\bar{\tau}) = - \mu_o \frac{f}{2\pi} e^{-\frac{\bar{\tau}}{\mu_o}} + \int_o^{\bar{\tau}} dt \int_{-1}^{-\infty} e^{(\bar{\tau}-t)p} \, S(t) \, \frac{dp}{p^2} \; +$$

$$\text{(I.30)} \qquad \int_{-1}^{o} S_s(\mu) \, e^{\bar{\tau}/\mu} \, \mu \, d\mu - \int_{\bar{\tau}}^{\bar{\tau}_1} dt \int_{\infty}^{1} e^{(\bar{\tau}-t)\,p} \, S(t) \, \frac{dp}{p^2} \; +$$

.../...

$$\int_0^1 S_f(\mu)\, e^{\frac{\bar{\tau}-\bar{\tau}_1}{\mu}}\, \mu\, d\mu .$$

Nous avons posé $p = \frac{1}{\mu}$, afin de faire apparaître les fonctions intégro-exponentielles

$$E_n(x) = \int_1^{\infty} \frac{e^{-px}}{p^n}\, dp,$$ (référence I. 2), ce qui donne

$$2F(\bar{\tau}) = -\mu_0 \frac{f}{2\pi}\, e^{-\frac{\bar{\tau}}{\mu_0}} +$$

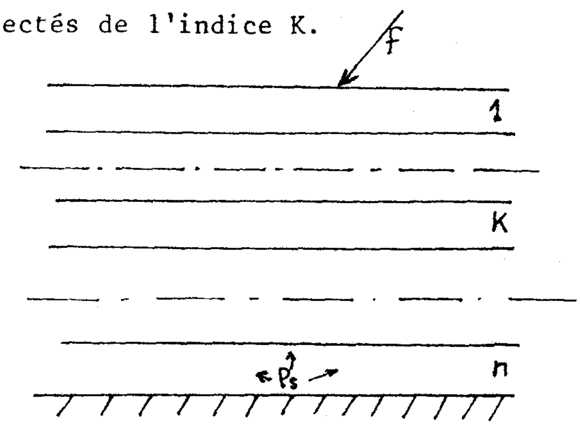
$$\int_0^{\bar{\tau}} \{ -E_2(\bar{\tau}-t)\ \omega_0 J(t) + E_3(\bar{\tau}-t)\ \omega_1 F(t) \}\, dt \;+$$

(I.31) $$\int_{\bar{\tau}}^{\bar{\tau}_1} \{ E_2(t-\bar{\tau})\ \omega_0 J(t) + E_3(t-\bar{\tau})\ \omega_1 F(t) \}\, dt \;+$$

$$\int_{-1}^{0} S_s(\mu)\, e^{\frac{\bar{\tau}}{\mu}}\, \mu\, d\mu + \int_0^1 S_f(\mu)\, e^{\frac{\bar{\tau}-\bar{\tau}_1}{\mu}}\, \mu\, d\mu .$$

L'équation (I.31) est vérifiée dans chacune des n couches constituant l'atmosphère que nous supposerons limitée par un sol de reflectivité ρ_s qui rediffuse une luminance I^* suivant la loi de Lambert.

Les paramètres caractérisant la $K^{\text{ième}}$ couche, comptée à partir du sommet de l'atmosphère seront affectés de l'indice K.



Exprimons les termes dépendant des intensités $S_f^K(\mu)$ et $S_s^K(\mu)$ dans l'équation (I.31).

$S_f^K(\mu)$ représente la somme de la luminance du sol, transmise par les couches inférieures ($I^K(\mu)$), et de la luminance diffusée puis transmise vers le haut par ces couches ($I'^K(\mu)$).

(I.32) Nous avons $$I^K(\mu) = I^*\, e^{-\left(\sum_{j=K+1}^{n} \bar{\tau}_1^{\,j}\right)\frac{1}{\mu}}$$

(I.33) et $$I'^K(\mu) = \sum_{j=K+1}^{n} I'_j\, e^{-\left(\sum_{i=K+1}^{j-1} \bar{\tau}_1^{\,i}\right)\frac{1}{\mu}}$$

où I'_j est la luminance diffusée vers le haut par la $j^{\text{ième}}$ couche,

(I.34) $$I'_j = I_j\,(\bar{\tau}^j = o,\ \mu > o) = \frac{1}{\mu}\int_o^{\bar{\tau}_1^j} S_j(t)\, e^{-\frac{t}{\mu}}\, dt\ .$$

(I.35) En posant $T_K^j = \sum_{i=K}^{j-1} \bar{\tau}_1^i$ nous obtenons

$$\int_o^1 S_f^K(\mu)\, e^{(\bar{\tau}^K - \bar{\tau}_1^K)\frac{1}{\mu}}\, \mu\, d\mu = \int_o^1 I^*\, e^{\frac{\bar{\tau}^K}{\mu}}\, e^{-\frac{T_K^{n+1}}{\mu}}\, \mu\, d\mu +$$

(I.36) $$\int_o^1 e^{\frac{\bar{\tau}^K}{\mu}}\, d\mu \left\{ \sum_{j=K+1}^{n} e^{-\frac{T_K^j}{\mu}} \int_o^{\bar{\tau}_1^j} S_j(t)\, e^{-\frac{t}{\mu}}\, dt \right\},$$

ou encore, en introduisant les fonctions intégro-exponentielles et en utilisant la définition (I.28) de $S_j(t)$

$$\int_o^1 S_f^K(\mu)\, e^{(\bar{\tau}^K - \bar{\tau}_1^K)\frac{1}{\mu}}\, \mu\, d\mu = I^* E_3\,(T_K^{n+1} - \bar{\tau}^K) +$$

(I.37) $$\sum_{j=K+1}^{n} \int_o^{\bar{\tau}_1^j} \{\ \omega_o^j\, J_j(t)\, E_2\,(T_K^j + t - \bar{\tau}^K) +$$

$$\omega_1^j\, F_j(t)\, E_3\,(T^j_K + t - \bar{\tau}^K)\}\, dt\ .$$

De même $S_s^K(\mu)$ est la luminance $I''^K(\mu)$ diffusée vers le bas par les couches supérieures

(I.38) $$I''^K(\mu) = \sum_{j=1}^{K-1} I''_j\; e^{\sum_{i=j+1}^{K-1} \frac{\bar{\tau}_1^i}{\mu}},$$

(I.39) avec $I''_j = I_j(\mp\tau^j_1, \mu < o) = -\frac{1}{\mu}\int_o^{\mp\tau^j_1} S_j(t)\, e^{\frac{\mp\tau^j_1 - t}{\mu}}\, dt.$

Nous avons donc

$$\text{(I.40)} \quad \int_{-1}^{o} S_s^K(\mu)\, e^{\frac{\mp\tau^K}{\mu}}\, \mu\, d\mu = \sum_{j=1}^{K-1} \int_o^{\mp\tau^j_1} \{-\ \omega_o^j\, J_j(t)\, E_2(T^K_j - t + \mp\tau^K) +$$

$$\omega_1^j\, F_j\,(t)\, E_3\,(T^K_j - t + \mp\tau^K)\ \}\ dt\ .$$

4- Approximation du noyau exponentiel

Une seconde approximation proposée par L.Wang consiste à substituer aux fonctions intégro-exponentielles E_2 (x) et E_3(x) de simples exponentielles (référence I . 3)

$$\text{(I.41)} \quad E_2\,(x) = a\, e^{-bx} \quad ,\quad E_3(x) = \frac{a}{b}\, e^{-bx} \quad ,$$

où a et b sont des constantes dont nous discuterons le choix au deuxième chapitre.

Si l'on remplace les sources diffuses par leurs expressions (I.37) et (I.40) dans l'équation (I.31), celle ci s'écrira, compte tenu de l'approximation (I.41)

$$2\, F_K\,(\mp\tau^K) = -\,\frac{\mu_o f_K}{2\pi}\, e^{\frac{-\mp\tau^K}{\mu_o}} + G_K\, e^{b\,\mp\tau^K} + H_K\, e^{-b\,\mp\tau^K} +$$

$$\text{(I.42)} \qquad a\, e^{-b\mp\tau^K} \int_o^{\mp\tau^K} e^{bt}\left(-\,\omega_o^K\, J_K(t) + \frac{\omega_1^K}{b}\, F_K(t)\right) dt\ +$$

$$a\, e^{b\mp\tau^K} \int_{\mp\tau^K}^{\mp\tau^K_1} e^{-bt}\left(\omega_o^K\, J_K(t) + \frac{\omega_1^K}{b}\, F_K(t)\right) dt \quad ,$$

où f_K est le flux solaire transmis jusqu'à la couche K, soit

$$f_K = f\, e^{\frac{-T_1^K}{\mu_o}} \qquad \text{et où on a posé}$$

$$\text{(I.43)} \qquad G_K = I^* \frac{a}{b}\, e^{-bT_K^{n+1}} + \sum_{j=K+1}^{n} \int_o^{\bar{\tau}_1^j} a\left(\omega_o^j J_j(t) + \frac{\omega_1^j}{b} F_j(t) \right) e^{-(t+T_K^j)b}\, dt$$

$$\text{(I.44) et} \quad H_K = \sum_{j=1}^{K-1} \int_o^{\bar{\tau}_1^j} a\left(- \omega_o^j J_j(t) + \frac{\omega_1^j}{b} F_j(t) \right) e^{-(T_j^K - t)b}\, dt \; .$$

Par ailleurs, une intégration sur μ de l'équation (I.26) donne immédiatement pour la couche K

$$\text{(I.45)} \qquad \frac{d\, F_K(\bar{\tau}^K)}{d\bar{\tau}^K} = (1 - \omega_o^K)\; J_K(\bar{\tau}^K) \qquad .$$

Nous disposons ainsi d'un système (I.42) et (I.45) qui est intégrable .

5- Albédo Sphérique

Nous pouvons dès maintenant examiner le problème de l'albédo sphérique qui se traite de façon identique.

L'albédo sphérique d'une planète est le rapport du flux total réfléchi sur le flux total incident, soit, pour une planète horizontalement homogène :

$$\text{(I.46)} \qquad A^* = \frac{\left| \int_{-1}^{+1} \Phi\uparrow\; (\bar{\tau}=o)\; d\,\mu_o \right|}{\left| \int_{-1}^{+1} \Phi\downarrow\; (\bar{\tau}=o)\; d\,\mu_o \right|} \qquad .$$

Le flux net au sommet de la couche est

$$\text{(I.47)} \qquad \Phi\,(o) = \Phi\uparrow(o) + \Phi\downarrow\,(o)$$

où $\Phi\downarrow(o) = -\ \mu_o f$ est le flux solaire incident(avec $\mu_o > o$,et f nul si μ_o négatif)

$$\text{d'où} \quad A^{*} = \frac{\int_{-1}^{+1} (\Phi(o) + \mu_o f)\, d\mu_o}{\int_{-1}^{+1} \mu_o f \, d\mu_o} ,$$

(I.48) Soit encore $\quad A^{*} = 1 + \frac{2}{f} \int_{-1}^{+1} \Phi(o)\, d\mu_o$.

Il est commode suivant Wang,d'introduire les quantités sphériques moyennes

$$F^{*}(\bar{\tau}) = \int_{-1}^{+1} F(\bar{\tau}) \frac{d\mu_o}{2} ,$$

(I.49) $$J^{*}(\bar{\tau}) = \int_{-1}^{+1} J(\bar{\tau}) \frac{d\mu_o}{2} ,$$

$$H^{*} \text{ (ou } G^{*}) = \int_{-1}^{+1} H \text{ (ou G) } \frac{d\mu_o}{2} .$$

En intégrant sur μ_o les équations (I.42) et (1.45) on obtient pour ces grandeurs un système identique, au terme en f près,soit

$$2F^{*}(\bar{\tau}) = -\frac{af}{4\pi b} e^{-b\bar{\tau}} + G^{*} e^{b\bar{\tau}} + H^{*} e^{-b\bar{\tau}} +$$

(I.50) $$a\, e^{-b\bar{\tau}} \int_{o}^{\bar{\tau}} e^{bt} \left(-\omega_o J^{*}(t) + \frac{\omega_1}{b} F^{*}(t)\right)dt \; +$$

$$a\, e^{b\bar{\tau}} \int_{\bar{\tau}}^{\bar{\tau}_1} e^{-bt} \left(\omega_o J^{*}(t) + \frac{\omega_1}{b} F^{*}(t) \right)dt ,$$

et

$$\text{(I.51)} \qquad \frac{dF^{*}(\bar{\tau})}{d\bar{\tau}} = (1 - \omega_o)\, J^{*}(\bar{\tau}) \,,$$

où l'on a supprimé l'indice K de la couche.
L'albédo sphérique (1.48) s'écrit alors

$$\text{(1.52)} \qquad A^{*} = 1 + \frac{16\,\pi}{f} F^{*}(o) \,.$$

6 - Résolution du système (I.42) - (I.45)

a) - On peut éliminer dans l'équation (I.42) les intégrales que l'on ne sait pas calculer en dérivant deux fois cette équation par rapport à $\bar{\tau}$.

Compte tenu de la relation (I.45) on obtient pour chaque couche

$$\text{(I.53)} \quad F(\bar{\tau})(b^2 - a\,\omega_1) = (1 - \omega_o + a\,\omega_o)\frac{dJ(\bar{\tau})}{d\bar{\tau}} + (1 - b^2\mu_o^2)\frac{f}{4\pi\mu_o}\, e^{-\frac{\bar{\tau}}{\mu_o}} \,.$$

Cette équation peut encore se ramener à une équation en $J(\bar{\tau})$ si l'on dérive une dernière fois par rapport à $\bar{\tau}$: soit

$$\text{(I.54)} \qquad \frac{1}{\gamma^2}\,\frac{d^2 J(\bar{\tau})}{d\,\bar{\tau}^2} = J(\bar{\tau}) - C\, e^{-\frac{\bar{\tau}}{\mu_o}} \,,$$

en posant

$$\text{(I.55)} \qquad \gamma = \left[\frac{(b^2 - a\,\omega_1)(1 - \omega_o)}{(1 - \omega_o + a\,\omega_o)}\right]^{1/2}$$

$$\text{(I.56)} \qquad \text{et} \qquad C = \left(b^2 - \frac{1}{\mu_o^2}\right)\frac{f}{4\pi}\,\frac{1}{(1 - \omega_o)(b^2 - a\omega_1)} \,.$$

Soit, en introduisant la variable réduite (I.57) $\tau = \gamma\bar{\tau}$,

$$\text{(I.54')} \qquad \frac{d^2 J(\tau)}{d\tau^2} = J(\tau) - C\, e^{-\frac{\tau}{\gamma\mu_o}} \,,$$

dont l'intégration est immédiate. On en déduira immédiatement le flux à l'aide de l'équation (I.53) qui,en variable réduite τ s'écrira

$$(I.53') \qquad F(\tau) = \frac{1-\omega_o}{\gamma} \frac{dJ(\tau)}{d\tau} - C\,\mu_o(1-\omega_o)\,e^{-\frac{\tau}{\gamma\mu_o}}.$$

b)- Il reste maintenant à préciser les conditions aux limites.

Pour une atmosphère à n couches nous aurons 2 n constantes à déterminer puisque dans chaque couche nous pouvons écrire l'équation (I.54') dont la solution est de la forme

$$(I.58) \qquad J(\tau) = C_+ e^{\tau} + C_- e^{-\tau} + \alpha e^{-\beta\tau}.$$

La solution particulière se détermine facilement en remplaçant J (τ) et $\frac{d^2 J}{d\tau^2}$ dans (I.54') ; on obtient ainsi

$$(I.59) \qquad \beta = \frac{1}{\gamma\mu_o},$$

$$(I.60) \qquad \alpha = \frac{C}{(1-\beta^2)}.$$

— Pour déterminer les 2 n constantes nous disposons tout d'abord de (n-1) relations déduites de la continuité du flux au passage entre deux couches

$(I.61) \qquad F_K(\tau_1^K) = F_{K+1}(o)$, où $F_K(\tau)$ est donné par la relation

(I.42) où l'on a remplacé $\bar{\tau}$ par la variable réduite τ .

— Pour établir d'autres conditions aux limites compatibles avec les précédentes nous partirons de la même équation (I.42) que nous dériverons pour y faire apparaître J ($\bar{\tau}$)

$$2\,J_K(\bar{\tau}^K)(1-\omega_o^K+\omega_o^K a) = \frac{f_K}{2\pi} e^{-\frac{\bar{\tau}^K}{\mu_o}} + G_K b\, e^{b\bar{\tau}^K} - H_K b\, e^{-b\bar{\tau}^K} -$$

$$(I.62) \qquad a\,b\,e^{-b\bar{\tau}^K} \int_o^{\bar{\tau}^K} e^{bt}\left(-\omega_o^K J_K(t) + \frac{\omega_1^K}{b} F_K(t)\right) dt +$$

.../...

$$a\,b\,e^{b\bar{\tau}^K}\int_{\bar{\tau}^K}^{\bar{\tau}_1^K} e^{-bt}\left(\omega_o^K J_K(t) + \frac{\omega_1^K}{b} F_K(t)\right) dt \;.$$

Considérons d'abord la face supérieure de la première couche, l'équation (I.62) devient, en remarquant que H = o pour K = 1

$$\text{(I.63)}\quad 2\,(1-\omega_o^1+\omega_o^1\,a)\,J_1(o) = \frac{f_1}{2\pi} + G_1\,b + ab\int_o^{\bar{\tau}_1^1} e^{-bt}\left(\omega_o^1 J_1(t) + \frac{\omega_1^1}{b} F_1(t)\right)$$

Le terme G et l'intégrale s'éliminent à l'aide de la relation (I.42) écrite pour K = 1

$$\text{(I.64)}\quad 2F_1\,(o) = \frac{\mu_o f_1}{2\pi} + G_1 + a\int_o^{\bar{\tau}_1^1} e^{-bt}\left(\omega_o^1 J_1(t) + \frac{\omega_1^1}{b} F_1(t)\right) dt \;.$$

On a ainsi

$$\text{(I.65)}\quad 2\,(1-\omega_o^1+\omega_o^1\,a)\,J_1(o) = \frac{f_1}{2\pi} + b\left(2F_1(o) + \frac{\mu_o f}{2\pi}\right) ,$$

soit, en remplaçant $F_1(o)$ par son expression (I.53)

$$\text{(I.66)}\quad \left(\frac{dJ_1}{d\bar{\tau}^1}\right)_{\bar{\tau}^1=o} = \frac{b^2-a\,\omega_1^1}{b}\,J_1(o) + C_1\,\mu_o\,\gamma_1^2 - \frac{f_1}{4\,\pi b}(b\,\mu_o+1)\;\frac{\gamma_1^2}{1-\omega_o^1} ,$$

ou encore en introduisant la variable réduite $\tau^1 = \gamma_1\bar{\tau}^1$

$$\text{(I.67)}\quad \left(\frac{dJ_1}{d\tau^1}\right)_{\tau^1=o} = u_1\;J_1\,(o) - \gamma_1\,C_1\;\mu_o\,\frac{(b-a\,\omega_1^1\,\mu_o)}{(b^2\,\mu_o - b)} ,$$

où l'on a posé

$$\text{(I.68)}\qquad u_1 = \frac{b^2-a\,\omega_1^1}{\ldots}$$

Si nous considérons à présent l'interface entre deux couches **indicées** K et K+1, la même relation (I.62) s'écrira respectivement pour $\bar{\tau}_1^K$ et $\bar{\tau}^{K+1}=o$

$$\text{(I.69)} \quad 2J_K(\bar{\tau}_1^K)(1-\omega_o^K-\omega_o^K a) = \frac{f_K}{2\pi}\, e^{-\frac{\bar{\tau}_1^K}{\mu_o}} + G_K\, b\, e^{b\,\bar{\tau}_1^K} - H_K\, b\, e^{-b\,\bar{\tau}_1^K} -$$

$$a\, b\, e^{-b\,\tau_1^K} \int_o^{\bar{\tau}_1^K} e^{bt}\left(-\omega_o^K J_K(t) + \frac{\omega_1^K}{b} F_K(t)\right) dt$$

$$\text{(I.70)} \quad 2J_{K+1}(o)\,(1-\omega_o^{K+1}-\omega_o^{K+1} a) = \frac{f_{K+1}}{2\pi} + G_{K+1}\, b - H_{K+1}\, b \;+$$

$$a\, b \int_o^{\bar{\tau}_1^{K+1}} e^{-bt}\left(\omega_o^{K+1} J_{K+1}(t) + \frac{\omega_1^{K+1}}{b} F_{K+1}(t)\right) dt$$

D'autre part nous avons les relations de récurrence suivantes

$$f_{K+1} = f_K\, e^{-\frac{\bar{\tau}_1^K}{\mu_o}} \;,$$

$$\text{(I.71)} \quad G_{K+1}\, e^{-b\,\bar{\tau}_1^K} = G_K - a\, e^{-\bar{\tau}_1^K b} \int_o^{\bar{\tau}_1^{K+1}} e^{-bt}\left(\omega_o^{K+1} J_{K+1}(t) + \frac{\omega_1^{K+1}}{b} F_{K+1}(t)\right) dt \;,$$

$$\text{et } H_{K+1} = H_K\, e^{-b\,\bar{\tau}_1^K} + a\, e^{-\bar{\tau}_1^K b} \int_o^{\bar{\tau}_1^K} e^{+bt}\left(-\omega_o^K J_K(t) + \frac{\omega_1^K}{b} F_K(t)\right) dt \;.$$

Il vient donc en remplaçant $\bar{\tau}_1^K$ par la variable réduite τ_1^K

$$\text{(I.72)} \quad (1-\omega_o^K+\omega_o^K a)\, J_K(\tau_1^K) = (1-\omega_o^{K+1}+\omega_o^{K+1} a)\, J_{K+1}(o) \;,$$

soit (n-1) relations supplémentaires.

Enfin pour la dernière couche, nous avons le flux net en bas de cette couche qui s'écrit

$$4\pi F_n(\bar{\tau}_1^n) = \Phi\uparrow(\bar{\tau}_1^n) + \Phi\downarrow(\bar{\tau}_1^n) \quad ,$$

I^* étant la luminance du sol on a (I.73) $\Phi\uparrow(\bar{\tau}_1^n) = \pi I^*$ et

(I.74) $$\Phi\downarrow(\bar{\tau}_1^n) = -\frac{\Phi\uparrow(\bar{\tau}_1^n)}{\rho_s} \quad ,$$

(I.75) soit $$I^* = \frac{4\rho_s F_n(\bar{\tau}_1^n)}{\rho_s - 1} \quad .$$

$F_n(\bar{\tau}_1^n)$ se déduit des expressions (I.42) et (I.62), et en remarquant que

(I.76) $$G_n = \frac{aI^*}{b} e^{-\bar{\tau}_1^n b}$$, on établit

(I.77) $$2(1-\omega_o^n + \omega_o^n a) J_n(\bar{\tau}_1^n) = \frac{f_n}{2\pi}(1-\mu_o b) e^{-\frac{\bar{\tau}_1^n}{\mu_o}} - 2F_n(\bar{\tau}_1^n)\left\{\frac{4a\rho_s}{1-\rho_s} + b\right\}.$$

On peut exprimer cette dernière relation en fonction de $J_n(\bar{\tau}_1^n)$ uniquement en remplaçant $F_n(\bar{\tau}_1^n)$ par (I.53), et en revenant à la variable réduite $\tau^n = \gamma_n \bar{\tau}^n$

(I.78) $$\left(\frac{dJ}{d\tau^n}\right)_{\tau^n = \tau_1^n} = -\delta_n J_n(\tau_1^n) + \gamma_n \mu_o C_n e^{-\frac{\tau_1^n}{\gamma_n \mu_o}}\left\{1 - \frac{\delta_n \mu_o \gamma_n}{1+b\mu_o}\right\},$$

où l'on a posé

(I.79) $$\delta_n = \frac{b\, u_n}{b + \frac{4a\rho_s}{1-\rho_s}} \quad ,$$

γ_n, C_n, u_n étant définis par (I.55), (I.56), (I.68) respectivement, aux indices près.

Si la couche est infinie la relation (I.79) est simplement remplacée par la condition : $I_n(\infty)$ et $F_n(\infty)$ bornés.

En résumé nous pouvons donc calculer la luminance moyenne et le flux dans chaque couche de l'atmosphère stratifiée à l'aide du système

$$(I.54a)\qquad \frac{d^2 J_K(\tau^K)}{d(\tau^K)^2} = J_K(\tau^K) - C_K\, e^{-\frac{\tau^K}{\gamma_K \mu_o}} ,$$

$$(I.53a)\qquad F_K(\tau^K) = \frac{(1-\omega_o^K)}{\gamma_K}\, \frac{dJ_K(\tau^K)}{d\tau^K} - C_K\, \mu_o (1-\omega_o^K)\, e^{-\frac{\tau^K}{\gamma_K \mu_o}} ,$$

avec les 2n conditions aux limites suivantes

$$(I.61a)\qquad F_K(\tau_1^K) = F_{K+1}(0) \qquad K = 1,2,\ldots,n-1 ,$$

$$(I.67a)\qquad \left\{\frac{dJ_1(\tau^1)}{d\tau^1}\right\}_{\tau^1=o} = u_1\, J_1(o) - \gamma_1\, C_1\, \mu_o\, \frac{(b - a\omega_1^1 \mu_o)}{(b^2\mu_o - b)} ,$$

$$(I.72a)\qquad J_K(\tau_1^K) = \frac{(1-\omega_o^{K+1} + a\omega_o^{K+1})}{(1-\omega_o^K + a\omega_o^K)}\, J_{K+1}(o) \qquad K = 1,2,\ldots,n-1 ,$$

$$(I.78a)\qquad \left\{\frac{dJ_n(\tau^n)}{d\tau^n}\right\}_{\tau^n=\tau_1^n} = -\delta_n\, J_n(\tau_1^n) + \gamma_n \mu_o C_n\, e^{-\frac{\tau_1^n}{\gamma_n \mu_o}} \left\{1 - \frac{\delta_n \mu_o \gamma_n}{1 + b\mu_o}\right\} .$$

On a posé dans chaque couche K

$$(I.57a)\qquad \tau^K = \gamma_K\, \bar{\tau}^K ,$$

$$(I.55a)\qquad \gamma_K = \left\{ \frac{(b^2 - a\omega_1^K)\,(1-\omega_o^K)}{(1-\omega_o^K + a\omega_o^K)} \right\}^{\frac{1}{2}} ,$$

$$(I.68a)\qquad u_K = \frac{(b^2 - a\omega_1^K)}{b\gamma_K} ,$$

$$(I.56a)\qquad C_K = -\frac{f_K}{4\pi}\, e^{-\sum_{i=1}^{K-1} \tau_1^i} \left(\frac{1}{\mu_o^2} - b^2\right) \frac{1}{(1-\omega_o^K)(b^2 - a\omega_1^K)}$$

$$(I.79a) \quad \text{et} \quad \delta_n = b\, u_n \left(\frac{1}{\dfrac{b+4a\,\rho_s}{1-\rho_s}} \right)$$

où f est le flux solaire incident au sommet de l'atmosphère et ρ_s l'albédo du sol. On obtiendra de la même manière pour les quantités sphériques moyennes à partir de (I.50) et (I.51) le système un peu plus simple

$$(I.54b) \qquad \frac{d^2 J_K^*(\tau^K)}{d(\tau^K)^2} = J_K^*(\tau^K) \quad ,$$

$$(I.53b) \qquad F_K^*(\tau^K) = \frac{(1-\omega_o^K)}{\gamma_K} \; \frac{dJ_K^*(\tau^K)}{d\tau^K} \quad ,$$

avec les conditions aux limites

$$(I.61b) \qquad F_K^*(\tau_1^K) = F_{K+1}^*(o) \qquad K = 1, 2, \dots n-1 \quad ,$$

$$(I.67b) \qquad \left(\frac{dJ_1^*(\tau^1)}{d\tau^1}\right)_{\tau^1=o} = u_1 \; J_1(o) - a\,\gamma_1 f \,/\, 4\pi b\,(1-\omega_o^1) \quad ,$$

$$(I.72b) \qquad J_K^*(\tau_1^K) = \frac{(1-\omega_o^{K+1} + a\,\omega_o^{K+1})}{(1-\omega_o^K + a\,\omega_o^K)} \; J_{K+1}^*(o) \qquad K=1,2,\dots n-1 \quad ,$$

$$(I.78b) \qquad \left(\frac{dJ_n^*(\tau^n)}{d\tau^n}\right)_{\tau^n=\tau_1^n} = -\,\delta_n\, J_n^*(\tau_1^n)$$

et les mêmes définitions (I.57a),(I.55a),(I.68a),(I.79a) .

II - ALBEDO SPHERIQUE

a) Couche unique finie

Le cas le plus simple que nous allons étudier ici est celui d'une couche unique,finie,délimitée par un sol de réflectivité ρ_s.

Le système (I.54^b),(I.53^b) permet d'obtenir l'albédo sphérique. Ecrivons les solutions de ce système sous la forme

$$(I.79) \qquad J_1^*(\tau^1) = X_1 \,\mathrm{Sh}\, \tau^1 + Y_1 \,\mathrm{ch}\, \tau^1 \quad ,$$

$$(I.80) \qquad F_1^*(\tau^1) = \frac{1-\omega_o^1}{\gamma_1}(X_1 \operatorname{ch}\tau^1 + Y_1 \operatorname{Sh}\tau^1) \ ,$$

avec $X_1 = C_+^1 - C_-^1$ et $Y_1 = C_+^1 + C_-^1$ (I.81) .

Compte tenu de l'expression (I.52) de l'albédo sphérique, on aura alors

$$(I.52') \qquad A^* = 1 + \frac{16\pi}{f}\frac{1-\omega_o^1}{\gamma_1} X_1 \ .$$

Dans le cas d'une couche unique les conditions aux limites (I.67b) et (I.78b) s'écrivent

$$(I.67c) \qquad X_1 = u_1 Y_1 - \frac{a\gamma_1 f}{4\pi b\,(1-\omega_o^1)} \ ,$$

$$(I.78\,c) \qquad X_1 \operatorname{ch}\tau_1^1 + Y_1 \operatorname{sh}\tau_1^1 = -\,\delta_1\,(X_1 \operatorname{sh}\tau_1^1 + Y_1 \operatorname{ch}\tau_1^1) \ ,$$

dont on peut extraire X_1 ; l'albédo sphérique s'écrit alors

$$(I.82) \qquad A^* = 1 - \frac{4a}{b}\left[\frac{1}{1 + u_1\dfrac{\operatorname{ch}\tau_1^1+\delta_1 \operatorname{sh}\tau_1^1}{\operatorname{sh}\tau_1^1+\delta_1 \operatorname{ch}\tau_1^1}}\right]$$

Nous l'écrirons sous la forme

$$(I.83) \qquad \frac{1+A^*}{1-A^*} = \frac{b}{2a}\left(1 + u_1\frac{1+\delta_1 \operatorname{th}\tau_1^1}{\delta_1 + \operatorname{th}\tau_1^1}\right) - 1 \ .$$

<u>Cas particulier d'une couche unique infinie</u>

Si $\bar{\tau}_1^1$ tend vers l'infini, alors $\tau_1^1 = \gamma_1\,\bar{\tau}_1^1$ tend également vers l'infini et $\operatorname{th}\tau_1^1$ tend vers l'unité.
On obtient

$$(I.84a) \qquad \frac{1+A^*}{1-A^*} = \frac{b}{2a}(1+u_1) - 1 \ ,$$

qui est la solution que Wang avait obtenue avec $b = 3/2$ et $a = 3/4$

$$(I.84b) \qquad \frac{1+A^*}{1-A^*} = u_1 \ .$$

On remarque aussi que lorsque ω_o^1 tend vers l'unité on a, pour les valeurs précédentes de a et b

$$(I.85) \qquad 1 - A^{*} \simeq 4 \sqrt{\frac{1-\omega_o^1}{2(1-\omega_o^1)+(3-\beta_1^1)}} \quad \text{avec} \quad \beta_1^1 = \frac{\omega_1}{\omega_o} \; ,$$

solution extrèmement voisine de celle de Sobolev (Référence I.4)

$$1 - A^{*} = 4 \sqrt{\frac{1 - \omega_o^1}{3 - \beta_1^1}}$$

L'expression (I.82) montre que l'influence du sol est d'autant plus faible que l'épaisseur optique de la couche, $\bar{\tau}_1^1$, est grande (donc τ_1^1 grand), ou que l'absorption est plus forte (γ_1 croissant lorsque l'absorption augmente). Cette influence disparaîtrait complétement pour un sol tel que $\delta_1 = 1$ soit $\rho_s = \frac{u_1 - 1}{u_1 + 1}$.

Enfin l'influence du sol serait maximum pour un sol noir ($\rho_s = o$); avec $\delta_1 = u_1 >> 1$ on aura

$$\frac{1 + A^{*}}{1 - A^{*}} \simeq u_1 \text{ th } \tau_1^1 \; .$$

b) Cas de deux couches

Le système (I.54b),(I.53b) se résoud pour chaque couche, et les solutions sont de la forme (I.79),(I.80) avec les mêmes définitions (I.81). Les conditions aux limites (I.61b),(I.67b),(I.72b),(I.78b) s'écrivent

$$(I.61d) \qquad X_1 \text{ ch } \tau_1^1 + Y_1 \text{ Sh } \tau_1^1 = \frac{\gamma_1}{\gamma_2} \frac{1 - \omega_o^2}{1 - \omega_o^1} X_2$$

$$(I.67d) \qquad X_1 = u_1 Y_1 - \frac{a \gamma_1 f}{4 \; b(1 - \omega_o^1)} \; ,$$

$$(I.72d) \qquad X_1 \text{ Sh } \tau_1^1 + Y_1 \text{ ch } \tau_1^1 = \frac{1 - \omega_o^2 + a \omega_o^2}{1 - \omega_o^1 + a \omega_o^1} Y_2 \; ,$$

$$(I.78d) \qquad X_2 \text{ ch } \tau_1^2 + Y_2 \text{ Sh } \tau_1^2 = - \delta_2 (X_2 \text{ Sh } \tau_1^2 + Y_2 \text{ ch } \tau_1^2) \; .$$

Les deux relations (I.61d) et (I.72d) donnent

$$(I.86) \qquad Y_1 = X_1 \frac{\text{th } \tau_1^1 - \dfrac{u_2 \; Y_2}{u_1 \; X_2}}{\text{th } \tau_1^1 \dfrac{u_2 \; Y_2}{u_1 \; X_2} - 1} \; .$$

Substituant cette expression de Y_1 dans (I.67d) on en déduit X_1 , et l'albédo sphérique (I.52') devient

$$A^* = 1 - \frac{4a}{b}\left[\frac{1}{1+u_1\dfrac{\text{th }\tau_1^1 - \dfrac{u_2}{u_1}\dfrac{Y_2}{X_2}}{1-\text{th }\tau_1^1\dfrac{u_2}{u_1}\dfrac{Y_2}{X_2}}}\right].$$

Enfin compte tenu de (I.78d) il vient

$$\text{(I.87)}\quad \frac{1+A^*}{1-A^*} = \frac{b}{2a}\left[1+u_1\frac{\text{th }\tau_1^1 + \dfrac{u_2}{u_1}\left(\dfrac{1+\delta_2\text{th }\tau_1^2}{\delta_2+\text{th }\tau_1^2}\right)}{1+\dfrac{u_2}{u_1}\text{ th }\tau_1^1\dfrac{1+\delta_2\text{th }\tau_1^2}{\delta_2+\text{ th }\tau_1^2}}\right] - 1 .$$

Si on compare les formules (I.83) et (I.87) on constate que la seconde s'obtient en remplaçant dans la première, ρ_s,qui intervient dans δ_1, par l'albédo sphérique de la seconde couche donné par (I.83). On obtient de cette manière

$$\text{(I.87')}\quad \frac{1+A^*}{1-A^*} = \frac{b}{2a}\left[1+u_1\frac{2-4\dfrac{a}{b}+\dfrac{u_2}{u_1}\dfrac{1+\delta_2\text{ th }\tau_1^2}{\delta_2+\text{ th }\tau_1^2} + \text{th }\tau_1^1}{1+\left(2-4\dfrac{a}{b}+\dfrac{u_2}{u_1}\dfrac{1+\delta_2\text{th }\tau_1^2}{\delta_2+\text{th }\tau_1^2}\right)\text{th }\tau_1^1}\right] - 1 .$$

L'identité des deux expressions (I.87),(I.87') implique l'égalité b = 2a. Nous reviendrons plus loin sur le choix de a et b mais supposerons la relation b=2a vérifiée.

La généralisation de la relation (I.87) à une atmosphère à n couches est alors immédiate. L'albédo sphérique d'une atmosphère comportant n couches s'obtiendra en remplaçant dans l'expression de l'albédo sphérique pour (n-1) couches le coefficient de réflexion du fond de la $(n-1)^{\text{ième}}$ couche par l'albédo sphérique de la $n^{\text{ième}}$ couche.

c) Remarque : couche conservative

Si l'une des couches est conservative ($\omega_o^K \simeq 1$), U_K devient infini, mais γ_K tend vers zéro, donc $\text{th}\,\tau_1^K$ aussi .

Posons $\varepsilon_K = \sqrt{1-\omega_o^K}$, soit $\gamma_K \simeq \varepsilon_K \sqrt{\frac{b^2}{a} - \beta_1^K}$ et $U_K \simeq \frac{a}{b\varepsilon_K}\sqrt{\frac{b^2}{a} - \beta_1^K}$,

ou avec b = 2a , $\gamma_K \simeq \varepsilon_K \sqrt{4a - \beta_1^K}$, $U_K \simeq \frac{1}{2\varepsilon_K}\sqrt{4a - \beta_1^K}$.

Pour une couche unique conservative, en substituant ces expressions de γ_K et U_K dans (I.83) on aura

$$\frac{1 + A^*}{1 - A^*} \simeq U_1 \left(\frac{1}{\delta_1} + \gamma_1 \, \tau_1^1 \right) \simeq 1 + 4\,\frac{a}{b}\,\frac{\rho_s}{1-\rho_s} + \frac{4a - \beta_1^1}{2}\,\tau_1^1 \quad \text{(I.88)}$$

Dans un modèle à deux couches où la couche supérieure est conservative la relation (I.87) devient

$$\frac{1 + A^*}{1 - A^*} \simeq U_1 \left(\gamma_1 \, \tau_1^1 + \frac{U_2}{U_1} \left(\frac{1 + \delta_2 \,\text{th}\, \tau_1^2}{\delta_2 + \text{th}\, \tau_1^2} \right) \right) \quad \text{(I.89)}$$

$$\simeq \frac{4a - \beta_1}{2}\,\tau_1^1 + U_2\,\frac{1 + \delta_2 \,\text{th}\, \tau_1^2}{\delta_2 + \text{th}\, \tau_1^2} .$$

Et, pour un modèle à deux couches où ce serait la couche inférieure qui serait conservative on aurait

(I.90) $$\frac{1 + A^*}{1 - A^*} = U_1 \frac{\mathrm{th}\ \tau_1^1 + \frac{1}{U_1}\left(1 + \frac{4a}{b}\frac{\rho_s}{1-\rho_s} + \frac{4a - \beta_1^2}{2}\ \bar{\tau}_1^2\right)}{1 + \frac{\mathrm{th}\ \tau_1^1}{U_1}\left(1 + \frac{4a}{b}\frac{\rho_s}{1-\rho_s} + \frac{4a - \beta_1^2}{2}\ \bar{\tau}_1^2\right)} .$$

d) Détermination des paramètres a et b

L'albédo sphérique s'écrit, dans le cas d'une couche semi infinie

(I.84c) $$A^* = 1 - \frac{4\ a/b}{U_1 + 1} .$$

Lorsque le milieu est totalement absorbant ($\bar{\omega}_o \to o$) les coefficients ω_o et ω_1 tendent vers zéro et l'albédo sphérique A^* tend lui aussi vers zéro. Le terme U_1 tendant vers l'unité (relation I.68') il vient donc

$$A^* \simeq 1 - \frac{2\ a}{b} \to o, \text{ soit } \frac{a}{b} = \frac{1}{2} .$$

Ce critère ne peut pas à lui seul imposer la condition b = 2a puisque l'approximation du noyau exponentiel ne doit pas être très bonne en forte absorption.

Pour choisir les valeurs de a et b nous pouvons comparer les courbes représentant les fonctions intégro- exponentielles exactes $E_2(x)$ et $E_3(x)$ aux fonctions $a\ e^{-bx}$ et $\frac{a}{b}\ e^{-bx}$ pour deux valeurs du couple (a,b).
Le couple ($a = \frac{3}{4}$, $b = \frac{3}{2}$) donne d'assez bons résultats (Figure I.1).
Ce sont ces valeurs de a et b que nous prendrons par la suite, les calculs montrant que c'est pour ce choix que la précision des formules est la meilleure (cf chapitre II). On aura donc b = 2a et les formules se simplifieront un peu.

III - ALBEDO ET FLUX PLANS

a) Flux plan

Les expressions deviennent plus compliquées que dans le cas de l'albédo sphérique. Nous n'établirons les solutions explicites que dans le cas d'une couche unique, non conservative et limitée par un sol d'albédo ρ_s. Seules les conditions aux limites (I.67 a) et (I.78a) seront à utiliser. A partir des équations (I.54a) et (I.53a) on établit immédiatement

(I.79') $$J(\tau) = X \, sh\tau + Y \, ch\tau + Z \, e^{-\frac{\tau}{\gamma\mu_o}} ,$$

(I.80') $$F(\tau) = \left(\frac{1-\omega_o}{\gamma}\right) \left\{ X \, ch\,\tau + Y \, sh\tau - Z \, \gamma\,\mu_o \, e^{-\frac{\tau}{\gamma\mu_o}} \right\} ,$$

où X et Y sont définis par (I.81) et où

(I.91) $$Z = C \, \frac{\gamma^2 \mu_o^2}{\gamma^2 \mu_o^2 - 1} .$$

Les conditions aux limites (I.67a) et (I.78a) s'écrivent enfin

(I.67d) $$X - U\,Y = Z\left(U + \frac{1}{\gamma\,\mu_o}\right) - \gamma\, C \, \mu_o \, \frac{b - a\,\omega_1\,\mu_o}{b^2\,\mu_o - b} ,$$

(I.78d) $$X\,(ch\,\tau_1 + \delta\, Sh\,\tau_1) + Y\,(Sh\,\tau_1 + \delta\, ch\,\tau_1) =$$
$$- Z\, e^{-\frac{\tau_1}{\gamma\mu_o}} \left(\delta - \frac{1}{\gamma\,\mu_o}\right) + \gamma\,\mu_o\, C\left(1 - \frac{\delta\,\mu_o\,\gamma}{1 + b\mu_o}\right) e^{-\frac{\tau_1}{\gamma\mu_o}} .$$

Soit après quelques transformations

$$X - UY = \frac{C\,(\gamma\,\mu_o)^3}{(\gamma^2\,\mu_o^2 - 1)} \left(1 + \frac{U}{\gamma\,\mu_o} \, \frac{(b\,\mu_o - \gamma^2\,\mu_o^2)}{(b\,\mu_o - 1)}\right) ,$$

$$X\,(ch\,\tau_1 + \delta\, Sh\,\tau_1) + Y\,(Sh\,\tau_1 + \delta\, ch\,\tau_1) = e^{\frac{-\tau_1}{\gamma\mu_o}} \left(\frac{C(\gamma\,\mu_o)^3}{\gamma^2\,\mu_o^2 - 1}\right)$$
$$\left(1 - \frac{\delta}{\gamma\mu_o} \, \frac{(b\,\mu_o + \gamma^2\,\mu_o^2)}{(b\mu_o + 1)}\right) .$$

Si l'on pose $\dfrac{C\,(\gamma\,\mu_o)^3}{\gamma^2\,\mu_o^2-1} = K$,

$$1 + \frac{U}{\gamma\mu_o}\,\frac{(b\,\mu_o - \gamma^2\,\mu_o^2)}{(b\mu_o - 1)} = \psi \,, \tag{I.92}$$

$$1 - \frac{\delta}{\gamma\mu_o}\,\frac{(b\,\mu_o + \gamma^2\,\mu_o^2)}{b\mu_o + 1} = \zeta \,, \tag{I.93}$$

il vient

$$X - U\,Y = K\psi \,,$$

$$X\,(\mathrm{ch}\,\tau_1 + \delta\,\mathrm{Sh}\,\tau_1) + Y\,(\mathrm{Sh}\,\tau_1 + \delta\,\mathrm{ch}\,\tau_1) = e^{\frac{-\tau_1}{\gamma\mu_o}}\,K\zeta \,.$$

On en déduit les expressions de X et Y

$$Y = \frac{K}{G(\tau_1)}\,\{\zeta\, e^{\frac{-\tau_1}{\gamma\mu_o}} - \psi\,(\mathrm{ch}\,\tau_1 + \delta\,\mathrm{Sh}\,\tau_1)\} \,, \tag{I.94}$$

$$X = \frac{K}{G(\tau_1)}\,\{\zeta\, U\, e^{\frac{-\tau_1}{\gamma\mu_o}} + \psi\,(\mathrm{Sh}\,\tau_1 + \delta\,\mathrm{ch}\,\tau_1)\} \,, \tag{I.94'}$$

avec

$$G(\tau_1) = (1 + U\delta)\,\mathrm{Sh}\,\tau_1 + (U + \delta)\,\mathrm{ch}\,\tau_1 \,. \tag{I.95}$$

En substituant ces relations dans l'expression générale du flux (I.80') on obtient

$$F(\tau) = \frac{\mu_o f}{4\pi}\,\frac{(b^2 - \frac{1}{\mu_o^2})}{(b^2 - a\,\omega_1)(1 - \frac{1}{\gamma^2\mu_o^2})}\left[- e^{-\frac{\tau}{\gamma\mu_o}} + \right.$$

$$\frac{e^{\tau}}{2G(\tau_1)}\,\{ e^{-\frac{\tau_1}{\gamma\mu_o}}\,\zeta\,(U+1) + e^{-\tau_1}\,\psi\,(\delta - 1)\} + \tag{I.96}$$

$$\left. \frac{e^{-\tau}}{2\,G(\tau_1)}\,\{ e^{-\frac{\tau_1}{\gamma\mu_o}}\,\zeta\,(U-1) + e^{\tau_1}\,\psi\,(\delta + 1)\} \right] .$$

b) Albédo plan

L'albédo plan se déduit du flux plan en écrivant qu'il est le rapport entre le flux remontant, au sommet de la couche, et le flux incident

(I.97) $$A_p = \frac{|\phi \uparrow (o)|}{|\phi \downarrow (o)|} ;$$

avec $4\pi F(o) = \phi \uparrow (o) + \phi \downarrow (o)$ et $\phi \downarrow (o) = - \mu_o f$,

il vient

(I.97') $$A_p = 1 + 4\pi \frac{F(o)}{\mu_o f} ,$$

où le flux plan F (o) se calcule à partir de l'expression (I.96) pour $\tau = o$.

Cas particulier d'une couche semi-infinie.

Lorsque $\bar{\tau}_1$ tend vers l'infini on obtient l'expression suivante

(I.98) $$A_p = 1 - \frac{(b\mu_o + 1)}{(1 + u)} \frac{\left(1 + \frac{b^2 u}{b^2 - a\omega_1}\right)}{\left(b\mu_o + \frac{b^2 u}{b^2 - a\omega_1}\right)}$$

et si l'on prend $a = \frac{3}{4}$, $b = \frac{3}{2}$ on retrouve l'albédo plan obtenu par L. Wang

(I.99) $$A_p = 1 - \frac{(\frac{3}{2}\mu_o + 1)}{(1 + u)} \frac{\left(1 + \frac{3u}{3 - \omega_1}\right)}{\left(\frac{3}{2}\mu_o + \frac{3u}{3 - \omega_1}\right)}$$

c) Remarque

Dans ce qui précède nous nous sommes limitée au calcul du flux plan dans le cas d'une couche unique; or dans l'étude des mesures effectuées par Vénéra 8 nous devrons considérer le flux net dans une atmosphère à deux couches.

Le problème se simplifie si l'on examine les équations vérifiées par J (τ) et F (τ).

En effet lorsque l'épaisseur optique, au niveau où l'on calcule ces expressions, est grande ($\tau >> 1$) les équations qu'elles vérifient (I.54 a) et (I.53 a) sont les mêmes que celles vérifiées par les quantités sphériques $J^*(\tau)$ et $F^*(\tau)$, le terme en $e^{-\tau/\gamma\mu_o}$ devenant nul; il en est de même pour les conditions aux limites.

Or on a vu que le flux sphérique dans la couche supérieure d'une atmosphère à deux couches se calcule de la même façon que le flux sphérique pour une couche, à condition de remplacer le coefficient du sol ρ_s par l'albédo sphérique de la couche inférieure A_2^*.

Ici donc nous calculerons le flux plan F (τ) dans le cas de deux couches, comme dans le cas d'une seule couche, en substituant A_2^* à ρ_s, à la condition que l'épaisseur optique τ soit suffisamment grande.

Ensuite pour en déduire le flux descendant $\phi\downarrow(\tau)$, ou le flux montant $\phi\uparrow(\tau)$, il suffira d'écrire

(I.100) $\qquad 4\pi F(\tau) = \phi\downarrow(\tau) + \phi\uparrow(\tau)$, avec par définition

$\phi\uparrow(\tau) = -\rho_s\ \phi\downarrow(\tau)$, où nous remplaçons une fois encore ρ_s par A_2^*.

On aura ainsi $\phi\downarrow(\tau)$ ou $\phi\uparrow(\tau)$ à partir de $4\pi\ F(\tau)$

(I.101)
$$\phi\downarrow(\tau) = \frac{4\pi\ F(\tau)}{1 - A_2^*}$$

et (I.101')
$$\phi\uparrow(\tau) = \frac{A_2^*}{A_2^*-1}\ 4\pi\ F(\tau).$$

CHAPITRE II

VALIDITE DE L'APPROXIMATION - TESTS RETENUS.

Le problème du calcul des albédos plan et sphérique pour une couche plan parallèle, d'épaisseur $\tilde{\tau}_1$, limitée par un sol de réflectivité ρ_s (relations I 97' et I. 87), dépend de trois paramètres

- $P(\cos\theta)$, par l'intermédiaire des coefficients χ et de β_1
- $\bar{\omega}_o$ qui intervient dans les coefficients ω_o, ω_1
- et $\tilde{\tau}_1$ par l'intermédiaire de la relation $\tau_1 = \gamma(1-\chi)\tilde{\tau}_1$

Nous avons examiné la validité de l'approximation pour différentes valeurs de ces paramètres, en comparant les calculs approchés aux calculs exacts faits par les Harmoniques Sphériques. Pour la fonction de phase $P(\cos\theta)$, afin d'explorer les différents modes de diffusion, on a pris les cas suivants :

- la diffusion Rayleigh (particules très petites devant la longueur d'onde),
- la diffusion de Mie,
- la diffusion par de grosses particules (type nuage terrestre).

Dans ce dernier cas se pose le problème de la troncature : lorsque la fonction de phase $P(\cos\theta)$ est très pointue, son développement en polynômes de Legendre devient extrèmement lourd. Si l'on suppose alors que la lumière diffusée vers l'avant (pic de diffraction) est simplement transmise, et si l'on supprime cette pointe avant, on obtient une nouvelle fonction de phase $P'(\cos\theta)$, non normalisée, et plus maniable.

On définit le coefficient de correction

$$A = \int_{-1}^{+1} (P-P')\ d\cos\theta . \qquad \text{(II-1)}$$

L'intensité diffusée par un élément de volume dv, dans un angle solide $d\Omega$ est

$$I\ d\Omega = \frac{k}{4\pi}\ P(\cos\theta)\ E_o\ d\Omega\ dv , \qquad \text{(II-2)}$$

où E_o est l'éclairement incident et k le coefficient de diffusion (référence I. 1). On a de même

$$I'\ d\Omega = \frac{k}{4\pi}\ P'(\cos\theta)\ E_o\ d\Omega\ dv , \qquad \text{(II-3a)}$$

où I' et I sont identiques, sauf vers l'avant.

Si l'on normalise P' il vient

$$I' \, d\Omega = \frac{k^*}{4\pi} P^*(\cos\theta) \, E_o \, d\Omega \, dv \, . \qquad \text{(II-3b)}$$

La différence entre les flux diffusés s'écrit

$$\iint_{espace} (I-I') \, d\Omega = \frac{k \, dv}{4\pi} \, E_o \iint_{espace} \{ P(\cos\theta) - P'(\cos\theta)\} \, d\Omega \, , \qquad \text{(II-4a)}$$

soit

$$\iint_{espace} (I-I') \, d\Omega = \frac{k}{2} E_o \, dv \quad \{2 - \int_{-1}^{+1} P'(\cos\theta) \, d\cos\theta\} \, . \qquad \text{(II-4b)}$$

L'égalité entre les relations II-3a et II-3b permet d'exprimer $P'(\cos\theta)$ en fonction de $P^*(\cos\theta)$, ce qui donne

$$\iint_{espace} (I-I') \, d\Omega = E_o \, dv \, (k-k^*) \, , \qquad \text{(II-4c)}$$

et compte tenu des relations II-1 et II-4a on a

$$k^* = k(1 - \frac{A}{2}) . \qquad \text{(II-5)}$$

L'albédo de diffusion simple des particules défini par la relation

$$\bar{\omega}_o = \frac{k}{\beta+k} \, , \qquad \text{(II-6a)}$$

où β est le coefficient d'absorption, s'écrit maintenant

$$\bar{\omega}_o^* = \frac{k^*}{\beta+k^*} \, , \qquad \text{(II-6b)}$$

soit

$$\bar{\omega}_o^* = \frac{\bar{\omega}_o \, (1 - \frac{A}{2})}{1 - \bar{\omega}_o \, \frac{A}{2}} \, . \qquad \text{(II-6c)}$$

Quant à la profondeur optique, elle s'écrit

$$\tilde{\tau}^* = (k^* + \beta) \, h \, , \qquad \text{(II-7a)}$$

(avec h l'épaisseur géométrique) ou encore

$$\tilde{\tau}^* = \tilde{\tau}(1-\bar{\omega}_o \frac{A}{2}) \quad . \qquad \text{(II-7b)}$$

Les coefficients β_ℓ^* se calculent numériquement à partir de $P^*(\cos\theta)$ avec

$$\beta_\ell^* = \frac{2\ell+1}{2} \int_{-1}^{+1} P^*(\cos\theta)\, P_\ell(\cos\theta)\, d\cos\theta \quad . \qquad \text{(II-8)}$$

Une fois la fonction de phase connue, les coefficients ω_o, ω_1, et χ s'en déduisent par les relations (I-18), (I-22), (I-24).
L'expression (I-24) du coefficient χ peut aussi se mettre sous la forme

$$\chi = \bar{\omega}_o(\beta_1 - 2) + 2\,\bar{\omega}_o \sum_{\ell=o}^{L} \int_{-1}^{o} \beta_\ell \; P_\ell(\cos\theta)\, d\cos\theta . \qquad \text{(II-9a)}$$

La somme figurant au second membre se calcule facilement compte-tenu des propriétés suivantes des polynômes de Legendre (référence II.1)

$$\beta_o = 1 \quad ,$$

$$P_o(\mu) = 1 \quad ,$$

$$(2n+1)\; P_n(\mu) = \frac{dP_{n+1}}{d\mu} - \frac{dP_{n-1}}{d\mu} \quad ,$$

$$P_n(-\mu) = (-1)^n\, P_n(\mu) \quad , \qquad \text{(II-10)}$$

$$P_n(1) = 1 \quad ,$$

$$P_n(o) = \begin{cases} \dfrac{(-1)^{\frac{n}{2}}\,(n)!}{2^n\,(\frac{n}{2}!)^2} & (n \text{ pair}) \quad , \\ 0 & (n \text{ impair}) \quad , \end{cases}$$

où l'on a posé $\mu = \cos\theta$;

on a donc

$$\sum_{\ell=o}^{L} \int_{-1}^{o} \beta_\ell \; P_\ell(\mu)\, d\mu = 1 + \sum_{\ell=o}^{L} \frac{\beta\ell}{2\ell+1} \left(P_{\ell+1}(o) - P_{\ell+1}(-1) - P_{\ell-1}(o) + P_{\ell-1}(-1)\right) .$$

(II-11a)

$P_{\ell+1}(o)$ et $P_{\ell-1}(o)$ sont différents de zéro si ℓ est impair, $\ell = 2n+1$, soit

$$\sum_{\ell=o}^{L} \int_{-1}^{o} \beta_\ell \, P_\ell(\mu) \, d\mu = 1 + \sum_{n=o}^{N} \frac{\beta_{2n+1}}{2(n+1)} \, \frac{(-1)^{n+1}(2n)!}{2^{2n}(n!)^2} \quad . \qquad \text{(II-11b)}$$

Si l'on pose la relation de récurrence

$$a_{n+1} = - \frac{2n+1}{2(n+2)} a_n, \quad \text{avec } a_o = - \frac{1}{2} \quad , \qquad \text{(II-12)}$$

il vient

$$\chi = \{2\bar{\omega}_o \sum_{n=1}^{N} a_n \, \beta_{2n+1}\} \quad . \qquad \text{(II-9b)}$$

Cette formulation du coefficient χ permet de le calculer aisément et d'en déduire les deux autres paramètres ω_o et ω_1.

a - Diffusion Rayleigh

Pour une atmosphère Rayleigh la fonction de phase s'écrit

$$P(\cos\theta) = \frac{3}{4} (1+\cos^2\theta) \quad ,$$

$$(\beta_o = 1, \ \beta_1 = 0, \ \beta_2 = \frac{1}{2} \ , \ \beta_\ell = 0 \text{ si } \ell \geq 3) \ ;$$

on a donc $\chi = 0$, $\omega_o = \bar{\omega}_o$, $\omega_1 = o$.

L'albédo plan pour une couche semi-infinie (I-98) se met donc sous la forme

$$A_p = 1 - \frac{b\,\mu_o + 1}{b\,\mu_o + u} \quad , \qquad \text{(II-13)}$$

avec $$u = \left(\frac{1 - \omega_o(1-a)}{1 - \omega_o} \right)^{\frac{1}{2}} .$$

On a pris (a=1, b=2) et ($a= \frac{3}{4}$, $b= \frac{3}{2}$) et on a comparé l'albédo plan (II-13) aux calculs exacts, pour quelques valeurs de l'albédo de diffusion simple

$\bar{\omega}_o$(0,999 - 0,99 - 0,95 - 0,9).
La figure II-1 représente l'albédo plan en fonction de l'angle d'incidence θ_o = arcos μ_o.
Les deux couples (a,b) donnent des résultats aussi satisfaisants l'un que l'autre.
On voit aussi que le calcul approché est d'autant meilleur que le $\bar{\omega}_o$ est voisin de l'unité.

b - Diffusion de Mie

On a calculé l'albédo plan d'une atmosphère semi-infinie constituée de particules sphériques de paramètre de Mie $\alpha = \frac{2\pi r}{\lambda}$ et d'indice n = 1,33, pour $\alpha = 2$, $\alpha = 3$, $\alpha = 11$. L'albédo pour une diffusion a été pris égal à 0,95. On a effectué les calculs pour les deux couples ($a = \frac{3}{4}$, $b = \frac{3}{2}$), (a = 1, b = 2) et en considérant deux cas :

1 - On a tout d'abord pris la fonction de phase réelle et déterminé exactement les coefficients ω_o, ω_1 et χ suivant les relations (I-18), (I-22) et (I-24).

2 - On a ensuite posé simplement $\omega_o = \bar{\omega}_o$ et $\omega_1 = \bar{\omega}_o\beta_1$. On a tracé les variations de l'albédo plan Ap en fonction de l'angle d'incidence θ_o (figures II-2, II-3, II-4). L'examen de ces courbes montre que le couple (3/4, 3/2) donne les meilleurs résultats dans les trois cas étudiés, $\alpha = 2$ - $\alpha = 3$ - $\alpha = 11$. Pour des angles d'incidence θ_o inférieurs à 60° les calculs faits en tenant compte du facteur χ conviennent le mieux; Pour une incidence plus grande ce sont les calculs effectués sans tenir compte de χ qui s'approchent le plus des résultats exacts. Néanmoins la précision relative reste du même ordre dans les deux cas et elle est de 10 % dans les zônes les plus défavorables (pour $\alpha = 3$ aux petits et aux grands angles d'incidence).

Pour un angle d'incidence donné on pourra faire intervenir ou non le coefficient χ pour obtenir la meilleure précision possible.
Le fait que, lorsque l'on prend $\omega_o = \bar{\omega}_o$ et $\omega_1 = \bar{\omega}_o\,\beta_1$, les résultats soient assez satisfaisants, signifie que l'albédo plan doit être identique pour des fonctions de phase différentes mais dont le coefficient β_1 est le même.
C'est la raison pour laquelle nous avons choisi des particules telles que $\alpha = 2$, $\alpha = 3$, $\alpha = 11$ dont les β_1 respectifs sont $\beta_1 = 2{,}00916$, $\beta_1 = 2{,}34960$ et $\beta_1 = 2{,}00613$.

Les valeurs exactes de l'albédo plan en fonction de θ_o sont reportées sur la figure II-5.
Effectivement l'écart maximum entre les courbes pour $\alpha = 2$ et $\alpha = 11$ est de 6 %, alors qu'il est de 25 % pour les courbes $\alpha = 2$ et $\alpha = 3$.

c - Diffusion par les grosses particules

La fonction de phase de ces particules d'indice n = 1,46, qui est très dissymétrique, a été tronquée et on a pris un albédo de diffusion simple $\bar{\omega}_o = 0,99$.
Les calculs exacts de l'albédo plan, pour une couche semi-infinie ont été comparés aux résultats approchés. Les coefficients χ, ω_o, ω_1 ont été calculés à partir de la fonction de phase réelle et à partir de la fonction de phase tronquée. On a aussi essayé $\omega_o = \bar{\omega}_o^*$, $\omega_1 = \bar{\omega}_o^* \beta_1^*$ (l'astérisque indique que les quantités sont des quantités corrigées, calculées par les expressions (II-6c) et (II-8)). On a choisi a = 3/4 et b = 3/2 pour les deux premiers cas : pour le dernier cas on a également pris a = 1, b = 2 . La figure II-6 montre que le meilleur accord est obtenu pour le cas où $\omega_o = \bar{\omega}_o^*$ et $\omega_1 = \bar{\omega}_o^* \beta_1^*$, avec $a = \frac{3}{4}$, $b = \frac{3}{2}$, l'écart maximum étant de 5 % aux grands angles d'incidence.
Ici encore les valeurs a = 1, b = 2, donnent des résultats très différents des calculs exacts.
De cette première étude pour une couche semi-infinie on peut conclure que la méthode approchée donne de bons résultats pour a = 3/4 et b = 3/2; ce sont ces valeurs que nous prendrons par la suite.

Pour les trois types de diffusion précédemment étudiés nous allons à présent tester le rôle de l'épaisseur optique $\tilde{\tau}_1$ du nuage, de l'albédo de diffusion simple $\bar{\omega}_o$ et du coefficient de réflexion du sol ρ_s ainsi que l'influence du coefficient χ.
Pour une couche finie d'épaisseur $\tilde{\tau}_1$, limitée par un sol de réflectivité ρ_s, d'albédo de diffusion $\bar{\omega}_o$, on a calculé l'albédo plan suivant l'expression (I-97')

$$A_p = 1 + \frac{4\pi\, F(o)}{\mu_o f} ,$$

où le flux F(o) est donné par la relation (I-96).

a - Diffusion Rayleigh

L'albédo plan a été calculé avec ρ_s = o, pour trois incidences μ_o = 1; 0,4; 0,1 et pour plusieurs valeurs de l'albédo de diffusion simple $\bar{\omega}_o$ = 0,99999; 0,9999; 0,999; 0,99; 0,9; 0,85; 0,8.
On a dans chaque cas, fait varier l'épaisseur optique $\tilde{\tau}_1$ de la couche. On a représenté sur les figures II-7, II-8, II-9, l'albédo plan en fonction de l'épaisseur optique, calculé par la méthode approchée, ainsi que les valeurs exactes.
On constate que quel que soit le paramètre $\bar{\omega}_o$, l'accord entre les calculs exacts et approchés est très bon. La précision reste meilleure que 2.10^{-4} lorsque $\bar{\omega}_o$ est voisin de 1 ; l'erreur relative la plus grande, 6 %, est obtenue pour $\bar{\omega}_o$ = 0,8, quand l'incidence est grande, μ_o = 0,1, et quand l'épaisseur optique est faible.
D'autre part pour $\tilde{\tau}_1$ = o l'albédo plan calculé est bien nul dans tous les cas étudiés (cas particulier de l'expression I-97').

b - Diffusion de Mie

On a choisi des particules dont le paramètre de Mie est α = 2, et un sol de réflectivité ρ_s = o.
On a effectué les mêmes calculs que précédemment en tenant compte tout d'abord du coefficient χ, puis en le négligeant.
Les résultats sont reportés dans les tableaux II-1 à II-7. Pour deux valeurs très différentes de $\bar{\omega}_o$, on a tracé l'erreur relative obtenue avec $\chi \neq$ o et χ = o, en fonction de l'épaisseur optique $\tilde{\tau}_1$ (figures II-10, II-11, II-12).
Si $\bar{\omega}_o$ est voisin de 1, lorsque l'angle d'incidence est petit (μ_o=1) et l'épaisseur optique faible ($\tilde{\tau}_1$<10), l'approximation est améliorée en tenant compte de χ ; quand l'incidence et l'épaisseur optique augmentent, la précision est identique avec χ = o (5.10^{-4}).
De même si $\bar{\omega}_o$ est petit, $\chi \neq$ o convient mieux pour μ_o = 1, l'erreur relative étant de 5 % lorsque $\tilde{\tau}_1$ est grand . Pour les deux autres incidences, quel que soit $\tilde{\tau}_1$, la précision reste meilleure pour χ = o.
En résumé, on voit donc que l'on peut négliger le coefficient χ pour les grandes épaisseurs optiques ; la précision est toujours la même que lorsqu'on tient compte de χ, excepté dans le cas où $\bar{\omega}_o$ est petit et μ_o voisin de 1.

On a représenté sur les figures II-13, II-14, II-15, l'albédo plan, calculé avec χ = o et l'albédo plan exact en fonction de $\tilde{\tau}_1$, pour les mêmes $\bar{\omega}_o$ que dans le cas de la Diffusion Rayleigh.
L'accord est très bon pour μ_o = 0,5, pour toutes les valeurs de $\bar{\omega}_o$, puisque l'erreur relative ne dépasse pas 5 %, quelle que soit l'épaisseur de la couche.
Pour μ_o = 1 l'accord est là encore très bon pour des valeurs de $\bar{\omega}_o$ supérieures à 0,9.
Enfin pour μ_o = 0,1 la précision obtenue est meilleure que 5 % si $\bar{\omega}_o$ > 0,9 et $\tilde{\tau}_1$ > 10.
On remarque toutefois sur les tableaux II-1 à II-7 que lorsque μ_o = 1, quel que soit $\bar{\omega}_o$, l'albédo plan approché est négatif pour des épaisseurs optiques faibles.
Ceci peut s'expliquer par le rôle prépondérant que joue alors la diffusion primaire.
Effectivement, si l'on en tient compte à l'aide du coefficient χ, on obtient des valeurs positives plus proches des albédos plans exacts.
Comme dans le cas de la diffusion Rayleigh, lorsque $\tilde{\tau}_1$ est nul l'albédo plan est nul lui aussi.

c - Diffusion par les grosses particules

Pour un nuage du type cumulus (β_1^*= 2,2283), on a comparé les calculs approchés effectués pour χ= 0 aux calculs exacts (figures II-16, II-18, II-20); on a choisi ρ_s= 0.
La précision obtenue est du même ordre que dans les cas précédents.
Si l'épaisseur optique $\tilde{\tau}_1$ est assez grande ($\tilde{\tau}_1$>10) l'erreur relative reste inférieure à 5%, tout au moins tant que $\bar{\omega}_o$ est supérieur à 0,9; et même la précision est souvent meilleure que 1% si $\bar{\omega}_o \geqslant$ 0,999.
De même que pour la diffusion de Mie, lorsque $\bar{\omega}_o \leqslant$ 0,9 pour μ_o= 1, l'albédo plan est négatif (tableaux II-16, II-18 et II-20) pour les faibles épaisseurs optiques, ce qui s'explique ici aussi par l'importance de la diffusion primaire, et se corrige en tenant compte de χ.

Pour tester l'influence du coefficient de réflexion du sol, ρ_s, sur la validité de l'approximation employée, on a choisi ce nuage.
La précision est du même ordre pour les deux valeurs de ρ_s, ρ_s= 0 et ρ_s= 0,5 (figures II-16 à II-21 et tableaux II-8 à II-21).

On remarque pour ces différents cas que le meilleur accord est obtenu pour $\mu_o \simeq 0,5$. Ceci est lié au choix des coefficients a et b. En effet si l'on se réfère par exemple à la figure (II-6) on constate que suivant l'angle d'incidence c'est le couple (a=1, b=2) ou (a=3/4, b=3/2) qui convient le mieux. Pour l'ensemble de la courbe et notamment pour $\mu_o = 0,5$ c'est le second couple qui est le plus satisfaisant.

Nous avons donc testé le rôle des différents paramètres qui interviennent dans le calcul de l'albédo plan. On peut conclure à la validité de l'approximation employée lorsque l'albédo de diffusion simple est assez élevé ($\bar{\omega}_o \geqslant 0,99$) et lorsque l'épaisseur optique de la couche est assez grande ($\tilde{\tau}_1 \geqslant 10$), pour tous les angles d'incidence.

Nous nous intéressons maintenant au flux net $4\,\pi\, F(\tilde{\tau})$ et au flux descendant $\phi^{\downarrow}(\tilde{\tau})$ à l'intérieur d'une couche.

Le flux net se calcule à l'aide de l'expression (I-96) et on a vu qu'on pouvait espérer que le flux descendant s'en déduise, en écrivant la relation (I-99), avec une assez bonne approximation.

On a tout d'abord choisi une couche Rayleigh d'albédo $\bar{\omega}_o = 0,9999$ et d'épaisseur optique $\tilde{\tau}_1$, limitée par un sol de réflectivité $\rho_s = o$.

Les résultats sont comparés aux calculs exacts sur les figures II-22 , II-23 et II-24, où l'on a tracé les flux en fonction de $\tilde{\tau}$, pour trois angles d'incidence ($\mu_o=1$; $\mu_o=0,4$; $\mu_o = 0,1$) et trois valeurs de l'épaisseur optique $\tilde{\tau}_1$ ($\tilde{\tau}_1=20$; $\tilde{\tau}_1 = 100$; $\tilde{\tau}_1 = 200$).

L'accord est d'autant meilleur que μ_o est grand, l'erreur relative étant la même pour le flux net et le flux descendant, tout au moins aux fortes profondeurs (2 % si $\mu_o = 1$).

On remarque néanmoins que, au voisinage de la surface ($\tilde{\tau}$ petit), l'expression approchée du flux descendant devient assez fausse (en particulier l'expression limite (I-99) ne redonne pas $\phi^{\downarrow}(\tilde{\tau}=o) = \mu_o f$, où $f = \pi\ W/m^2/\mu m$). Ceci vient du fait que la relation (I-101) a été établie en supposant que l'épaisseur optique était suffisamment grande pour que l'on puisse remplacer le coefficient de réflexion de la couche sous-jacente, d'épaisseur optique $\tilde{\tau}_1 - \tilde{\tau}$, par son albédo sphérique (voir chapitre I), ce qui nécessite que le régime soit déjà assez diffus au niveau $\tilde{\tau}$ correspondant.

Si $\bar{\omega}_o = 0,99$, l'accord est encore très bon (tableau II-22).

Le dernier cas examiné est celui d'un nuage susceptible d'exister sur Vénus, surmontant une couche conservative limitée par un sol de réflectivité ρ_s. (On verra au chapitre III les raisons qui nous ont fait choisir les paramètres physiques suivants).
On a pris $\tilde{\tau}_1^{\,1} = 160$, $\beta_1^{\,1} = 2{,}14332$, $\bar{\omega}_o^{\,1} = 0{,}9998$, pour la couche supérieure, et $\tilde{\tau}_1^{\,2} = 10$, $\beta_1^{\,2} = o$, $\bar{\omega}_o^{\,2} = 1$, pour la couche inférieure, avec $\rho_s = 0{,}635$. Les calculs ont été effectués pour $\mu_o = 0{,}1$ en tenant compte du coefficient χ, puis en faisant $\chi = o$. Les résultats sont identiques dans les deux cas (tableau II-23), l'erreur relative est ici plus importante, et atteint environ 20 % pour le flux net comme pour le flux descendant (figure II-25).

La dernière vérification qui reste à faire concerne l'albédo sphérique qui s'obtient par intégration sur μ_o du flux plan $\Phi(o) = 4\,\pi F(o)$ (relation (I-48)). Compte tenu de la validité des calculs approchés du flux plan, comme on vient de le voir, l'intégration doit donner des résultats satisfaisants.
On l'a vérifié dans un cas ; on a repris un nuage de grosses particules d'indice n = 1,46, déjà étudié, d'épaisseur optique semi-infinie, dont l'albédo de diffusion simple est 0,99. On a calculé l'albédo sphérique par la relation (I-84 b) pour la fonction de phase réelle, pour la fonction de phase tronquée et pour $\omega_o = \bar{\omega}_o^*$ et $\omega_1 = \bar{\omega}_o^*\,\beta_1^*$.
On a obtenu dans le premier cas $A^* = 0{,}6306$, dans le second cas $A^* = 0{,}6229$ et enfin pour le dernier cas $A^* = 0{,}6224$.
La valeur exacte de l'albédo sphérique,

$$A^* = \frac{2}{f} \int_o^1 \phi^{\uparrow}(o)\, d\mu_o \quad ,$$

déterminée en intégrant la courbe $\phi^{\uparrow}(o)$ en fonction de μ_o (figure II-26) est $A^* = 0{,}6238$. On a ainsi une précision meilleure que 1 % lorsqu'on prend $\omega_o = \bar{\omega}_o^*$ et $\omega_1 = \bar{\omega}_o^*\,\beta_1^*$, c'est à dire lorsqu'on ne tient pas compte de χ.

CHAPITRE III

APPLICATION AU SONDAGE DE VENERA 8.

I - RESULTATS EXPERIMENTAUX DE VENERA 8

Le 22 Juillet 1972 la sonde Vénéra 8 a mesuré le flux solaire descendant dans l'atmosphère de Vénus,et intégré de 0,5 à 0,8 µm. Cette mesure s'est effectuée à partir d'une altitude de 50 km jusqu'au sol,avec un détecteur dont le maximum de sensibilité spectrale σ (λ) était situé vers 0,68 µm (Figure III.1).

Au moment des mesures l'angle solaire zénithal était 84°5 ± 2°5, soit un flux solaire incident en haut de l'atmosphère de l'ordre de 260 W/m^2 (flux qu'aurait mesuré un détecteur de sensibilité spectrale uniforme,égale à l'unité).

L'erreur totale sur les flux est évaluée à ± 30%,compte tenu de l'évolution de la sensibilité du détecteur durant le vol.

Si $\phi\downarrow_\lambda(Z)\,d\lambda$ est le flux descendant dans l'intervalle $d\lambda$, le flux mesuré est

$$\phi\downarrow_m(Z) = \int_0^\infty \sigma(\lambda)\ \phi\downarrow_\lambda\ (Z)\ d\lambda\ . \tag{III.1}$$

Compte tenu du point de chute moyen cela donne

$$\phi\downarrow_m\ (\infty) = 65\ W/m^2\ .$$

Les flux mesurés $\phi\downarrow_m(Z)$ en fonction de l'altitude sont représentés sur la figure (III.2)(référence 1).

On voit que dans la région située au dessus de 50 km le flux solaire descendant diminue d'un facteur 7, et entre 50 km et 32 km,d'un facteur 3 environ. Enfin la zône la plus basse l'atténue encore 4 fois.

Le sol ne reçoit donc plus que 1,5% du flux solaire incident, dans la zône spectrale considérée. De plus la variation du flux en fonction de l'altitude montre un changement dans la structure de l'atmosphère au niveau 32 km; en dessous de ce niveau une atmosphère purement moléculaire permet de retrouver l'allure de $\phi\downarrow_m(Z)$ (Référence III.1). Au dessus de 32 km, la présence de nuages est certaine.

II - POSITION DU PROBLEME

Nous disposons donc du flux descendant total $\phi\downarrow_m(Z)$,et de l'albédo sphérique de la planète A^*_λ,mesuré par Irvine (Référence III.2) à diverses longueurs d'onde (figure III.3). Le tableau III.1 donne la sensibilité spectrale du détecteur et l'albédo sphérique pour quelques longueurs d'onde de l'intervalle spectral qui nous intéresse.

Nous pouvons également connaître l'épaisseur optique de la couche Rayleigh $\tilde{\tau}_\lambda^R$ constituant la basse atmosphère,puisque les sondages effectués par les sondes Vénéra 4-5-6 et Mariner 5 nous donnent la composition et la pression de l'atmosphère de Vénus (Référence III.3).

L'épaisseur optique d'une couche Rayleigh entre les altitudes Z_1 et Z_2,à une longueur d'onde donnée s'écrit (Référence III.4)

$$\text{(III.2)} \quad \tilde{\tau}_\lambda^R = D(\lambda) \frac{P(Z_1) - P(Z_2)}{g} \quad , \qquad \text{avec}$$

$$D(\lambda) = \frac{32}{3} \frac{\pi^3}{\lambda^4} \frac{M}{N_A} \left(\frac{n-1}{\rho} \right)^2 ,$$

N_A = nombre d'avogadro ,

n = indice du gaz ,

ρ = densité du gaz ,

M = masse molaire ,

g = accélération de la pesanteur .

Pour Vénus,en supposant que nous avons du gaz carbonique pur,toutes ces valeurs sont connues

$$\frac{n-1}{\rho} = 2,339 \; 10^{-4} \; ,$$

$$M = 44g \; ,$$

$$g = 8,78 \; m/s^2 \; ,$$

Pour Z_1 = o et Z_2 = 32 km les épaisseurs optiques correspondantes sont données dans le tableau III.1 ainsi que l'épaisseur optique Rayleigh qui subsiste au dessus du niveau Z = 32 km.

Nous avons aussi reporté dans ce tableau le flux solaire incident en fonction de la longueur d'onde.

Enfin Hansen et Hovenier (Référence III.5) ont déduit de mesures de polarisation une valeur probable de l'indice de réfraction, et de la granulométrie des particules de la couche nuageuse supérieure,soit n = 1,44 à λ=0,55 µm et

(III.3) $$n(r) \approx n\, r^{\frac{1-3b}{b}}\, e^{-\frac{r}{ab}}$$, où a est le rayon effectif,

$a = 1{,}05 \pm 0{,}1$ µm et b la variance effective $b = 0{;}07 \pm 0{,}02$)
Le rayon moyen de cette granulométrie est 0,83 µm .

L'indicatrice de diffusion de telles particules est connue,et les variations du coefficient β_1 avec la longueur d'onde figurent au tableau III.1 .Quant à l'épaisseur optique d'une couche nuageuse homogène,elle peut se mettre sous la forme

$$\tilde{\tau}_1^{\,1}(\lambda) = k_\lambda\, h$$, où h est l'épaisseur géométrique du nuage et k_λ le coefficient de diffusion par unité de volume

(III.4) $$k_\lambda = \int_0^\infty n(r)\; \pi r^2\, K(\alpha)\, dr ,$$

où $K(\alpha)$ est la section efficace de diffusion d'une particule,avec $\alpha = \frac{2\pi r}{\lambda}$.

Le coefficient de diffusion k_λ dépendant de la longueur d'onde l'épaisseur optique varie avec la longueur d'onde.

On voit toutefois dans le tableau III.1 que ces variations sont pratiquement négligeables et nous considérerons ici l'épaisseur optique comme constante et égale à $\tilde{\tau}_1^{\,1}$.

A l'aide de ces données,(flux descendant mesuré,albédo sphérique de Vénus,épaisseur optique de la couche Rayleigh,flux solaire incident,et coefficient β_1),et moyennant certaines hypothèses nous pouvons espérer obtenir un ordre de grandeur de l'épaisseur optique $\tilde{\tau}_1^{1}$ des nuages,de l'albédo $\bar{\omega}_o$ des particules qui les constituent et du coefficient de reflexion du sol ρ_s .

En effet $\phi\!\downarrow(\tilde{\tau} = \tilde{\tau}_1^{\,1})$ et A^* (relié à $\phi\!\uparrow(\tau=o)$) dépendent en sens inverses de $\bar{\omega}_o$ et de $\tilde{\tau}_1^{(1)}$. Si la couche est homogène, et donc la fonction de phase connue d'après (III.3),nous pourrons en principe déduire $\bar{\omega}_o$ et $\tilde{\tau}_1^{\,1}$ de ces données. Néanmoins le problème direct serait assez compliqué puisqu'il nécessiterait de calculer le flux total descendant et l'albédo sphérique de façon exacte,au moyen d'une méthode quelconque (les Harmoniques Sphériques par exemple) pour de très nombreuses valeurs de paramètres $\tilde{\tau}_1^{\,1}$ et $\bar{\omega}_o$,afin de les ajuster aux mesures.

Nous simplifierons la résolution de ce problème en appliquant la méthode de Wang qui donne avec une précision suffisante (voir 2^e partie) $\phi\!\downarrow_\lambda(\tau)$ (par l'intermédiaire du flux net) et A^*_λ ,sous formes analytiques en fonction de τ_1^1 et ω_o (voir 1ère partie) . Dans les expressions employées nous négligerons le coefficient χ puisque l'épaisseur optique de la couche nuageuse de Vénus paraît grande; nous aurons donc $\omega_o = \bar{\omega}_o$ et $\omega_1 = \bar{\omega}_o \beta_1$.

Ceci est intéressant parce qu'il n'est plus nécessaire de faire d'hypothèses sur la fonction de phase des particules qu'il suffit simplement de caractériser par le seul coefficient β_1 .

III- CAS D'UN NUAGE UNIQUE HOMOGENE

1) Principe du calcul

Nous supposons un nuage unique,homogène au dessus de l'altitude 32 km,et la basse atmosphère claire (diffusion moléculaire pure). Au dessus de 32 km,on négligera la faible composante subsistante (cf tableau III.1). On vérifiera à postériori qu'elle est effectivement très petite devant l'épaisseur optique du nuage proprement dit.

Une seule hypothèse supplémentaire est ici nécessaire :nous choisirons le coefficient de réflexion du sol ρ_s constant dans l'intervalle spectral considéré puisque la nature du sol de Vénus nous est inconnue.
Le principe du calcul est alors le suivant: soit une valeur arbitraire du coefficient de réflexion du sol ρ_s. On calculera pour différentes épaisseurs optiques $\tilde{\tau}_1^{\,1}$,les flux $\phi\downarrow_\lambda$ (32) et $\phi\downarrow_\lambda$ (sol) pour chaque longueur d'onde , en fixant l'absorption propre du milieu de telle sorte que l'albédo sphérique de la planète soit respecté. L'intégration sur toute la région spectrale explorée par Vénéra 8 nous donnera ensuite le flux total à 32 km et au sol , et l'on cherchera $\tilde{\tau}_1^1(\rho_s)$ donnant le meilleur accord avec les mesures.

2) Calcul de $\omega_o^1(\lambda)$

Dans l'expression donnant le flux net $4\pi F_\lambda$,intervient l'albédo pour une diffusion $\omega_o^1(\lambda)$ qui est inconnu ;mais ρ_s et $\tau_1^1(\lambda)$ étant donnés nous pouvons déduire $\omega_o^1(\lambda)$ de l'albédo sphérique A_λ^* de la façon suivante:

Pour un modèle à deux couches dont la couche inférieure est une couche Rayleigh,conservative,d'épaisseur optique $\tilde{\tau}_\lambda^R$,la forme analytique de l'albédo sphérique est

$$\text{(III,5)} \qquad \frac{1 + A_\lambda^*}{1 - A_\lambda^*} = U_1 \left(\frac{\text{th}\, \tau_1^{\,1} + \dfrac{1}{U_1}\left(\dfrac{1+\rho_s}{1-\rho_s} + \dfrac{3}{2}\tau_\lambda^R\right)}{1 + \dfrac{\text{th}\,\tau_1^1}{U_1}\left(\dfrac{1+\rho_s}{1-\rho_s} + \dfrac{3}{2}\tau_\lambda^R\right)} \right) ,$$

(cf équation I.90).

Le paramètre $\omega_o^1(\lambda)$ apparaît à la fois dans τ_1^1 (par l'intermédiaire de γ_1 puisque $\tau_1^1 = \gamma_1 \tilde{\tau}_1^1$) et dans U_1, ce qui rend impossible sa détermination sous forme explicite. On procèdera par approximations successives, en remarquant que c'est sur U_1 que l'influence de $\omega_o^1(\lambda)$ est la plus forte.

Soient une épaisseur optique $\tilde{\tau}_1^1$ et une réflexion du sol ρ_s données, et soit une valeur approchée de $\omega_o^1(\lambda)$, notée $\omega_{(o)}$. En reportant $\omega_{(o)}$ dans le terme τ_1^1 de l'expression (III.5) nous sommes conduits à une équation en U_1 :

$$\frac{1 + A^*_\lambda}{1 - A^*_\lambda} = U_1(\omega_o^1(\lambda)) \left[\frac{\mathrm{th}\ \tau_1^1(\omega_{(o)}) + \dfrac{1}{U_1\ \omega_o^1(\lambda)}\left(\dfrac{1+\rho_s}{1-\rho_s} + \dfrac{3}{2}\tilde{\tau}^R_\lambda\right)}{1 + \dfrac{\mathrm{th}\ \tau_1^1(\omega_{(o)})}{U_1(\omega_o^1(\lambda))}\left(\dfrac{1+\rho_s}{1-\rho_s} + \dfrac{3}{2}\tilde{\tau}^R_\lambda\right)} \right],$$

(par la suite nous supprimerons l'indice λ),

équation du second degré, dont seule la solution positive est acceptable,

$$U_1(\omega_o^1) = \frac{X - a + \sqrt{(X-a)^2 + 4a\ X\ \mathrm{th}^2\ \tau_1^1(\omega_{(o)})}}{2\ \mathrm{th}\ \tau_1^1(\omega_{(o)})},$$

où l'on a posé $X = \dfrac{1 + A^*}{1 - A^*}$ et $a = \dfrac{1+\rho_s}{1-\rho_s} + \dfrac{3}{2}\tilde{\tau}^R$.

Nous en tirerons ω_o^1, soit $\omega_{(1)}$, et nous itèrerons le processus jusqu'à ce que la convergence soit obtenue, c'est à dire lorsque la différence entre $\omega_{(n)}$ et $\omega_{(n+1)}$ sera inférieure à ε (que nous avons pris égal 10^{-8}).

Pour amorcer le calcul, le plus simple est de choisir la valeur ω_o^∞, correspondant à une épaisseur optique $\tilde{\tau}_1^1$ infinie.

La relation III.5 se réduit alors à

$$\text{(III.6)} \quad \frac{1 + A^*}{1 - A^*} = U_1^\infty \quad \text{, soit} \quad \frac{1 + A^*}{1 - A^*} = \frac{1}{2}\left[\frac{4-\omega_o^\infty}{1-\omega_o^\infty}\left(1 - \frac{\beta_1\ \omega_o^\infty}{3}\right)\right]^{1/2},$$

$1-\omega_o^\infty$ étant petit, on a au premier ordre

$$\text{(III.7)} \qquad \frac{1+A^*}{1-A^*} = \frac{1}{2}\left(\frac{3-\beta_1}{1-\omega_o^\infty}\right)^{1/2},$$

$$\text{(III.8) d'où} \qquad \omega_o^\infty \simeq 1 - \frac{3-\beta_1}{4\,.\,(U_1^\infty)^2}\,.$$

C'est cette expression qui sera prise comme valeur initiale $\omega_{(o)}$
Il faut souligner que le choix de l'épaisseur optique $\tilde{\tau}_1^1$ n'est pas quelconque. En effet lorsque ω_o^1 tend vers l'unité,le terme U_1 tend vers l'infini et γ_1 tend vers zéro,d'où l'expression limite

$$\text{(III.9)} \qquad \frac{1+A^*}{1-A^*} \simeq U_1 \left\{ \frac{\dfrac{3-\omega_o^1\beta_1}{2U_1}\tilde{\tau}_1^1 + \dfrac{1}{U_1}\left(\dfrac{1+\rho_s}{1-\rho_s}+\dfrac{3}{2}\tilde{\tau}^R\right)}{1+\dfrac{3-\omega_o^1}{2(U_1^\infty)^2}\left(\dfrac{1+\rho_s}{1-\rho_s}+\dfrac{3}{2}\tilde{\tau}^R\right)} \right\},$$

ou

$$\text{(III.10)} \qquad \frac{1+A^*}{1-A^*} \simeq \frac{3-\beta_1}{2}\tilde{\tau}_1^1 + \frac{1+\rho_s}{1-\rho_s} + \frac{3}{2}\tilde{\tau}^R\,.$$

Il existe donc,pour une réflexion du sol donnée ρ_s,une valeur minimum de $\tilde{\tau}_1^1$

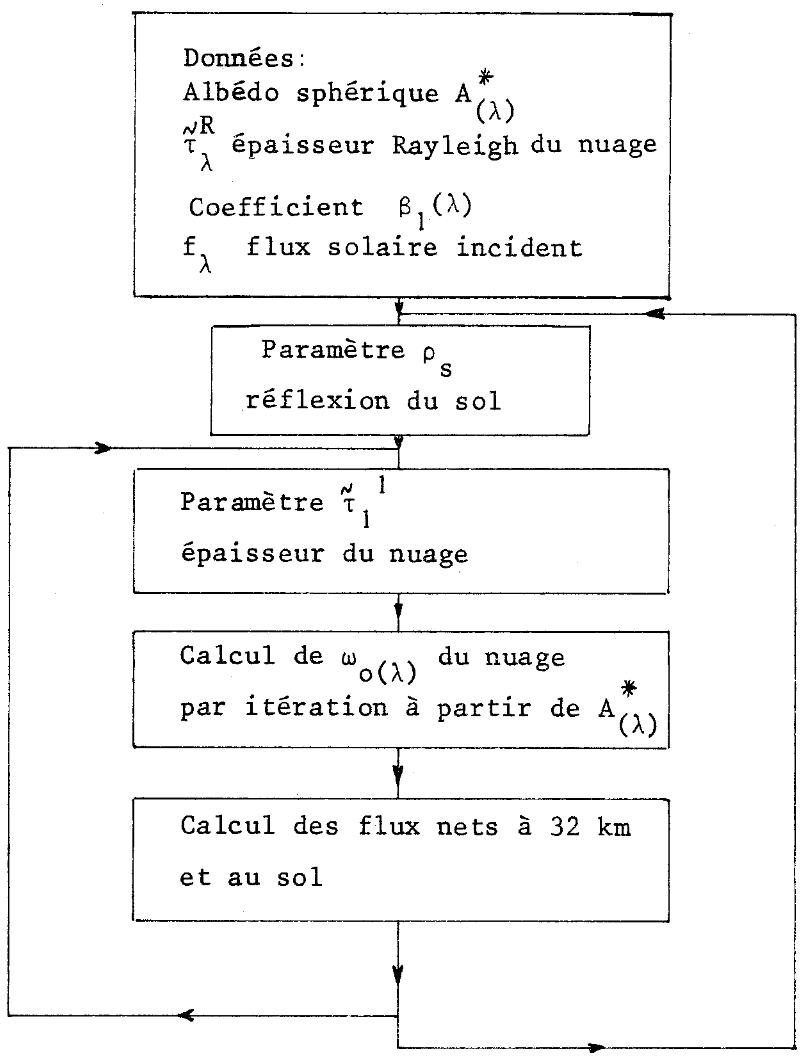
$$\text{(III.11)} \qquad \tilde{\tau}^1_{1\,min} = \frac{2}{3-\beta_1}\left[\frac{1+A^*}{1-A^*} - \left(\frac{1+\rho_s}{1-\rho_s}+\frac{3}{2}\tilde{\tau}^R\right)\right].$$

Pour des valeurs inférieures à ce $\tilde{\tau}^1_{1\,min}$,même une couche conservative ne serait plus assez épaisse pour compenser l'absorption du sol. Le détail du calcul est reproduit sur le schéma ci dessous.

3) Expressions des flux descendants

a - En bas de la couche supérieure

Nous avons vu que le flux net en bas d'une couche unique d'épaisseur $\tilde{\tau}_1^1$ s'écrit (cf équation I.96)



ORGANIGRAMME DU CALCUL DES FLUX.

$$(III.12)\quad 4\pi F_\lambda(\tilde{\tau}_1^1) = \frac{\mu_o f_\lambda \left(\frac{9}{4} - \frac{1}{\mu_o^2}\right)}{\frac{3}{4}(3-\beta_1\omega_o)\left(1-\frac{1}{\gamma^2\mu_o^2}\right)}$$

$$\left[\frac{\delta\psi}{G(\tau_1^1)} + e^{-\tau_1^1/\gamma\mu_o}\left\{\zeta\,\frac{\mathrm{sh}\,\tau_1^1 + U\,\mathrm{ch}\,\tau_1^1}{G(\tau_1^1)} - 1\right\}\right].$$

Nous le noterons $4\pi\ F_\lambda\ (32)$.

Dans notre modèle à deux couches,nous devons remplacer le coefficient de reflexion du sol ρ_s qui intervient dans le flux net (III.12) par l'albédo sphérique de la couche inférieure. C'est une couche Rayleigh,conservative et nous aurons par (I.88) , avec $\beta_1^R = 0$,

$$A^*_{R,\lambda} = 1 - \frac{2}{a+1}\ , \text{ où } a = \frac{1+\rho_s}{1-\rho_s} + \frac{3}{2}\,\tau_\lambda^R\ .$$

Le flux descendant se déduit ensuite du flux net,avec

$$4\pi\ F_\lambda\ (32) = \phi_\lambda^{\downarrow}\ (32) + \phi_\lambda^{\uparrow}\ (32)\ ,$$

et sachant que

$$\phi_\lambda^{\uparrow}\ (32) = -\ A^*_{R,\lambda}\ .\ \phi_\lambda^{\downarrow}\ (32)\ ,$$

on obtient

$$4\pi\ F_\lambda\ (32) = (1 - A^*_{R,\lambda})\ \phi_\lambda^{\downarrow}\ (32)\ ,$$

$$(III.13)\ \text{Soit}\quad \phi_\lambda^{\downarrow}\ (32) = \frac{4\pi\ F_\lambda\ (32)}{1 - A^*_{R,\lambda}}\ .$$

La sonde Vénéra 8 a mesuré le flux total descendant; il reste donc à intégrer le flux précédent sur toute la région spectrale considérée en tenant compte de la sensibilité spectrale du détecteur, $\sigma(\lambda)$, soit $$\phi^{\downarrow}_{tot}(32) = \int_{\lambda=0,5\,\mu m}^{\lambda=0,8\mu m} \sigma(\lambda)\ \phi^{\downarrow}_{\lambda}\ (32)\ d\lambda$$, que

nous avons calculé par la méthode des trapèzes.

b- A la surface de Vénus

Le flux net étant conservatif dans la couche Rayleigh nous avons

$$4\,\pi\,F_{\lambda}\ (32) = 4\pi\ F_{\lambda}\ (sol)\ ,$$

Soit $$4\,\pi\,F_{\lambda}\ (32) = \phi_{\lambda}^{\downarrow}\ (sol) + \phi_{\lambda}^{\uparrow}\ (sol)\ ,$$

ou encore avec $\phi_{\lambda}^{\uparrow}\ (sol) = -\ \rho_s\ \phi_{\lambda}^{\downarrow}\ (sol)$,

$$\text{(III.14)} \qquad \phi_{\lambda}^{\downarrow}(sol) = \frac{4\,\pi\,F_{\lambda}\ (32)}{1 - \rho_s}\ .$$

Le flux spectral au sol se déduira donc facilement du flux net à 32 Km, si nous supposons ρ_s indépendant de λ ; nous obtiendrons le flux total au sol

$$\text{(III.15)} \qquad \phi^{\downarrow}_{tot}\ (sol) = \frac{4\,\pi\,F_{tot.}(32)}{1 - \rho_s} \simeq \frac{1}{1-\rho_s} \int_{0,5}^{0,8} \sigma\ (\lambda)\, 4\pi\ F_{\lambda}\ (32)\, d\lambda\ .$$

4) Résultats

a) Réflexion du sol et épaisseur optique

Nous avons effectué les calculs précédents du flux total à 32 km et au sol, pour quelques valeurs du coefficient de reflexion du sol, en faisant varier chaque fois l'épaisseur optique du nuage $\tilde{\tau}_1^{1}$ correspondant à la longueur d'onde λ = 0,68 μm. Les valeurs de $\tilde{\tau}_1^{1}$ ont été choisies de façon à encadrer au mieux les mesures du flux total de Vénéra 8 (tableau III.2). Il s'agit de déterminer le couple (ρ_s, $\tilde{\tau}_1^{1}$) qui reproduit le mieux les mesures, c'est à dire que pour un même ρ_s et un même $\tilde{\tau}_1^{1}$ nous devons retrouver les flux mesurés à 32 Km et au sol, $\phi^{\downarrow}_m(32) = 3,4\ W/m^2$ et $\phi^{\downarrow}_m\ (sol) = 0,8\ W/m^2$. Les résultats sont regroupés sur la figure III.4. Nous y avons tracé $-\ \phi^{\downarrow}_{tot.}(32)$ et $-\ \phi^{\downarrow}_{tot.}(sol)$ en fonction de τ_1^{1} pour chaque valeur de ρ_s .

L'interprétation de cette figure est facilitée si l'on représente en fonction de $\tilde{\tau}_1^{1}$, la valeur de ρ_s donnant des flux $\phi^{\downarrow}_{tot}\ (32)$ et

$\phi^{\downarrow}_{tot.}$(sol) égaux aux valeurs moyennes mesurées (figure III.5 - courbes en trait plein). On voit que c'est le couple $\rho_s \simeq 0{,}38$ $\tilde{\tau}_1^1 \simeq 94$ qui donne les meilleurs résultats.

Nous avons reporté dans le tableau III.3 l'albédo pour une diffusion des particules du nuage, déduit de ces calculs, en fonction de la longueur d'onde, ceci pour quelques valeurs du coefficient de réflexion du sol et 2 épaisseurs optiques. Il varie entre $\tilde{\omega}_o = 0{,}9972$ pour $\lambda = 0{,}5$ µm et $\tilde{\omega}_o = 0{,}9998$ pour $\lambda = 0{,}63$ µm. Il dépend très peu de $\tilde{\tau}_1^1$ et de ρ_s.

Pour vérifier l'ordre de grandeur obtenu pour ρ_s, nous l'avons estimé de façon approchée en utilisant un calcul monochromatique, pour la longueur d'onde la mieux détectée 0,68 µm.

En écrivant

$$\frac{\int_\lambda \phi_\lambda^{\downarrow}(32)\,d\lambda}{\int_\lambda \phi_\lambda^{\downarrow}(\text{sol})\,d\lambda} \simeq \frac{\phi^{\downarrow}_{0,68\mu m}(32)}{\phi^{\downarrow}_{0,68\mu m}(\text{sol})} \simeq 4,$$

la relation III.14 donnant $\phi_\lambda^{\downarrow}(\text{sol}) = \phi_\lambda^{\downarrow}(32)\,\dfrac{1 - A^{*}_{R,\lambda}}{1 - \rho_s}$,

avec $A^{*}_{R,\lambda} = 1 - \dfrac{2}{1 + \frac{3}{2}\tilde{\tau}_1^R + \frac{1+\rho_s}{1-\rho_s}}$, il vient

$$\rho_s = 1 - \frac{4}{3\,\tilde{\tau}_\lambda^R}\left(\frac{\phi_\lambda^{\downarrow}(32)}{\phi_\lambda^{\downarrow}(\text{sol})} - 1\right). \qquad \text{(III.16)}$$

A $\lambda = 0{,}68$ µm, $\tilde{\tau}_1^R \simeq 6$ ce qui donne $\rho_s = 0{,}33$, en assez bon accord avec la valeur déterminée précédemment.

b) Répartition spectrale des flux descendants

La répartition spectrale des flux descendants, obtenus avec ce modèle explique bien cet accord.

On a tracé sur les figures III.6 et III.7 les répartitions spectrales pour deux valeurs du coefficient de reflexion du sol ($\rho_s = 0{,}3$, $\rho_s = 0{,}4$) encadrant la valeur trouvée précedemment et pour l'épaisseur optique moyenne $\tilde{\tau}_1^1 = 95$.

Toutes ces courbes présentent un maximum vers 0,65µm. La comparaison à la courbe de sensibilité spectrale du détecteur montre bien que c'est finalement le rayonnement autour de 0,68 µm qui pondère essentiellement la mesure.

L'examen des figures montre également que le coefficient de réflexion du sol joue beaucoup moins sur le flux descendant à 32 Km que sur le flux descendant au sol (pour une variation de 0,1 dans ce coefficient le flux au sol varie de 15%,et celui à 32 Km de 2% seulement). Ceci provient de ce que la couche Rayleigh,conservative,masque vite à 32 Km l'effet de la surface de la planète,alors qu'au contraire le flux descendant en bas de cette couche résulte en partie de reflexions sur le sol.

Il est intéressant de compléter cette étude du flux spectral dans la région 0,5 µm - 0,8 µm par une étude dans la région 0,32 µm - 0,5 µm, non explorée par la sonde puisque $\sigma(\lambda)$ y est pratiquement nulle. En effet nous disposons aussi dans ce domaine spectral des mesures de l'albédo sphérique de Vénus,qui décroît très vite dans le bleu (figure III.3).

Compte tenu de ces mesures on a calculé,dans le bleu,les flux descendant en bas du nuage et au sol, et le flux remontant au dessus de la couche Rayleigh, soit

$$\phi_\lambda^{\uparrow}(32) = - \phi_\lambda^{\downarrow}(32) \quad A^{*}_{R,\lambda} .$$

Tous ces résultats sont reportés dans le tableau III.4 pour $\rho_s = 0,40$ $\tilde{\tau}_1^1 = 95$.

Le pourcentage de lumière qui remonte à 32 Km, $\dfrac{\phi_\lambda^{\uparrow}(32)}{\phi_\lambda^{\downarrow}(32)}$, croît nettement dans le bleu compte tenu de l'augmentation en $1/\lambda^4$,de l'épaisseur optique de la couche conservative, $\tilde{\tau}_\lambda^R$ (d'où un albédo voisin de 1 pour cette couche).

Le flux descendant $\phi^{\downarrow}_{bleu}(32)$ à ce niveau étant pratiquement nul (figure III.8) le flux remontant $\phi^{\uparrow}_{bleu}(32)$ reste néanmoins très faible.

Avec notre modèle homogène où la couche nuageuse d'épaisseur $\tilde{\tau}_1^1$ absorbe presque totalement les radiations bleues la méconnaissance de $\sigma(\lambda)$ dans cette région spectrale est donc sans importance.

5) Discussion

La validité des résultats obtenus dépend de la précision des mesures et du modèle adopté pour interpréter ces mesures.

A - Précision des mesures

a) Angle d'incidence θ_o

Lors des mesures la position de la sonde était mal connue,aussi existe t-il une imprécision sur l'angle solaire zénithal θ_o,qui est déterminé à 2° 5 près.

Les calculs ont été repris en utilisant les valeurs extrêmes de θ_o : 82° et 87°,ils sont reportés sur la figure III.9.

Les flux obtenus sont bien entendu très différents de ceux calculés pour la valeur moyenne de θ_o (puisque le flux incident $\mu_o f$ varie vite avec θ_o dans la zône considérée). On constate que pour la plus grande incidence,les flux à 32 Km et au sol sont multipliés par un facteur 0,55;inversement pour l'incidence de 82° les flux sont multipliés par 1,6 (ces facteurs se retrouvent si l'on compare les μ_o correspondants). Les couples (ρ_s; $\tilde{\tau}^1_1$)permettant d'obtenir les flux mesurés sont les suivants (figure III.10)

(0,38; 115) pour θ_o = 82° , et (0,41;63) pour θ_o = 87°.

b) Sensibilité du détecteur

A cette incertitude sur la position de la sonde s'ajoute une erreur sur les mesures. Jusqu'ici nous avons comparé les flux calculés aux mesures moyennes de Vénéra 8;or ces mesures sont données à 30% près environ,en raison d'une possible variation de la sensibilité du détecteur. Nous supposerons que celle-ci n'a pas varié de façon trop rapide au cours du sondage. On peut alors admettre que les flux réels sont tous inférieurs ou tous supérieurs,de 30% au maximum,aux flux mesurés,ce qui semble justifié par la distribution assez régulière des mesures. Nous avons examiné les cas où les valeurs réelles des flux seraient inférieures ou supérieures de 10%,20%,30% et 40% aux mesures.

On constate (figure III.11) que l'épaisseur optique obtenue varie entre 75 et 120 et que,dans tous les cas,le coefficient de reflexion du sol ρ_s reste voisin de 0,38.

Ceci peut se vérifier en examinant la relation approchée III.16.

$$\rho_s = 1 - \frac{4}{3\,\tilde{\tau}^R_\lambda} \left(\frac{\phi^{\downarrow}_{0,68}(32)}{\phi^{\downarrow}_{o,68}(32)} - 1 \right) .$$

Les rapports $\dfrac{\phi^{\downarrow}_{o,68}(32)}{\phi^{\downarrow}_{o,68}(sol)}$ étant tous voisins de 4,25 pour les différents cas étudiés le coefficient ρ_s varie peu.

Si l'on se refère à la courbe III.2,on remarque que l'erreur relative indiquée par Avduevsky (référence III.1) est $\begin{cases} +\ 40\ \% \text{ pour le flux à 32 Km} \\ -\ 30\ \% \end{cases}$

et $\begin{cases} +\ 50\% \text{ pour le flux au sol .} \\ -\ 60\ \% \end{cases}$

Nous avons reporté les valeurs correspondantes des flux,en pointillé sur la figure III.4.

Lorsqu'on choisit les limites supérieures le meilleur accord est obtenu pour $\rho_s = 0,44$, $\tilde{\tau}_1^1 = 78$ (figure III.5 courbes en traits pointillés). Au contraire si l'on retient les limites inférieures il n'est plus possible de retrouver le flux à 32 km et au sol pour un même couple de valeurs (ρ_s ; $\tilde{\tau}_1^1$).

Ceci s'explique aussi au moyen de la relation III.16; ρ_s étant positif et inférieur à 1 on doit avoir

$$1 \leqslant \frac{\phi^{\downarrow}_{o,68}(32)}{\phi^{\downarrow}_{o,68}(sol)} \leqslant 5,5 \text{ , le rapport } \frac{\phi^{\downarrow}_m(32)}{\phi^{\downarrow}_m(sol)} \simeq 7,5$$

est situé en dehors de cet intervalle et le problème ne comporte plus de solution.

Ces résultats présentent au moins l'intérêt de mettre en évidence que de simples mesures précises,du flux descendant,permettent déjà une assez bonne localisation des propriétés optiques du milieu.

Pour ce qui est de l'impasse obtenue avec $\phi^{\downarrow}_m(32) = 2,3$ W/m^2 et $\phi^{\downarrow}_m(sol) = 0,3$ W/m^2 , elle ne peut se résoudre que de deux façons: ou bien rejeter la possibilité d'une erreur de mesure aussi forte, dans ce sens, ou bien rejeter le modèle dont le résultat dépend évidemment. Il semble difficile de discuter plus avant le premier point,sans une analyse très soigneuse des mesures de Vénéra 8,pour laquelle nous manquons d'informations. En particulier on comprend mal pourquoi l'erreur relative moyenne de 30% ne correspond pas aux indications portées sur la figure III.2. En ce qui concerne le modèle retenu,on notera que la seule hypothèse intervenant ici concerne la basse atmosphère,puisque le rapport

$$\frac{\phi^{\downarrow}(32)}{\phi^{\downarrow}(sol)} ,$$

est pratiquement indépendant de la structure de l'atmosphère au dessus de 32 km.

Nous reviendrons ultérieurement sur ce point.

c) Albédo sphérique

Il reste l'incertitude sur l'albédo sphérique,qui est de l'ordre de 5% (référence III.2)

Les flux calculés avec un albédo sphérique $A^* + 5\%$ et ceux calculés avec $A^* - 5\%$ conduisent à un bon accord avec les mesures moyennes pour des couples (ρ_s ; $\tilde{\tau}_1^1$) de (0,36 ; 160) et (0,40 ; 65) respectivement (figures III.12 et III.13).

On remarque ainsi que si l'on tient compte de la précision des données,excepté dans un cas,on aboutit à des valeurs de ρ_s assez voisines.

Le calcul monochromatique approché (relation III.16) ne faisant intervenir que le rapport

$$\frac{\Phi^{\downarrow}_{0,68}(32)}{\Phi^{\downarrow}_{0,68}(\text{sol})}\ ,$$

lui même constant explique bien ce résultat.

En ce qui concerne les valeurs de l'épaisseur optique, on voit que l'on peut seulement en donner un ordre de grandeur, $60 \leqslant \tilde{\tau}_1^{\,1} \leqslant 160$.

B - Choix du modèle

L'indice et la granulométrie donnés en III.3 sont déduits des mesures polarimétriques et se rapportent à la couche supérieure des nuages. Un tel indice de réfraction peut correspondre à une solution d'acide sulfurique $H_2SO_4 - n\,H_2O$, comportant 75% d' H_2SO_4 en poids, à la température du nuage (250 K); elle est liquide à cette température et à la pression du nuage (50 mb) (référence III.6).

La présence d'acide sulfurique permet en outre d'expliquer la faible teneur en eau de la haute atmosphère de Vénus (Référence III.7) ainsi que l'absorption très forte au voisinage de 3,4 µm et de 11,2 µm . Toutefois elle n'explique pas l'absorption dans l'ultra-violet (taches U.V) (Référence III.8).

Il semble donc nécessaire de faire intervenir un autre constituant absorbant sur Vénus, et il est très possible, par exemple, qu'il n'existe qu'une mince couche d'acide sulfurique surmontant un nuage principal dont on ne connaît actuellement rien.

Nous avons donc étudié la validité des résultats précédemment obtenus, en supposant l'indice de réfraction et la granulométrie du nuage totalement inconnus.

Nous avons tout d'abord repris les calculs précédents en supposant seulement que β_1 était indépendant de la longueur d'onde ($\beta_1 = \beta_1(0{,}68\ \mu m) = 2{,}030$). Le résultat obtenu est très proche de celui obtenu en tenant compte de $\beta_1(\lambda)$ (figure III.14).

On obtient en effet ($\rho_s = 0{,}37$; $\tilde{\tau}_1^{\,1} = 91$) pour β_1 (0,68 µm) au lieu de ($\rho_s = 0{,}38$; $\tilde{\tau}_1^{\,1} = 94$) avec $\beta_1(\lambda)$.

Il semble donc que, pour notre étude, on puisse négliger les variations de la fonction de phase du milieu avec la longueur d'onde, et caractériser la diffusion d'un nuage par un simple coefficient moyen β_1, correspondant sensiblement à la longueur d'onde la mieux détectée $\lambda = 0{,}68$ µm .

Ceci va nous permettre d'essayer d'autres paramètres β_1 qui représenteront différents types de nuages.

On a choisi $\beta_1 = 1{,}80$ et $\beta_1 = 2{,}20$.

A titre indicatif en supposant la granulométrie inchangée, l'indice de ces particules serait n = 1,8 et n = 1,3 respectivement.

En conservant au contraire l'indice de 1,44, β_1 = 1,8 correspondrait à des particules très petites, de rayon moyen 0,2 µm. Par ailleurs quel que soit l'indice, des valeurs de β_1 voisines de 2,2 sont assez représentatives d'une diffusion par de grosses particules (par exemple pour un nuage terrestre du type cumulus, le rayon moyen des particules étant de 4µm, le coefficient β_1 à 0,7 µm est β_1 = 2,196). La figure III.14 montre que les couples (ρ_s ; $\tilde{\tau}_1^1$) obtenus avec ces coefficients sont (0,37 ; 74) pour β_1 = 1,80 et (0,38 ; 110) pour β_1 = 2,20 . Là encore le coefficient de réflexion du sol reste pratiquement inchangé; quant à l'épaisseur optique elle garde toujours le même ordre de grandeur.

L'épaisseur optique Rayleigh située au dessus de 32 Km est effectivement très petite devant l'épaisseur optique du nuage (elle est environ 100 fois plus faible), ce qui justifie l'approximation faite.

Nous avons considéré que la basse atmosphère était purement moléculaire, on peut vérifier que cette hypothèse est justifiée en calculant le flux descendant à l'intérieur de cette couche.

En effet le flux descendant à l'altitude Z se calcule par une relation identique à l'expression III.14

$$\text{(III.17)} \qquad \phi^{\downarrow}_{\lambda}(Z) = \phi^{\downarrow}_{\lambda}(32) \cdot \frac{1 - A^{*}_{R\lambda}(32)}{1 - A^{*}_{R\lambda}(Z)} ,$$

où nous avons remplacé $4\pi F_\lambda$ (32) par son expression tirée de III.13

$$\text{et où} \qquad A^{*}_{R\lambda}(Z) = \frac{\dfrac{1+\rho_s}{1-\rho_s} + \dfrac{3}{2}\tilde{\tau}^R_\lambda(Z) - 1}{\dfrac{1+\rho_s}{1-\rho_s} + \dfrac{3}{2}\tilde{\tau}^R_\lambda(Z) + 1} .$$

L'épaisseur optique $\tau^R_\lambda(Z)$ de la couche située entre l'altitude Z et le sol est donnée par la relation III.2 que l'on peut mettre sous la forme

$$\tilde{\tau}^R_\lambda = \frac{K}{\lambda^4} \left(P(\text{sol}) - P(Z)\right) ,$$

où K est une constante.

Le profil de pression P (Z) étant connu (Référence III.9) nous en déduisons aisément le flux descendant (III.17) en fonction de l'altitude. Il reste ensuite à intégrer sur l'intervalle spectral. Les flux calculés correspondent très bien aux mesures effectuées par Vénéra 8 (Figure III.15).

Les valeurs de ρ_s et de $\overset{\sim}{\tau}_1^1$ obtenues dépendent peu de la structure de l'atmosphère au-dessus de 32 km. D'autre part l'ordre de grandeur de ces deux paramètres est également pratiquement inchangé si l'on tient compte des erreurs sur les données.

Les résultats déduits de cette étude rejoignent ceux de Lacis et Hansen (Référence III.10) qui pour l'épaisseur optique avaient trouvé $\overset{\sim}{\tau}_1^1 \geqslant 10$.

CONCLUSION

Nous avons étudié la méthode du noyau exponentiel, et nous l'avons étendue au cas de milieux stratifiées.
Les tests retenus, qui couvrent sensiblement les différents domaines possibles des paramètres, montrent que l'approximation est assez bonne si les milieux ne sont pas trop absorbants. L'erreur est souvent inférieure à 1 ‰, et ne dépasse pas 20 % pour des absorptions aussi fortes que $\bar{\omega}_o = 0,8$; même alors l'essentiel est que ces formules simples permettent de prévoir le rôle des différents paramètres et leur importance relative.
L'application au sondage de Vénéra 8 a permis, comme on l'a vu, d'inverser assez facilement les mesures.
Quel que soit le choix du coefficient β_1 des particules, quelles que soient les erreurs de mesure des flux ou de l'albédo sphérique, l'épaisseur optique du nuage est comprise entre 60 et 160, soit environ 100. Quant au coefficient de réflexion du sol, il ne dépend pratiquement pas du modèle choisi, avec ρ_s de l'ordre de 0,4. Cette dernière valeur semble d'ailleurs forte, comparée aux albédos voisins de 0,1, couramment rencontrés dans le système solaire (ceux de la lune, de Mars par exemple). En ce qui concerne l'analyse faite au laboratoire de la répartition de la luminance sur le disque de Vénus, ces résultats apportent deux renseignements intéressants.
Tout d'abord pour le rayonnement rediffusé vers le haut, on peut ne pas se préoccuper du sol ni de l'épaisseur optique totale $\tilde{\tau}_1^1$ des nuages, puisque avec une épaisseur optique de 100 environ, on peut considérer que le milieu est infini. Par ailleurs l'analyse de cette répartition de luminance semble indiquer la présence de deux couches nuageuses différentes en haute atmosphère (Référence 6). Les formules de l'albédo sphérique A_λ^* obtenues au chapitre I pour des milieux stratifiés permettent alors de préciser , pour ces modèles la relation entre l'épaisseur optique $\tilde{\tau}_1^1$ de la couche nuageuse supérieure et les albédos de diffusion $\bar{\omega}_{o\lambda}$ respectifs des deux milieux.

REFERENCES

1 - V.S. AVDUESVSKY, M. Ya. MAROV, B.E. MOSHKIN and A.P. EKONOMOV - Venera 8 : Measurements of solar illumination through the atmosphere of Venus. - Jl. Atm. Sc., 30, pp 1215-1218 (1973).

2 - J.L. DEUZE, C. DEVAUX, M. HERMAN - Utilisation de la méthode des Harmoniques Sphériques dans les calculs de transfert radiatif. Extension au cas de couches diffusantes d'absorption variable. - Nouv. revue d'Opt., t 4, n° 5, pp 307-314 (1973).

3 - S. CHANDRASEKHAR - Radiative Transfer, Oxford University Press, p 17.

4 - S. CHANDRASEKHAR - Radiative Transfer, Oxford University Press, pp 321-343.

5 - L. WANG - Anisotropic nonconservative scattering in a semi-infinite medium. - App. Jl., 174, pp 671-678 (1972).

6 - C. BIGOURD, C. DEVAUX, M. HERMAN, J. LENOBLE - Photometry of Venus : II, Theoretical Brightness Distribution over the Disk. - A paraître dans Icarus (1975).

I-1 - J. LENOBLE - Transfert radiatif dans une atmosphère planétaire diffusante. - Cours de D.E.A. d'Optique, Université de Lille.

I-2 - M. KROOK - On the Solution of Equations of Transfer I. - App. Jl., 122, pp 488-497 (1955).

I-3 - R.M. GOODY - Atmospheric Radiation : I Theoretical Basis. - p 404 (1964).

I-4 - V.I. MOROZ - The Atmosphere of Venus. - Usp. Fiz. Nauk 104, pp 255-296 (1971).

II-1 - L. ROBIN - Fonctions sphériques de Legendre et fonctions sphéroïdales. - (1957).

III-1 - N.L. LOUKACHEVITCH, M.I. MAROV, E.M. FEIGELSON - Interprétation des mesures d'éclairement effectuées par la station interplanétaire automatique Vénus 8. - Académie des Sciences de l'U.R.S.S. (1973).

III-2 - W. IRVINE - Monochromatic Phase Curves and Albedos for Venus. - Jl. Atm. Sc., 25, pp 610-616 (1968).

III-3 - D.M. HUNTEN - Lower Atmospheres of the Planets. - Physics of the Solar System (1972).

III-4 - K.L. COULSON, M. LOTMAN - Molecular Optical Thickness of the Atmospheres of Mars and Venus. - Rapport R. 62. SD.71.

III-5 - J.E. HANSEN, J.W. HOWENIER - Interpretation of the Polarisation of Venus. - Jl. Atm. Sc., 31, pp 1137-1160 (1974).

III-6 - A.T. YOUNG - Are the Clouds of Venus Sulfuric Acid? - ISIS (1973).

III-7 - S.I. RASOOL - Evolution of Planetary Atmospheres. - Physics of the Solar System (1972).

III-8 - A. DOLLFUS, C. BOYER, H. CAMICHEL, M. AURIERE, E. BOWELL, J. NIKANDER - Photometry of Venus : I, Brightness Distribution Over the Disk. - A paraître dans Icarus (1975).

III-9 - M. Ya. MAROV, V.S. AVDUEVSKY, V.V. KERZHANOVICH, M.K. ROZHDESTVENSKY, N.F. BORODIN and O.L. RYABOV - Venera 8 : Measurements of Temperature, Pressure, and Wind Velocity on the Illuminated Side of Venus. - Jl. Atm. Sc., 30, pp 1210-1214 (1973).

III-10 - A.A. LACIS, J.E. HANSEN - Implications of Venera 8 Sunlight Measurements. - Science (1975).

$\bar{\omega}_o = 0,99999 \qquad \rho_s = 0$

	$\mu_o = 1$			$\mu_o = 0,5$			$\mu_o = 0,1$		
$\tilde{\tau}_1$	Exact	Approché $\chi = o$	Approché $\chi \neq o$	Exact	Approché $\chi = o$	Approché $\chi \neq o$	Exact	Approché $\chi = o$	Approché $\chi \neq o$
0,01	0,0004	- 0,00001	0,0004	0,0046	0,0049	0,0045	0,0422	0,0428	0,0365
0,1	0,0049	0,0010	0,0045	0,0442	0,0463	0,0430	0,2875	0,2863	0,2594
1	0,0929	0,0719	0,0848	0,3026	0,2851	0,2799	0,6013	0,5391	0,5390
2	0,2063	0,1867	0,1954	0,4384	0,4133	0,4120	0,6744	0,6155	0,6155
4	0,3849	0,3744	0,3764	0,5796	0,5604	0,5604	0,7549	0,7111	0,7111
7	0,5465	0,5428	0,5429	0,6914	0,6799	0,6799	0,8200	0,7896	0,7896
10	0,6414	0,6404	0,6404	0,7560	0,7483	0,7482	0,8577	0,8346	0,8345
30	0,8500	0,8513	0,8513	0,8979	0,8959	0,8959	0,9404	0,9316	0,9316
50	0,9047	0,9058	0,9058	0,9352	0,9341	0,9341	0,9622	0,9567	0,9567
100	0,9492	0,9499	0,9499	0,9654	0,9649	0,9649	0,9798	0,9769	0,9769
150	0,9643	0,9648	0,9648	0,9757	0,9754	0,9754	0,9858	0,9838	0,9838
300	0,9784	0,9787	0,9787	0,9852	0,9851	0,9851	0,9914	0,9902	0,9902

TABLEAU II 1

$\bar{\omega}_o = 0,9999 \qquad \rho_s = 0$

	$\mu_o = 1$			$\mu_o = 0,5$			$\mu_o = 0,1$		
$\tilde{\tau}_1$	Exact	Approché $\chi = o$	Approché $\chi \neq o$	Exact	Approché $\chi = o$	Approché $\chi \neq o$	Exact	Approché $\chi = o$	Approché $\chi \neq o$
0,01	0,0004	- 0,00001	0,0004	0,0046	0,0049	0,0045	0,0422	0,0428	0,0365
0,1	0,0049	0,0010	0,0046	0,0442	0,0463	0,0430	0,2874	0,2863	0,2593
1	0,0929	0,0718	0,0848	0,3025	0,2851	0,2798	0,6012	0,5390	0,5389
2	0,2061	0,1866	0,1953	0,4382	0,4132	0,4117	0,6742	0,6153	0,6153
4	0,3846	0,3740	0,3761	0,5792	0,5601	0,5600	0,7546	0,7109	0,7108
7	0,5458	0,5421	0,5422	0,6907	0,6793	0,6792	0,8195	0,7891	0,7891
10	0,6403	0,6392	0,6392	0,7551	0,7473	0,7473	0,8570	0,8339	0,8339
30	0,8459	0,8472	0,8472	0,8949	0,8929	0,8929	0,9386	0,9295	0,9295
50	0,8977	0,8989	0,8989	0,9302	0,9291	0,9291	0,9592	0,9533	0,9533
100	0,9355	0,9364	0,9364	0,9559	0,9553	0,9553	0,9742	0,9706	0,9706
150	0,9452	0,9460	0,9460	0,9625	0,9620	0,9620	0,9780	0,9750	0,9750
300	0,9499	0,9507	0,9507	0,9657	0,9653	0,9653	0,9799	0,9771	0,9771

TABLEAU II 2

Albédo plan dans le cas de la diffusion de Mie ($\alpha = 2$).

Comparaison entre les valeurs exactes et calculées, suivant que l'on tient compte ou non de χ.

$\bar{\omega}_o = 0,999$ $\rho_s = 0$

	$\mu_o = 1$			$\mu_o = 0,5$			$\mu_o = 0,1$		
$\tilde{\tau}_1$	Exact	Approché $\chi = o$	Approché $\chi \neq o$	Exact	Approché $\chi = o$	Approché $\chi \neq o$	Exact	Approché $\chi = o$	Approché $\chi \neq o$
0,01	0,0004	- 0,00001	0,0004	0,0046	0,0049	0,0045	0,0422	0,0043	0,0364
0,1	0,0049	0,0009	0,0045	0,0442	0,0462	0,0429	0,2871	0,2859	0,2589
1	0,0925	0,0714	0,0844	0,3016	0,2843	0,2791	0,6000	0,5380	0,5378
2	0,2050	0,1854	0,1941	0,4364	0,4116	0,4101	0,6724	0,6137	0,6135
4	0,3813	0,3707	0,3729	0,5756	0,5567	0,5566	0,7517	0,7080	0,7078
7	0,5386	0,5348	0,5352	0,6843	0,6730	0,6729	0,8149	0,7844	0,7842
10	0,6290	0,6279	0,6281	0,7457	0,7382	0,7381	0,8507	0,8272	0,8269
30	0,8085	0,8100	0,8103	0,8676	0,8655	0,8653	0,9217	0,9107	0,9105
50	0,8398	0,8414	0,8416	0,8888	0,8874	0,8872	0,9341	0,9251	0,9249
100	0,8503	0,8519	0,8521	0,8960	0,8947	0,8946	0,9383	0,9299	0,9297
150	0,8507	0,8523	0,8526	0,8963	0,8950	0,8949	0,9384	0,9301	0,9300
300	/	/	/	/	/	/	/	/	/

TABLEAU II 3

$\bar{\omega}_o = 0,99$ $\rho_s = 0$

	$\mu_o = 1$			$\mu_o = 0,5$			$\mu_o = 0,1$		
$\tilde{\tau}_1$	Exact	Approché $\chi = o$	Approché $\chi \neq o$	Exact	Approché $\chi = o$	Approché $\chi \neq o$	Exact	Approché $\chi = o$	Approché $\chi \neq o$
0,01	0,0004	- 0,00003	0,0004	0,0045	0,0049	0,0044	0,0418	0,0422	0,0350
0,1	0,0049	0,0008	0,0043	0,0437	0,0455	0,0422	0,2839	0,2821	0,2552
1	0,0892	0,0676	0,0806	0,2934	0,2768	0,2714	0,5884	0,5278	0,5263
2	0,1943	0,1740	0,1831	0,4193	0,3963	0,3944	0,6553	0,5981	0,5965
4	0,3505	0,3390	0,3423	0,5415	0,5250	0,5242	0,7242	0,6811	0,6793
7	0,4748	0,4698	0,4718	0,6260	0,6167	0,6160	0,7729	0,7409	0,7390
10	0,5342	0,5317	0,5337	0,6657	0,6594	0,6586	0,7959	0,7687	0,7668
30	0,5979	0,5973	0,5995	0,7081	0,7047	0,7039	0,8204	0,7982	0,7962
50	0,5990	0,5984	0,6006	0,7089	0,7054	0,7046	0,8208	0,7987	0,7967
100	/	/	/	/	/	/	/	/	/
150	/	/	/	/	/	/	/	/	/
300	/	/	/	/	/	/	/	/	/

TABLEAU II 4

Albédo plan dans le cas de la diffusion de Mie ($\alpha = 2$).

Comparaison entre les valeurs exactes et calculées, suivant que l'on tient compte ou non de χ.

$\bar{\omega}_o = 0,9$ $\rho_s = 0$

	$\mu_o = 1$			$\mu_o = 0,5$			$\mu_o = 0,1$		
$\tilde{\tau}_1$	Exact	Approché $\chi = o$	Approché $\chi \neq o$	Exact	Approché $\chi = o$	Approché $\chi \neq o$	Exact	Approché $\chi = o$	Approché $\chi \neq o$
0,01	0,0003	- 0,0002	0,0002	0,0041	0,0042	0,0038	0,0379	0,0371	0,0314
0,1	0,0042	- 0,0007	0,0025	0,0385	0,0385	0,0355	0,2532	0,2461	0,2202
1	0,0623	0,0364	0,0495	0,2234	0,2124	0,2066	0,4848	0,4369	0,4264
2	0,1169	0,0902	0,1022	0,2889	0,2774	0,2737	0,5158	0,4711	0,4599
4	0,1691	0,1466	0,1570	0,3267	0,3199	0,3167	0,5350	0,4963	0,4847
7	0,1874	0,1661	0,1766	0,3374	0,3321	0,3290	0,5407	0,5037	0,4920
10	0,1900	0,1687	0,1794	0,3388	0,3337	0,3305	0,5414	0,5047	0,4930
30	0,1904	0,1691	0,1798	0,3391	0,3340	0,3308	0,5416	0,5048	0,4931
50	/	/	/	/	/	/	/	/	/
100	/	/	/	/	/	/	/	/	/
150	/	/	/	/	/	/	/	/	/
300	/	/	/	/	/	/	/	/	/

TABLEAU II 5

$\bar{\omega}_o = 0,85$ $\rho_s = 0$

	$\mu_o = 1$			$\mu_o = 0,5$			$\mu_o = 0,1$		
$\tilde{\tau}_1$	Exact	Approché $\chi = o$	Approché $\chi \neq o$	Exact	Approché $\chi = o$	Approché $\chi \neq o$	Exact	Approché $\chi = o$	Approché $\chi \neq o$
0,01	0,0003	- 0,0002	0,0001	0,0039	0,0038	0,0034	0,0357	0,0344	0,0291
0,1	0,0038	- 0,0010	0,0018	0,0358	0,0349	0,0322	0,2363	0,2273	0,2022
1	0,0511	0,0239	0,0369	0,1927	0,1837	0,1781	0,4364	0,3939	0,3801
2	0,0895	0,0606	0,0734	0,2391	0,2306	0,2267	0,4569	0,4169	0,4026
4	0,1197	0,0929	0,1051	0,2601	0,2548	0,2512	0,4670	0,4305	0,4160
7	0,1273	0,1008	0,1132	0,2642	0,2595	0,2560	0,4690	0,4333	0,4186
10	0,1280	0,1015	0,1139	0,2645	0,2598	0,2564	0,4692	0,4335	0,4188
30	/	/	/	0,2646	0,2599	/	/	/	/
50	/	/	/	/	/	/	/	/	/
100	/	/	/	/	/	/	/	/	/
150	/	/	/	/	/	/	/	/	/
300	/	/	/	/	/	/	/	/	/

TABLEAU II 6

Albédo plan dans le cas de la diffusion de Mie ($\alpha = 2$).

Comparaison entre les valeurs exactes et calculées, suivant que l'on tient compte ou non de χ.

$\bar{\omega}_o = 0,8$ $\rho_s = 0$

	$\mu_o = 1$			$\mu_o = 0,5$			$\mu_o = 0,1$		
$\tilde{\tau}_1$	Exact	Approché $\chi = o$	Approché $\chi \neq o$	Exact	Approché $\chi = o$	Approché $\chi \neq o$	Exact	Approché $\chi = o$	Approché $\chi \neq o$
0,01	0,0003	- 0,0003	0,0001	0,0036	0,0034	0,0031	0,0336	0,0318	0,0268
0,1	0,0035	- 0,0019	0,0011	0,0331	0,0316	0,0291	0,2198	0,2093	0,1853
1	0,0419	0,0140	0,0268	0,1663	0,1588	0,1536	0,3929	0,3550	0,3390
2	0,0690	0,0387	0,0520	0,1995	0,1930	0,1891	0,4065	0,3705	0,3541
4	0,0870	0,0575	0,0707	0,2116	0,2071	0,2035	0,4119	0,3781	0,3615
7	0,0903	0,0609	0,0743	0,2132	0,2090	0,2055	0,4127	0,3791	0,3625
10	0,0905	0,0612	0,0745	0,2133	0,2091	0,2056	0,4128	0,3792	0,3626
30	/	/	/	/	/	/	/	/	/
50	/	/	/	/	/	/	/	/	/
100	/	/	/	/	/	/	/	/	/
150	/	/	/	/	/	/	/	/	/
300	/	/	/	/	/	/	/	/	/

TABLEAU II 7

Albédo plan dans le cas de la diffusion de Mie ($\alpha = 2$).

Comparaison entre les valeurs exactes et calculées, suivant que l'on tient compte ou non de χ.

$\bar{\omega}_o = 0{,}99999 \qquad \rho_s = 0$

	$\mu_o = 1$			$\mu_o = 0{,}5$			$\mu_o = 0{,}1$		
$\tilde{\tau}_1$	Exact	Approché $\chi = o$	Approché $\chi \neq o$	Exact	Approché $\chi = o$	Approché $\chi \neq o$	Exact	Approché $\chi = o$	Approché $\chi \neq o$
1	0,0434	0,0006	0,0436	0,1551	0,1732	0,1444	0,5282	0,4792	0,4553
2	0,0906	0,0388	0,0911	0,2672	0,2693	0,2452	0,6031	0,5271	0,5253
4	0,1850	0,1451	0,1853	0,4061	0,3871	0,3783	0,6782	0,5982	0,5980
7	0,3100	0,2902	0,3085	0,5226	0,5010	0,4994	0,7412	0,6721	0,6720
10	0,4081	0,3981	0,4060	0,5968	0,5780	0,5783	0,7810	0,7235	0,7234
30	0,7022	0,7042	0,7041	0,7991	0,7928	0,7928	0,8912	0,8641	0,8640
50	0,8013	0,8031	0,8034	0,8661	0,8623	0,8623	0,9271	0,9092	0,9091
100	0,8902	0,8919	0,8922	0,9261	0,9244	0,9244	0,9588	0,9505	0,9505
150	0,9230	0,9248	0,9247	0,9482	0,9468	0,9468	0,9723	0,9654	0,9654
300	0,9570	0,9580	0,9580	0,9708	0,9700	0,9700	0,9845	0,9802	0,9802
400	0,9645	0,9650	0,9650	0,9764	0,9760	0,9757	0,9872	0,9844	0,9844

TABLEAU II 8

$\bar{\omega}_o = 0{,}99999 \qquad \rho_s = 0{,}5$

	$\mu_o = 1$			$\mu_o = 0{,}5$			$\mu_o = 0{,}1$		
$\tilde{\tau}_1$	Exact	Approché $\chi = o$	Approché $\chi \neq o$	Exact	Approché $\chi = o$	Approché $\chi \neq o$	Exact	Approché $\chi = o$	Approché $\chi \neq o$
1	0,4881	0,4747	0,4973	0,5490	0,5654	0,5503	0,7472	0,7264	0,7137
2	0,4912	0,4727	0,5013	0,5902	0,5989	0,5859	0,7793	0,7404	0,7395
4	0,5110	0,4967	0,5204	0,6442	0,6393	0,6340	0,8061	0,7634	0,7633
7	0,5545	0,5477	0,5595	0,6911	0,6821	0,6811	0,8325	0,7911	0,7911
10	0,5958	0,5938	0,5989	0,7244	0,7154	0,7152	0,8500	0,8129	0,8129
30	0,7584	0,7604	0,7604	0,8362	0,8323	0,8322	0,9123	0,8897	0,8897
50	0,8262	0,8298	0,8298	0,8841	0,8808	0,8808	0,9365	0,9216	0,9216
100	0,8982	0,9003	0,9004	0,9314	0,9302	0,9302	0,9624	0,9541	0,9541
150	0,9261	0,9286	0,9286	0,9512	0,9500	0,9500	0,9712	0,9671	0,9671
300	0,9574	0,9586	0,9586	0,9704	0,9710	0,9710	0,9844	0,9809	0,9809
400	0,9640	0,9658	0,9658	0,9761	0,9760	0,9760	0,9863	0,9842	0,9842

TABLEAU II 9

Albédo plan dans le cas de la diffusion par de grosses particules.

Comparaison entre les valeurs exactes et calculées, suivant que l'on tient compte ou non de χ.

$\bar{\omega}_o = 0,9999$ $\rho_s = 0$

	$\mu_o = 1$			$\mu_o = 0,5$			$\mu_o = 0,1$		
$\tilde{\tau}_1$	**Exact**	Approché $\chi = o$	Approché $\chi \neq o$	Exact	Approché $\chi = o$	Approché $\chi \neq o$	Exact	Approché $\chi = o$	Approché $\chi \neq o$
1	0,0434	0,0006	0,0436	0,1550	0,1730	0,1443	0,5281	0,4792	0,4551
2	0,0906	0,0388	0,0910	0,2671	0,2693	0,2450	0,6022	0,5271	0,5249
4	0,1852	0,1452	0,1851	0,4045	0,3871	0,3780	0,6771	0,5982	0,5976
7	0,3092	0,2895	0,3081	0,5243	0,5000	0,4988	0,7410	0,6720	0,6714
10	0,4075	0,3973	0,4052	0,5962	0,5783	0,5774	0,7800	0,7222	0,7222
30	0,6983	0,7000	0,7006	0,7971	0,7900	0,7899	0,8892	0,8621	0,8621
50	0,7941	0,7971	0,7971	0,8610	0,8572	0,8574	0,9251	0,9060	0,9060
100	0,8762	0,8788	0,8788	0,9162	0,9151	0,9151	0,9531	0,9444	0,9444
150	0,9020	0,9053	0,9053	0,9346	0,9333	0,9333	0,9644	0,9561	0,9561
300	0,9225	0,9241	0,9241	0,9463	0,9461	0,9461	0,9700	0,9652	0,9652
400	0,9241	0,9260	0,9260	0,9470	0,9483	0,9483	0,9712	0,9652	0,9652

TABLEAU II 10

$\bar{\omega}_o = 0,9999$ $\rho_s = 0,5$

	$\mu_o = 1$			$\mu_o = 0,5$			$\mu_o = 0,1$		
$\tilde{\tau}_1$	**Exact**	Approché $\chi = o$	Approché $\chi \neq o$	Exact	Approché $\chi = o$	Approché $\chi \neq o$	Exact	Approché $\chi = o$	Approché $\chi \neq o$
1	0,4880	0,4746	0,4972	0,5473	0,5652	0,5501	0,7472	0,7261	0,7133
2	0,4911	0,4720	0,5010	0,5892	0,5980	0,5855	0,7778	0,7400	0,7390
4	0,5114	0,4963	0,5198	0,6440	0,6392	0,6333	0,8060	0,7633	0,7626
7	0,5532	0,5462	0,5584	0,6900	0,6808	0,6799	0,8313	0,7900	0,7900
10	0,5943	0,5921	0,5973	0,7242	0,7140	0,7137	0,8502	0,8119	0,8119
30	0,7542	0,7556	0,7558	0,8322	0,8286	0,8285	0,9083	0,8872	0,8872
50	0,8200	0,8222	0,8222	0,8777	0,8751	0,8751	0,9333	0,9178	0,9178
100	0,8842	0,8859	0,8859	0,9200	0,9196	0,9195	0,9545	0,9470	0,9470
150	0,9065	0,9076	0,9076	0,9355	0,9350	0,9350	0,9641	0,9751	0,9751
300	0,9242	0,9241	0,9241	0,9452	0,9465	0,9465	0,9720	0,9647	0,9647
400	0,9256	0,9250	0,9260	0,9481	0,9477	0,9476	0,9777	0,9655	0,9655

TABLEAU II 11

Albédo plan dans le cas de la diffusion par de grosses particules.

Comparaison entre les valeurs axactes et calculées, suivant que l'on tient compte ou non de χ.

$\bar{\omega}_o = 0,999$ $\rho_s = 0$

	$\mu_o = 1$			$\mu_o = 0,5$			$\mu_o = 0,1$		
$\tilde{\tau}_1$	Exact	Approché $\chi = o$	Approché $\chi \neq o$	Exact	Approché $\chi = o$	Approché $\chi \neq o$	Exact	Approché $\chi = o$	Approché $\chi \neq o$
1	0,0433	0,0004	0,0433	0,1555	0,1724	0,1437	0,5270	0,4779	0,4529
2	0,0900	0,0381	0,0903	0,2653	0,2676	0,2437	0,6000	0,5249	0,5220
4	0,1831	0,1435	0,1833	0,4010	0,3843	0,3749	0,6411	0,5950	0,5934
7	0,3054	0,2841	0,3037	0,5263	0,4952	0,4930	0,7348	0,6671	0,6654
10	0,4000	0,3888	0,3976	0,5864	0,5698	0,5688	0,7732	0,7160	0,7142
30	0,6463	0,6658	0,6680	0,7671	0,7635	0,7626	0,8710	0,8431	0,8410
50	0,7375	0,7385	0,7409	0,8160	0,8142	0,8133	0,8974	0,8764	0,8743
100	0,7780	0,7783	0,7809	0,8422	0,8421	0,8411	0,9122	0,8947	0,8925
150	0,7827	0,7829	0,7855	0,8455	0,8452	0,8442	0,9144	0,8968	0,8946
300	0,7834	0,7835	0,7861	0,8460	0,8457	0,8447	0,9144	0,8971	0,8949
400	0,7834	0,7835	0,7861	0,8460	0,8457	0,8447	0,9144	0,8971	0,8949

TABLEAU II 12

$\bar{\omega}_o = 0,999$ $\rho_s = 0,5$

	$\mu_o = 1$			$\mu_o = 0,5$			$\mu_o = 0,1$		
$\tilde{\tau}_1$	Exact	Approché $\chi = o$	Approché $\chi \neq o$	Exact	Approché $\chi = o$	Approché $\chi \neq o$	Exact	Approché $\chi = o$	Approché $\chi \neq o$
1	0,4870	0,4730	0,4957	0,5462	0,5632	0,5480	0,7440	0,7235	0,7094
2	0,4882	0,4690	0,4979	0,5864	0,5969	0,5815	0,7723	0,7364	0,7337
4	0,5052	0,4890	0,5136	0,6351	0,6321	0,6262	0,8000	0,7573	0,7554
7	0,5425	0,5340	0,5476	0,6783	0,6705	0,6688	0,8232	0,7822	0,7802
10	0,5783	0,5751	0,5819	0,7150	0,6999	0,6989	0,8383	0,8014	0,7994
30	0,7100	0,7105	0,7128	0,7983	0,7947	0,7938	0,8888	0,8636	0,8614
50	0,7541	0,7542	0,7567	0,8294	0,8242	0,8243	0,9025	0,8837	0,8815
100	0,7999	0,7800	0,7826	0,8444	0,8432	0,8423	0,9123	0,8955	0,8933
150	0,7825	0,7831	0,7857	0,8460	0,8454	0,8444	0,9132	0,8969	0,8947
300	0,7830	0,7835	0,7858	0,8462	0,8457	0,8447	0,9135	0,8971	0,8949
400	0,7830	0,7835	0,7858	0,8462	0,8457	0,8447	0,9135	0,8971	0,8949

TABLEAU II 13

Albédo plan dans le cas de la diffusion par de grosses particules.

Comparaison entre les valeurs exactes et calculées, suivant que l'on tient compte ou non de χ.

$\bar{\omega}_o = 0{,}99 \qquad \rho_s = 0$

	$\mu_o = 1$			$\mu_o = 0{,}5$			$\mu_o = 0{,}1$		
$\tilde{\tau}_1$	Exact	Approché $\chi = o$	Approché $\chi \neq o$	Exact	Approché $\chi = o$	Approché $\chi \neq o$	Exact	Approché $\chi = o$	Approché $\chi \neq o$
1	0,0422	-0,002	0,0409	0,1491	0,1664	0,1379	0,5084	0,4647	0,4324
2	0,0862	0,0322	0,0842	0,2513	0,2550	0,2307	0,5752	0,5075	0,4339
4	0,1690	0,1237	0,1663	0,3693	0,3581	0,3463	0,6358	0,5682	0,5545
7	0,2683	0,2385	0,2643	0,4588	0,4471	0,4409	0,6844	0,6254	0,6104
10	0,3364	0,3137	0,3325	0,5073	0,4999	0,4943	0,7100	0,6596	0,6439
30	0,4600	0,4419	0,4594	0,5863	0,5878	0,5819	0,7521	0,7165	0,6998
50	0,4682	0,4500	0,4677	0,5925	0,5933	0,5874	0,7544	0,7201	0,7033
100	0,4685	0,4505	0,4683	0,5928	0,5936	0,5878	0,7546	0,7203	0,7035
150	/	/	/	/	/	/	/	/	/
300	/	/	/	/	/	/	/	/	/
400	/	/	/	/	/	/	/	/	/

TABLEAU II 14

$\bar{\omega}_o = 0{,}99 \qquad \rho_s = 0{,}5$

	$\mu_o = 1$			$\mu_o = 0{,}5$			$\mu_o = 0{,}1$		
$\tilde{\tau}_1$	Exact	Approché $\chi = o$	Approché $\chi \neq o$	Exact	Approché $\chi = o$	Approché $\chi \neq o$	Exact	Approché $\chi = o$	Approché $\chi \neq o$
1	0,4752	0,4577	0,4808	0,5262	0,5435	0,5278	0,7140	0,6980	0,6716
2	0,4620	0,4377	0,4686	0,5473	0,5595	0,5443	0,7313	0,7015	0,6841
4	0,4531	0,4266	0,4567	0,5681	0,5711	0,5614	0,7423	0,7060	0,6892
7	0,4530	0,4303	0,4536	0,5800	0,5789	0,5723	0,7485	0,7108	0,6941
10	0,4572	0,4365	0,4561	0,5842	0,5839	0,5778	0,7500	0,7140	0,6972
30	0,4670	0,4496	0,4673	0,5926	0,5929	0,5871	0,7544	0,7199	0,7031
50	0,4692	0,4504	0,4683	0,5929	0,5936	0,5877	0,7546	0,7203	0,7035
100	/	/	/	/	/	/	/	/	/
150	/	/	/	/	/	/	/	/	/
300	/	/	/	/	/	/	/	/	/
400	/	/	/	/	/	/	/	/	/

TABLEAU II 15

Albédo plan dans le cas de la diffusion par de grosses particules.

Comparaison entre les valeurs exactes et calculées, suivant que l'on tient compte ou non de χ.

$\bar{\omega}_o = 0,9 \qquad \rho_s = 0$

	$\mu_o = 1$			$\mu_o = 0,5$			$\mu_o = 0,1$		
$\tilde{\tau}_1$	Exact	Approché $\chi = 0$	Approché $\chi \neq 0$	Exact	Approché $\chi = 0$	Approché $\chi \neq 0$	Exact	Approché $\chi = 0$	Approché $\chi \neq 0$
1	0,0329	-0,0153	0,0244	0,1047	0,1185	0,0958	0,3723	0,3554	0,2862
2	0,0583	-0,0062	0,0449	0,1522	0,1633	0,1427	0,3961	0,3726	0,3070
4	0,0886	0,0180	0,0717	0,1850	0,1953	0,1797	0,4100	0,3883	0,3211
7	0,1062	0,0348	0,0882	0,1973	0,2075	0,1934	0,4152	0,3952	0,3273
10	0,1111	0,0392	0,0928	0,1994	0,2101	0,1962	0,4163	0,3967	0,3286
30	0,1133	0,0405	0,0945	0,2000	0,2109	0,1970	0,4165	0,3971	0,3290
50	/	/	/	/	/	/	/	/	/
100	/	/	/	/	/	/	/	/	/
150	/	/	/	/	/	/	/	/	/
300	/	/	/	/	/	/	/	/	/
400	/	/	/	/	/	/	/	/	/

TABLEAU II 16

$\bar{\omega}_o = 0,9 \qquad \rho_s = 0,5$

	$\mu_o = 1$			$\mu_o = 0,5$			$\mu_o = 0,1$		
$\tilde{\tau}_1$	Exact	Approché $\chi = 0$	Approché $\chi \neq 0$	Exact	Approché $\chi = 0$	Approché $\chi \neq 0$	Exact	Approché $\chi = 0$	Approché $\chi \neq 0$
1	0,3670	0,3347	0,3648	0,3710	0,3871	0,3740	0,4872	0,4977	0,4116
2	0,2812	0,2247	0,2712	0,2988	0,3178	0,3014	0,4573	0,4583	0,3792
4	0,1854	0,1100	0,1672	0,2347	0,2498	0,2342	0,4310	0,4194	0,3477
7	0,1323	0,0559	0,1126	0,2080	0,2193	0,2051	0,4192	0,4019	0,3332
10	0,1180	0,0438	0,0988	0,2021	0,2127	0,1988	0,4168	0,3981	0,3300
30	0,1134	0,0404	0,0945	0,2000	0,2109	0,1970	0,4162	0,3971	0,3290
50	/	/	/	/	/	/	/	/	/
100	/	/	/	/	/	/	/	/	/
150	/	/	/	/	/	/	/	/	/
300	/	/	/	/	/	/	/	/	/
400	/	/	/	/	/	/	/	/	/

TABLEAU II 17

Albédo plan dans le cas de la diffusion par de grosses particules.

Comparaison entre les valeurs exactes et calculées, suivant que l'on tient compte ou non de χ.

$\bar{\omega}_o = 0,85$ $\rho_s = 0$

	$\mu_o = 1$			$\mu_o = 0,5$			$\mu_o = 0,1$		
$\tilde{\tau}_1$	Exact	Approché $\chi = 0$	Approché $\chi \neq 0$	Exact	Approché $\chi = 0$	Approché $\chi \neq 0$	Exact	Approché $\chi = 0$	Approché $\chi \neq 0$
1	0,0287	-0,0193	0,0188	0,0872	0,0989	0,0801	0,3172	0,3085	0,2339
2	0,0476	-0,0167	0,0329	0,1182	0,1302	0,1133	0,3310	0,3190	0,2459
4	0,0665	-0,0056	0,0482	0,1375	0,1477	0,1342	0,3382	0,3267	0,2527
7	0,0745	0,0005	0,0551	0,1410	0,1522	0,1395	0,3390	0,3290	0,2548
10	0,0760	0,0015	0,0564	0,1422	0,1528	0,1402	0,3405	0,3293	0,2551
30	0,0763	0,0017	0,0566	0,1423	0,1529	0,1403	0,3408	0,3294	0,2552
50	/	/	/	/	/	/	/	/	/
100	/	/	/	/	/	/	/	/	/
150	/	/	/	/	/	/	/	/	/
300	/	/	/	/	/	/	/	/	/
400	/	/	/	/	/	/	/	/	/

TABLEAU II 18

$\bar{\omega}_o = 0,85$ $\rho_s = 0,5$

	$\mu_o = 1$			$\mu_o = 0,5$			$\mu_o = 0,1$		
$\tilde{\tau}_1$	Exact	Approché $\chi = 0$	Approché $\chi \neq 0$	Exact	Approché $\chi = 0$	Approché $\chi \neq 0$	Exact	Approché $\chi = 0$	Approché $\chi \neq 0$
1	0,3210	0,2842	0,3172	0,3092	0,3243	0,3135	0,4020	0,4182	0,3239
2	0,2183	0,1563	0,2061	0,2222	0,2392	0,2253	0,3691	0,3753	0,2902
4	0,1243	0,0455	0,1036	0,1625	0,1753	0,1616	0,3473	0,3412	0,2646
7	0,0852	0,0079	0,0644	0,1453	0,1561	0,1431	0,3412	0,3312	0,2565
10	0,0782	0,0026	0,0578	0,1423	0,1535	0,1407	0,3405	0,3300	0,2554
30	0,0761	0,0018	0,0566	0,1421	0,1532	0,1403	0,3400	0,3290	0,2552
50	/	/	/	/	/	/	/	/	/
100	/	/	/	/	/	/	/	/	/
150	/	/	/	/	/	/	/	/	/
300	/	/	/	/	/	/	/	/	/
400	/	/	/	/	/	/	/	/	/

TABLEAU II 19

Albédo plan dans le cas de la diffusion par de grosses particules.

Comparaison entre les valeurs exactes et calculées , suivant que l'on tient compte ou non de χ.

$\omega_o = 0,8$ $\rho_s = 0$

	$\mu_o = 1$			$\mu_o = 0,5$			$\mu_o = 0,1$		
$\tilde{\tau}_1$	Exact	Approché $\chi = 0$	Approché $\chi \neq 0$	Exact	Approché $\chi = 0$	Approché $\chi \neq 0$	Exact	Approché $\chi = 0$	Approché $\chi \neq 0$
1	0,0251	-0,0218	0,0147	0,0725	0,0829	0,0676	0,2712	0,2687	0,1936
2	0,0392	-0,0228	0,0245	0,0945	0,1050	0,0914	0,2800	0,2751	0,2008
4	0,510	-0,0183	0,0335	0,1042	0,1148	0,1036	0,2832	0,2789	0,2042
7	0,0552	-0,0160	0,0365	0,1063	0,1165	0,1057	0,2835	0,2797	0,2049
10	0,0561	-0,0157	0,0369	0,1066	0,1166	0,1059	0,2838	0,2798	0,2050
30	/	/	/	/	/	/	/	/	/
50	/	/	/	/	/	/	/	/	/
100	/	/	/	/	/	/	/	/	/
150	/	/	/	/	/	/	/	/	/
300	/	/	/	/	/	/	/	/	/
400	/	/	/	/	/	/	/	/	/

TABLEAU II 20

$\bar{\omega}_o = 0,8$ $\rho_s = 0,5$

	$\mu_o = 1$			$\mu_o = 0,5$			$\mu_o = 0,1$		
$\tilde{\tau}_1$	Exact	Approché $\chi = 0$	Approché $\chi \neq 0$	Exact	Approché $\chi = 0$	Approché $\chi \neq 0$	Exact	Approché $\chi = 0$	Approché $\chi \neq 0$
1	0,2812	0,2433	0,2774	0,2582	0,2722	0,2645	0,3342	0,3528	0,2590
2	0,1723	0,1088	0,1584	0,1673	0,1823	0,1713	0,3031	0,3119	0,2285
4	0,0864	0,1064	0,0665	0,1181	0,1289	0,1177	0,2883	0,2859	0,2097
7	0,0599	0,0132	0,0402	0,1072	0,1177	0,1069	0,2853	0,2803	0,2054
10	0,0554	-0,0154	0,0373	0,1061	0,1167	0,1060	0,2840	0,2799	0,2051
30	0,0558	-0,0156	0,0369	0,1060	0,1166	0,1059	0,2835	0,2797	0,2050
50	/	/	/	/	/	/	/	/	/
100	/	/	/	/	/	/	/	/	/
150	/	/	/	/	/	/	/	/	/
300	/	/	/	/	/	/	/	/	/
400	/	/	/	/	/	/	/	/	/

TABLEAU II 21

Albédo plan dans le cas de la diffusion par de grosses particules .

Comparaison entre les valeurs exactes et calculées , suivant que l'on tient compte ou non de X.

$\bar{\omega}_o = 0{,}99 \qquad \rho_s = 0 \qquad \tilde{\tau}_1 = 100$

$- 4 \pi F(\tilde{\tau})$ (W/m²/µm)						
	$\mu_o = 1$		$\mu_o = 0{,}4$		$\mu_o = 0{,}1$	
$\tilde{\tau}$	Exact	Approché	Exact	Approché	Exact	Approché
0	0,7767	0,7719	0,2139	0,2168	0,0379	0,0409
12,5	0,0957	0,0951	0,0232	0,0237	0,0039	0,0042
25	0,0111	0,0109	0,0027	0,0027	0,0004	0,0005
37,5	0,0013	0,0013	0,0003	0,0003	0,0000	0,0000
50	0,0001	0,0001	0,0000	0,0000	/	/
62,5	0,0000	0,0000	/	/	/	/
75	/	/	/	/	/	/
87,5	/	/	/	/	/	/
100	/	/	/	/	/	/
$-\phi^{+}(\tilde{\tau})$ (W/m²/µm)						
0	3,1416	3,7340	1,2566	1,0487	0,3142	0,1980
12,5	0,4626	0,4600	0,1121	0,1148	0,0187	0,0205
25	0,0536	0,0530	0,0130	0,0113	0,0022	0,0024
37,5	0,0062	0,0061	0,0015	0,0015	0,0003	0,0003
50	0,0007	0,0007	0,0002	0,0002	0,0000	0,0000
62,5	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	/	/
75	/	/	/	/	/	/
87,5	/	/	/	/	/	/
100	/	/	/	/	/	/

TABLEAU II 22

Flux net et descendant à l'intérieur d'une couche Rayleigh.

Comparaison entre les valeurs exactes et calculées.

$\bar{\omega}_o^1 = 0{,}9998 \qquad \tilde{\tau}_1^1 = 160 \qquad \mu_o = 0{,}1 \qquad \rho_s = 0{,}635$

$\bar{\omega}_o^2 = 1 \qquad \tilde{\tau}_1^2 = 10$

	Flux net $- 4\pi F(\tilde{\tau}^1)$ (W/m²/µm)			Flux descendant $- \phi^{+}(\tilde{\tau}^1)$ (W/m²/µm)		
$\tilde{\tau}^1$	Exact	Approché $\chi = 0$	Approché $\chi \neq 0$	Exact	Approché $\chi = 0$	Approché $\chi \neq 0$
0	0,00923	0,01087	0,01095	0,31416	0,18197	0,18336
10	0,00794	0,00947	0,00947	0,13271	0,15826	0,15822
20	0,00698	0,00832	0,00832	0,11625	0,13865	0,13861
40	0,00539	0,00643	0,00643	0,08910	0,10625	0,10623
60	0,00418	0,00499	0,00499	0,06809	0,08119	0,08117
80	0,00326	0,00389	0,00389	0,05177	0,06172	0,06171
100	0,00256	0,00305	0,00305	0,03902	0,04651	0,04650
120	0,00204	0,00243	0,00243	0,02896	0,03451	0,03450
140	0,00166	0,00198	0,00198	0,02089	0,02489	0,02488
160	0,00139	0,00166	0,00166	0,01427	0,01698	0,01698

TABLEAU II 23

Flux net et descendant à l'intérieur d'un nuage de grosses particules.

Comparaison entre les valeurs exactes et calculées, suivant que l'on tient compte ou non de χ.

λ (μm)	A^*_λ	$\sigma(\lambda)$	$\tilde{\tau}^R_\lambda$ $0 \leqslant z \leqslant 32$ km	$\tilde{\tau}^R_\lambda$ $z > 32$ km	f_λ ($W.m^{-2}.\mu m^{-1}$)	$\beta_1(\lambda)$	k_λ (m^{-1})
0,5012	0,79	0,16	20,30	2,44	3707	2,197	2,62
0,5500	0,84	0,60	14,00	1,67	3287	2,150	2,62
0,5800	0,89	0,70	11,30	1,35	3268	2,115	2,62
0,6264	0,94	0,79	8,33	0,97	3001	2,065	2,62
0,6500	0,94	0,92	7,18	0,87	2886	2,045	2,63
0,6800	0,93	0,98	5,99	0,70	2733	2,030	2,64
0,7297	0,93	0,62	4,52	0,54	2466	2,004	2,67
0,7500	0,92	0,50	4,05	0,48	2351	2,007	2,70
0,7800	0,91	0,25	3,46	0,40	2236	2,012	2,74
0,8000	0,90	0,15	3,13	0,37	2122	2,018	2,78

TABLEAU III 1

Variations, avec la longueur d'onde, des principaux paramètres utilisés.

- $\phi^{\downarrow}_{tot}(32)$ (W/m^2)

ρ_s \ $\tilde{\tau}_1^1$	70	80	90	100	110	120	130
0	5,32	4,30	3,50	2,86			
0,2	5,44	4,40	3,58	2,94	2,42	2,00	
0,3	5,52	4,47	3,64	2,98	2,46	2,04	
0,4	5,62	4,56	3,72	3,05	2,51	2,08	1,73
0,5	5,77	4,68	3,82	3,14	2,59	2,15	1,79
0,6		4,85	3,97	3,26	2,69	2,24	1,86
0,7		5,11	4,19	3,45	2,86	2,37	1,98

- $\phi^{\downarrow}_{tot}(sol)$ (W/m^2)

ρ_s \ $\tilde{\tau}_1^1$	70	80	90	100	110	120	130
0	0,83	0,68	0,55	0,46	0,38		
0,2	1,02	0,83	0,68	0,56	0,46	0,39	
0,3	1,16	0,94	0,77	0,64	0,53	0,44	
0,4	1,33	1,08	0,89	0,73	0,61	0,50	0,42
0,5	1,56	1,27	1,04	0,86	0,71	0,59	0,50
0,6		1,54	1,27	1,05	0,87	0,72	0,60
0,7		1,96	1,61	1,33	1,11	0,92	0,77

TABLEAU III 2

Flux descendant total calculé, à 32 km et au sol.

$\tilde{\tau}_1^1 = 110$

ρ_s / $\lambda(\mu m)$	0,7	0,4	0
0,5012	0,9972367	0,9972367	0,9972368
0,5500	0,9983924	0,9983926	0,9983926
0,5800	0,9992491	0,9992499	0,9992503
0,6264	0,9997879	0,9997919	0,9997937
0,6500	0,9997844	0,9997886	0,9997904
0,6800	0,9996896	0,9996929	0,9996945
0,7297	0,9996823	0,9996858	0,9996874
0,7500	0,9995755	0,9995782	0,9995794
0,7800	0,9994559	0,9994580	0,9994590
0,8000	0,9993227	0,9993242	0,9993250

$\tilde{\tau}_1^1 = 90$

ρ_s / $\lambda(\mu m)$	0,7	0,4	0
0,5012	0,9972356	0,9972356	0,9972357
0,5500	0,9983899	0,9983904	0,9983906
0,5800	0,9992466	0,9992489	0,9992499
0,6264	0,9997982	0,9998060	0,9998096
0,6500	0,9997962	0,9998045	0,9998083
0,6800	0,9996993	0,9997065	0,9997099
0,7297	0,9996939	0,9997017	0,9997053
0,7500	0,9995843	0,9995909	0,9995940
0,7800	0,9994628	0,9994684	0,9994711
0,8000	0,9993278	0,9993324	0,9993346

TABLEAU III 3

Albédo de diffusion simple des particules en fonction de la longueur d'onde.

$\rho_s = 0,38 \qquad \tilde{\tau}_1^1 = 94$

λ (µm)	0,3200	0,3600	0,3900	0,4200	0,4600	0,5012	0,5500	0,5800	0,6264	0,6500	0,6800	0,7297	0,7500	0,7800	0,8000
$-\phi_\lambda^{\downarrow}(32)$ (W/m^2/µm)	$3,62\ 10^{-4}$	$3,48\ 10^{-3}$	$1,07\ 10^{-2}$	$2,14\ 10^{-1}$	3,01	3,47	7,09	16,63	29,49	25,60	18,41	13,91	10,64	7,96	6,09
$+\phi_\lambda^{\uparrow}(32)$ (W/m^2/µm)	$3,59\ 10^{-4}$	$3,42\ 10^{-3}$	$1,04\ 10^{-2}$	$2,08\ 10^{-1}$	2,88	3,27	6,50	15,02	25,81	22,04	15,42	11,16	8,38	6,09	4,57
$-\phi_\lambda^{\downarrow}(\mathrm{sol})$ (W/m^2/µm)	$6,14\ 10^{-6}$	$9,71\ 10^{-5}$	$4,25\ 10^{-4}$	$1,05\ 10^{-2}$	$2,12\ 10^{-1}$	$3,42\ 10^{-1}$	$9,71\ 10^{-1}$	2,73	6,21	6,06	4,98	4,58	3,77	3,11	2,53
$\dfrac{\phi_\lambda^{\uparrow}(32)}{\phi_\lambda^{\downarrow}(32)}\ 10^2$	99	98,4	97,7	97,2	95,6	94,2	91,6	90	87,5	86	83,6	80	78,7	76,5	75
$\dfrac{\phi_\lambda^{\downarrow}(\mathrm{sol})}{\phi_\lambda^{\downarrow}(32)}\ 10^2$	1,7	2,8	4	4,9	7	9,8	13,6	16,4	21	24	27	33	35	39	41,5

TABLEAU III 4

Répartition spectrale des flux, de 0,32 µm à 0,80 µm.

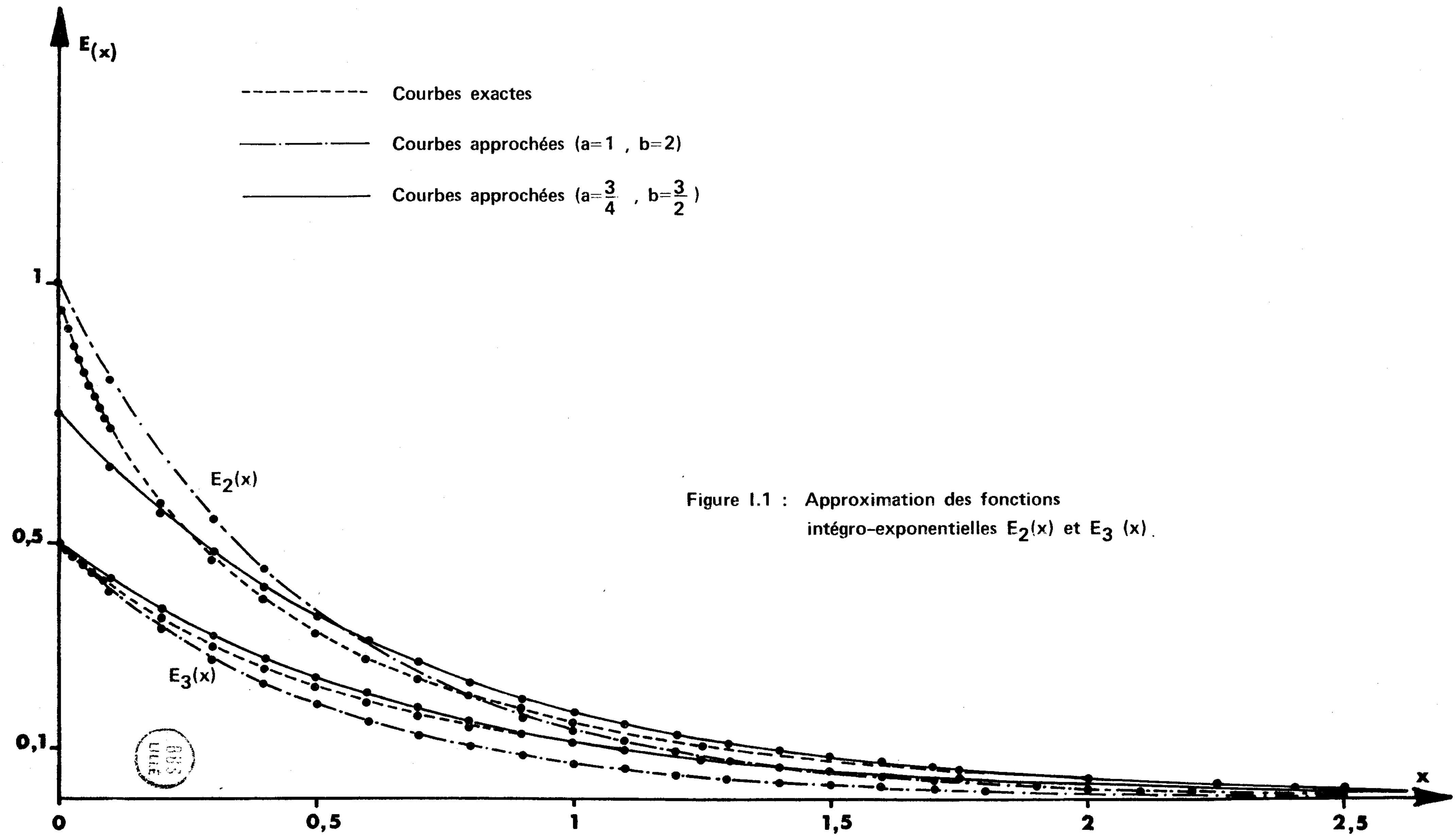


Figure I.1 : Approximation des fonctions intégro-exponentielles $E_2(x)$ et $E_3(x)$.

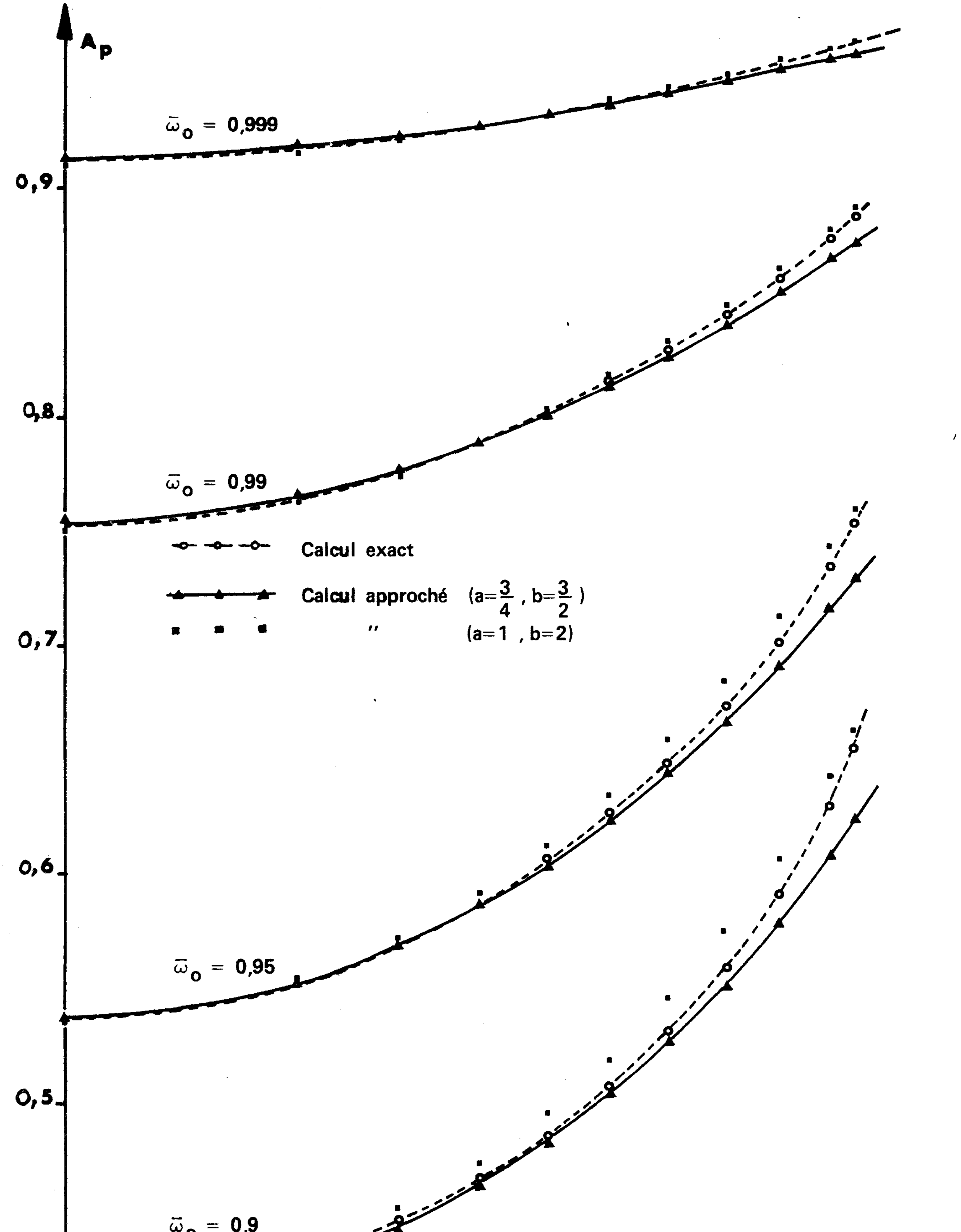


Figure II.1 : Calcul de l'albédo plan en fonction de l'angle d'incidence pour une couche Rayleigh semi-infinie.

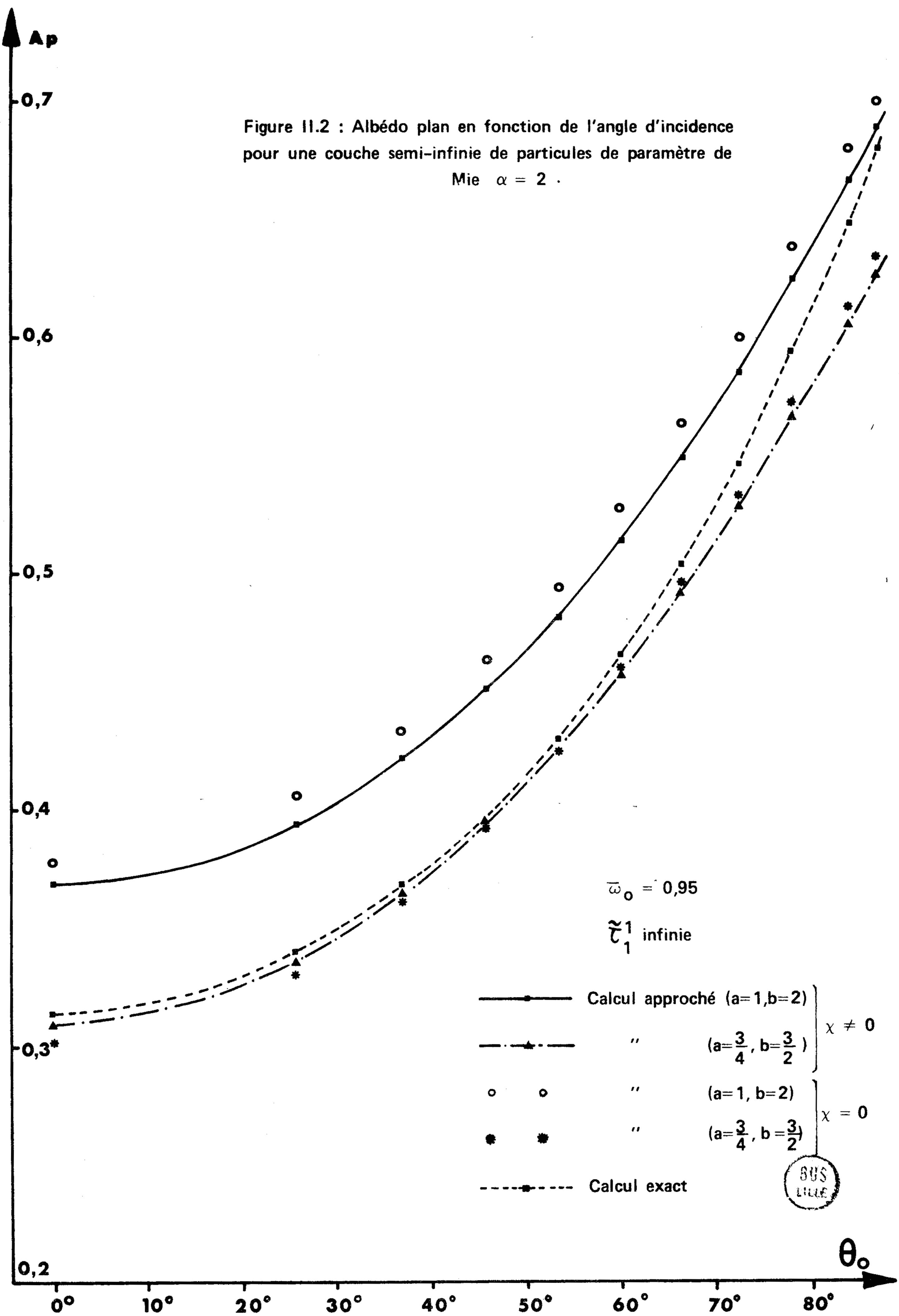


Figure II.2 : Albédo plan en fonction de l'angle d'incidence pour une couche semi-infinie de particules de paramètre de Mie $\alpha = 2$.

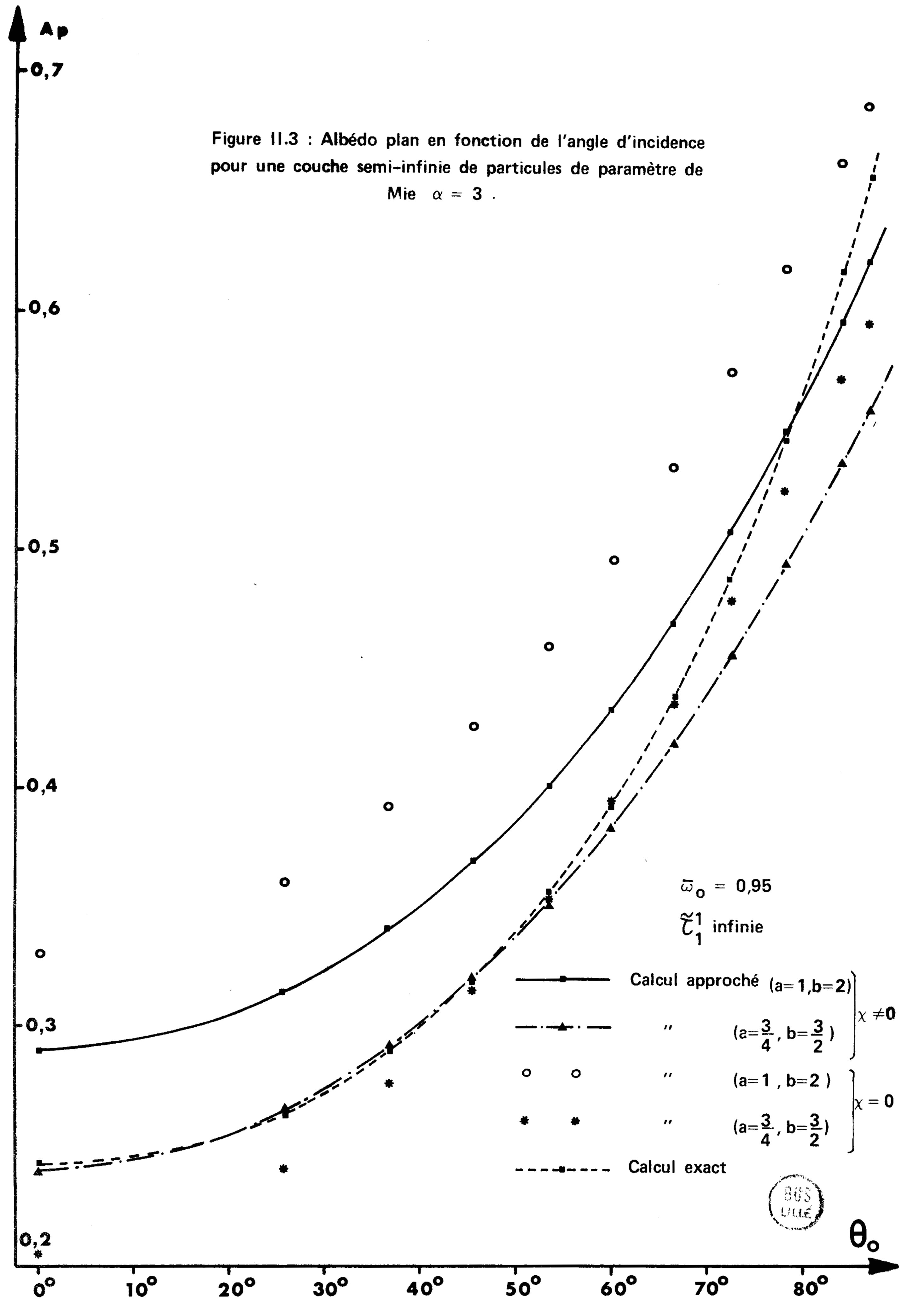


Figure II.3 : Albédo plan en fonction de l'angle d'incidence pour une couche semi-infinie de particules de paramètre de Mie $\alpha = 3$.

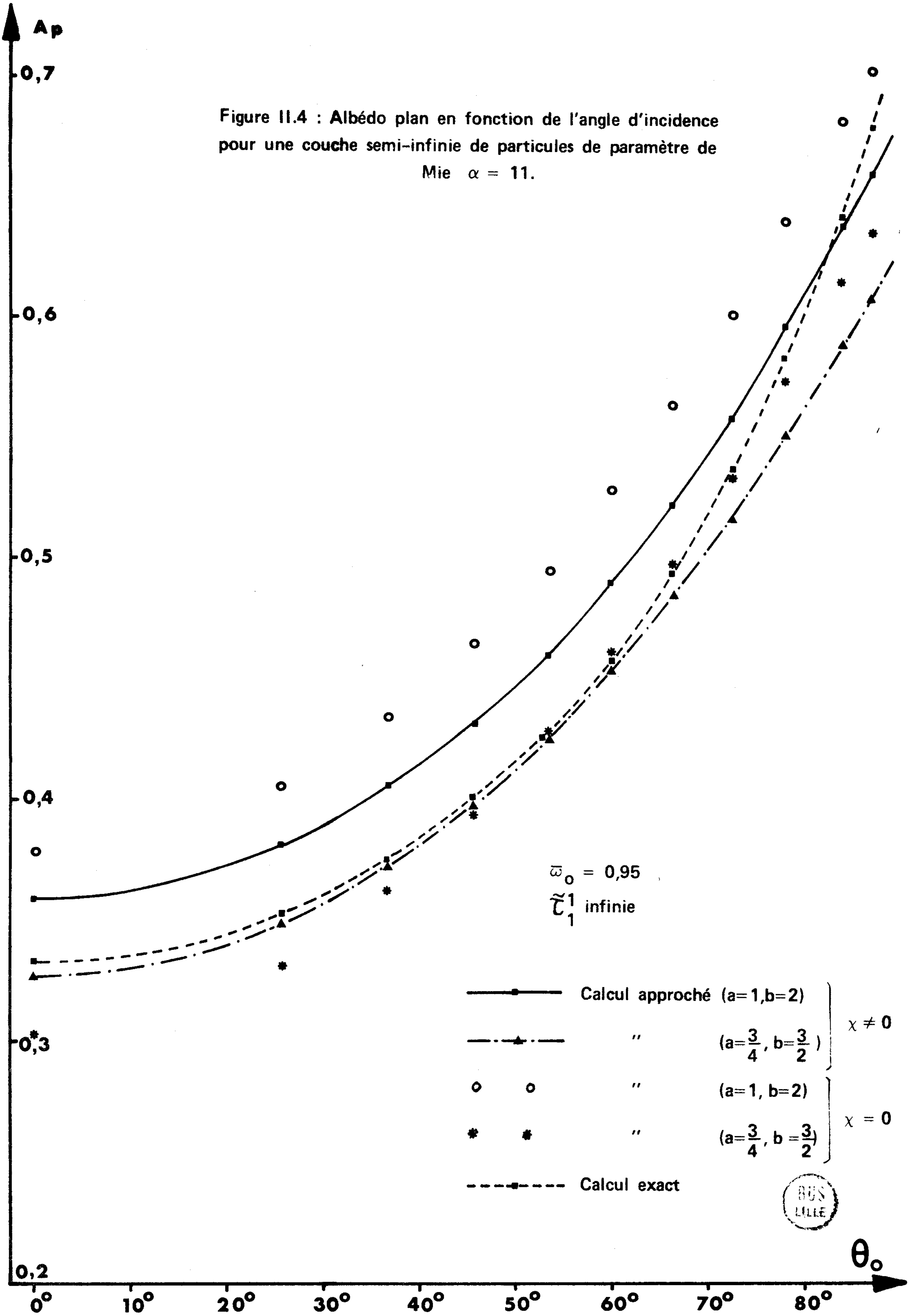


Figure II.4 : Albédo plan en fonction de l'angle d'incidence pour une couche semi-infinie de particules de paramètre de Mie α = 11.

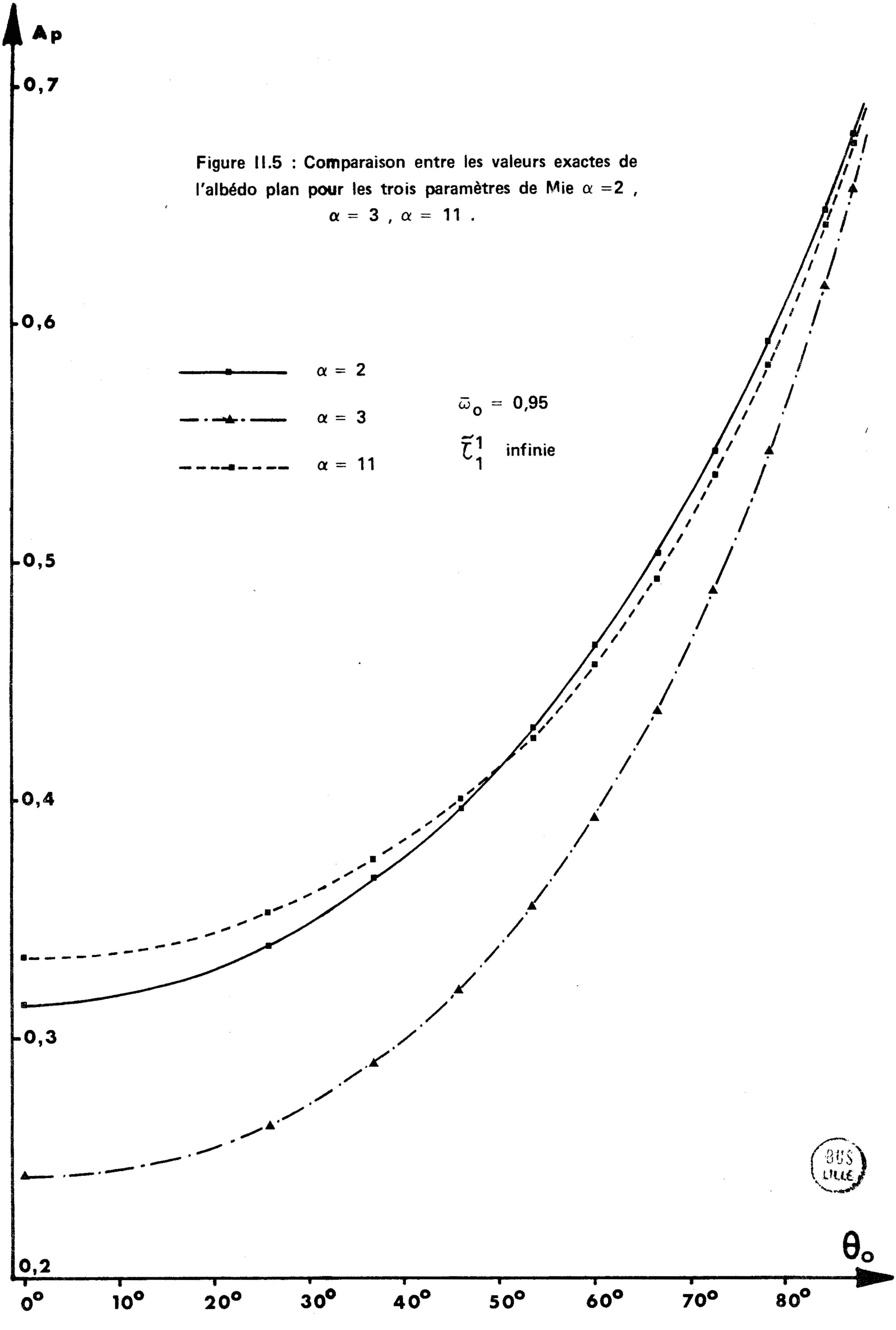


Figure II.5 : Comparaison entre les valeurs exactes de l'albédo plan pour les trois paramètres de Mie α = 2 , α = 3 , α = 11 .

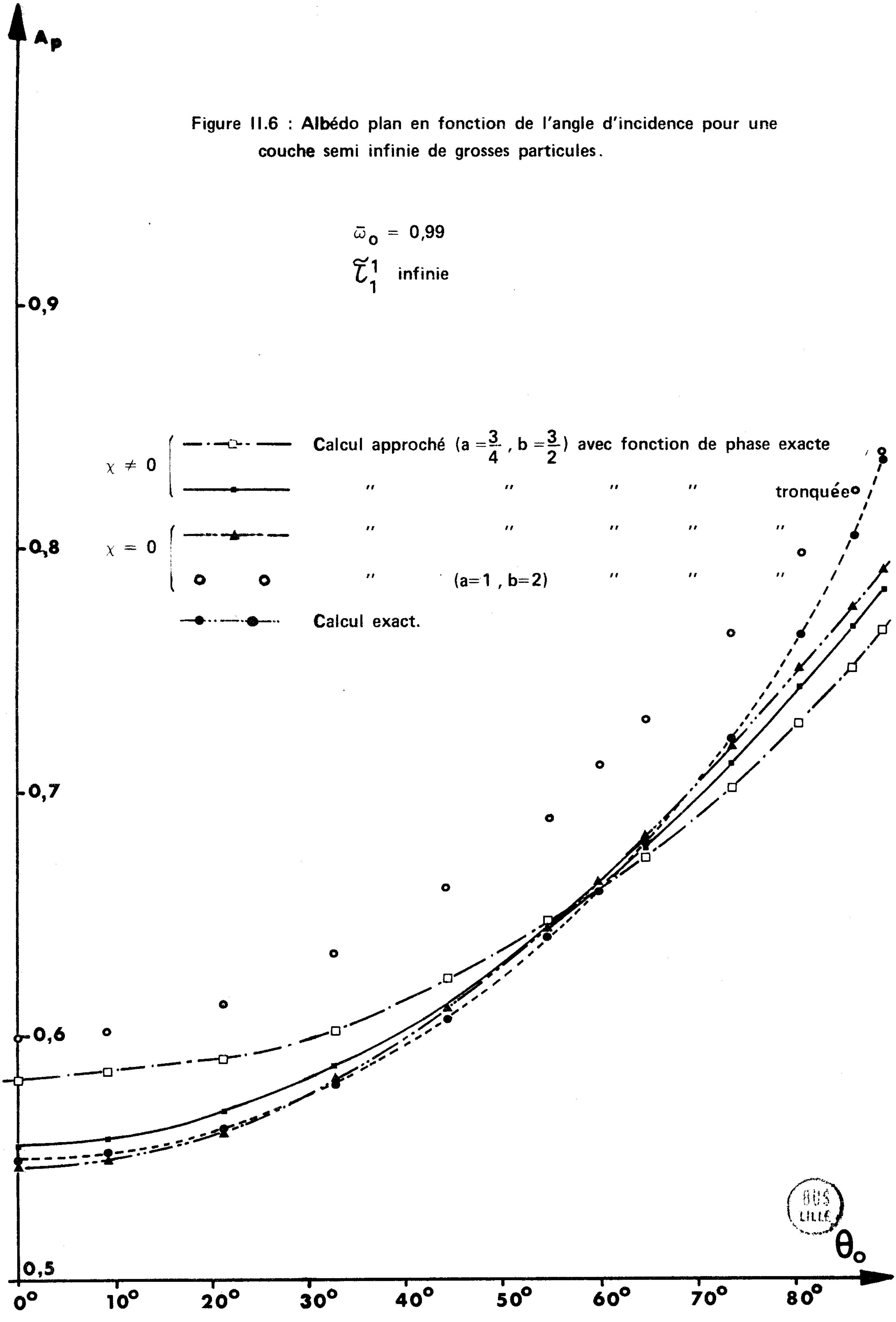


Figure II.6 : **Albédo plan en fonction de l'angle d'incidence pour une couche semi infinie de grosses particules.**

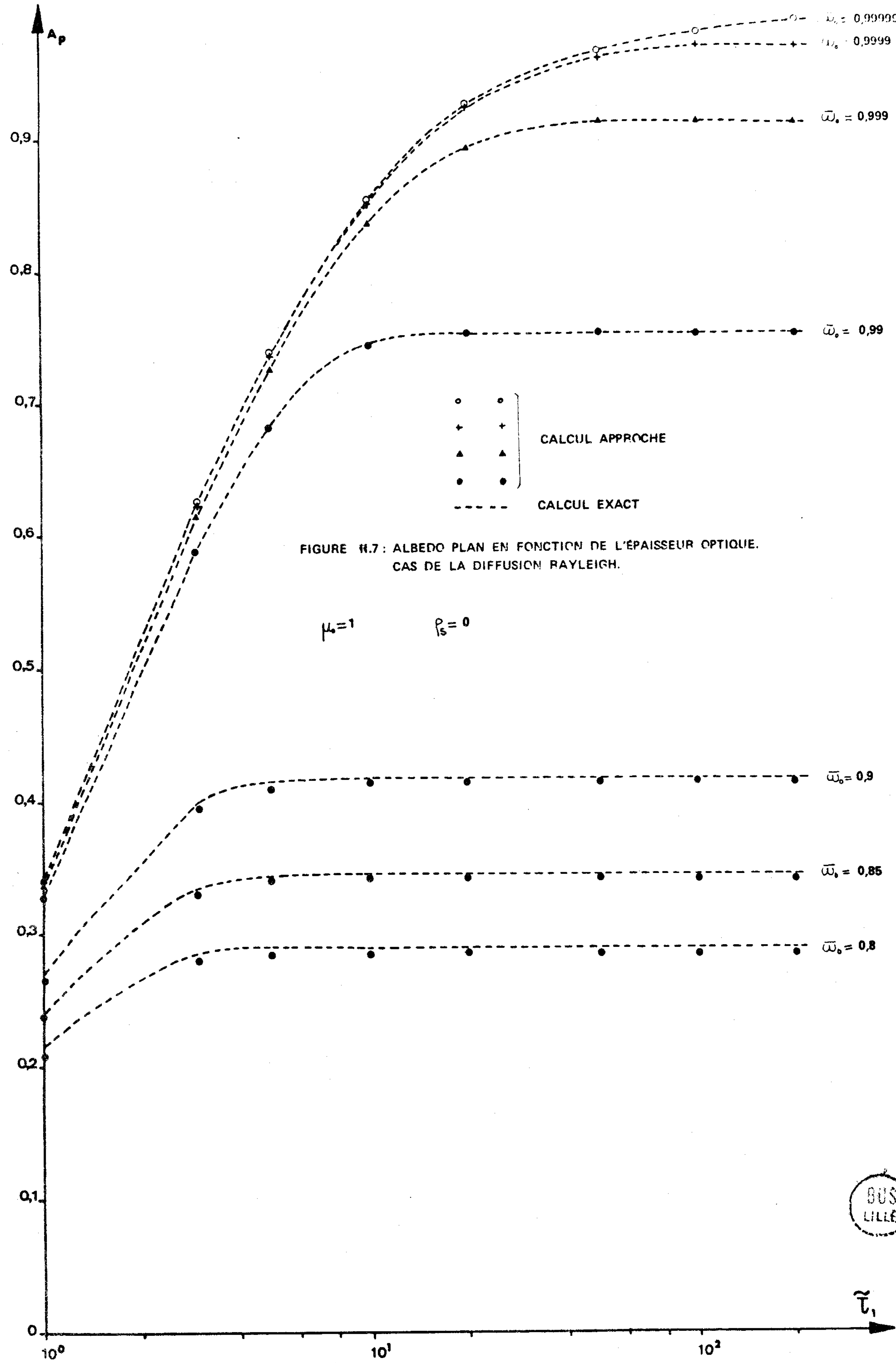


FIGURE II.7 : ALBEDO PLAN EN FONCTION DE L'ÉPAISSEUR OPTIQUE.
CAS DE LA DIFFUSION RAYLEIGH.

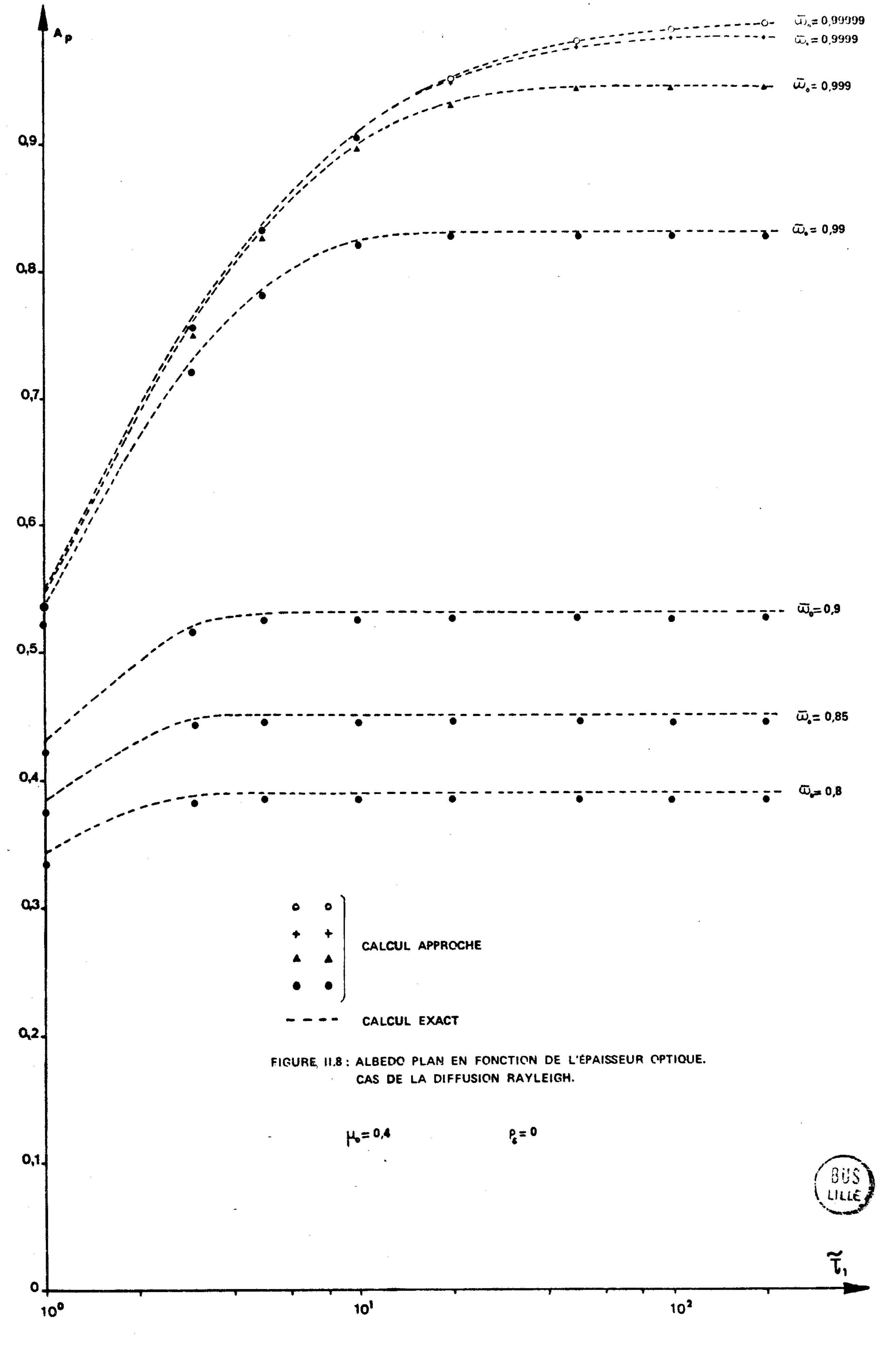


FIGURE II.8 : ALBEDO PLAN EN FONCTION DE L'ÉPAISSEUR OPTIQUE. CAS DE LA DIFFUSION RAYLEIGH.

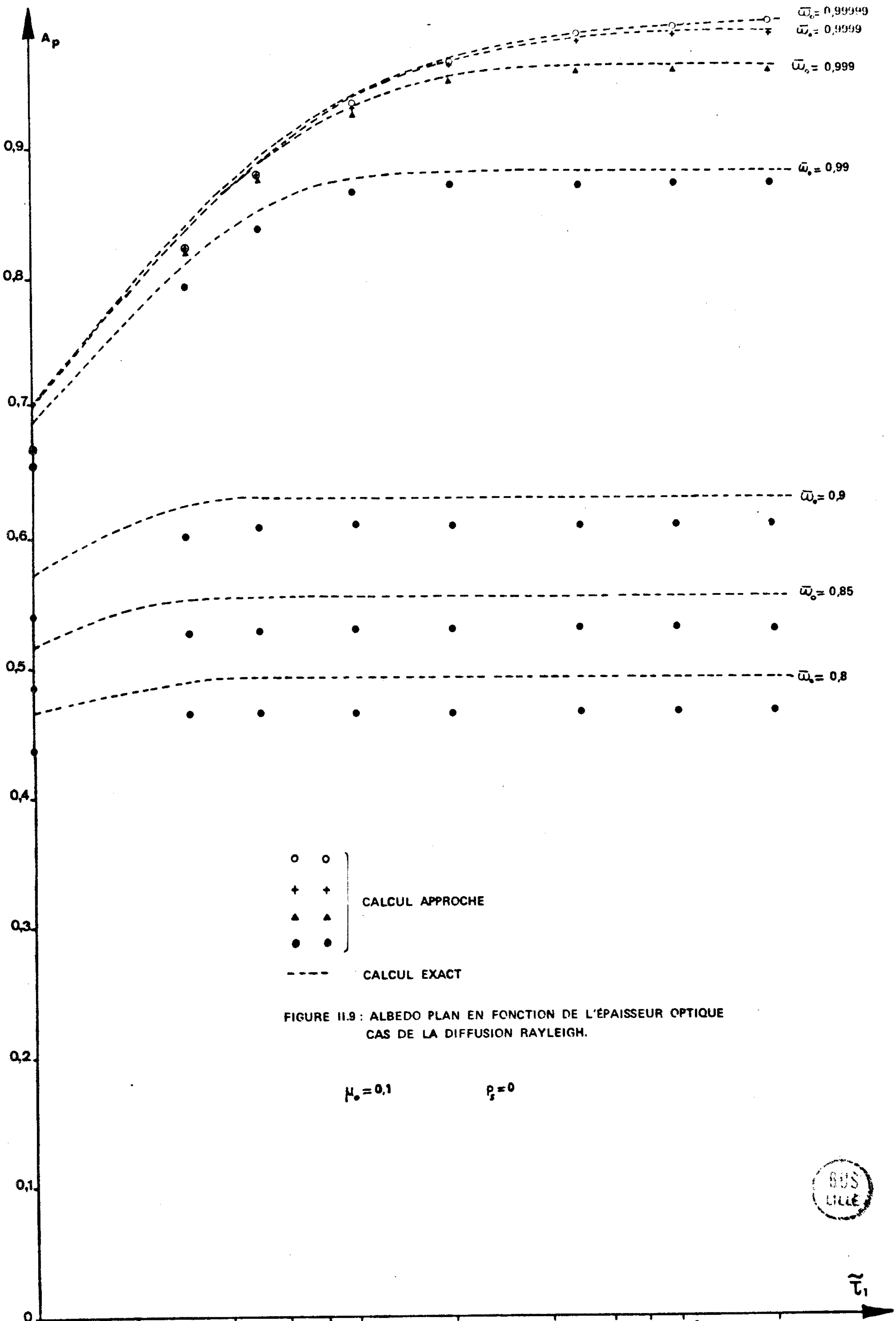


FIGURE II.9 : ALBEDO PLAN EN FONCTION DE L'ÉPAISSEUR OPTIQUE CAS DE LA DIFFUSION RAYLEIGH.

$\mu_o = 0,1$ $\rho_s = 0$

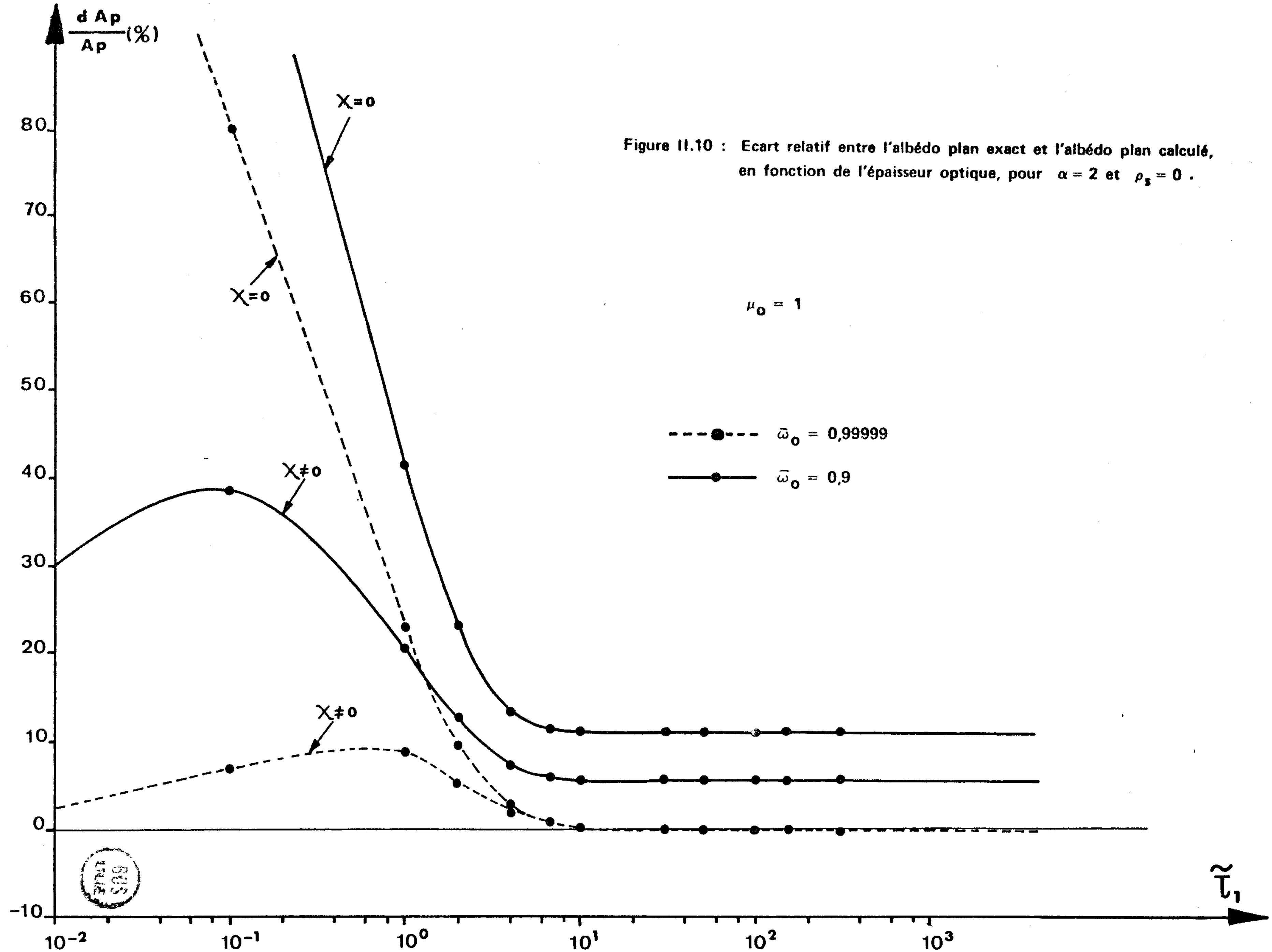


Figure II.10 : Ecart relatif entre l'albédo plan exact et l'albédo plan calculé, en fonction de l'épaisseur optique, pour $\alpha = 2$ et $\rho_s = 0$.

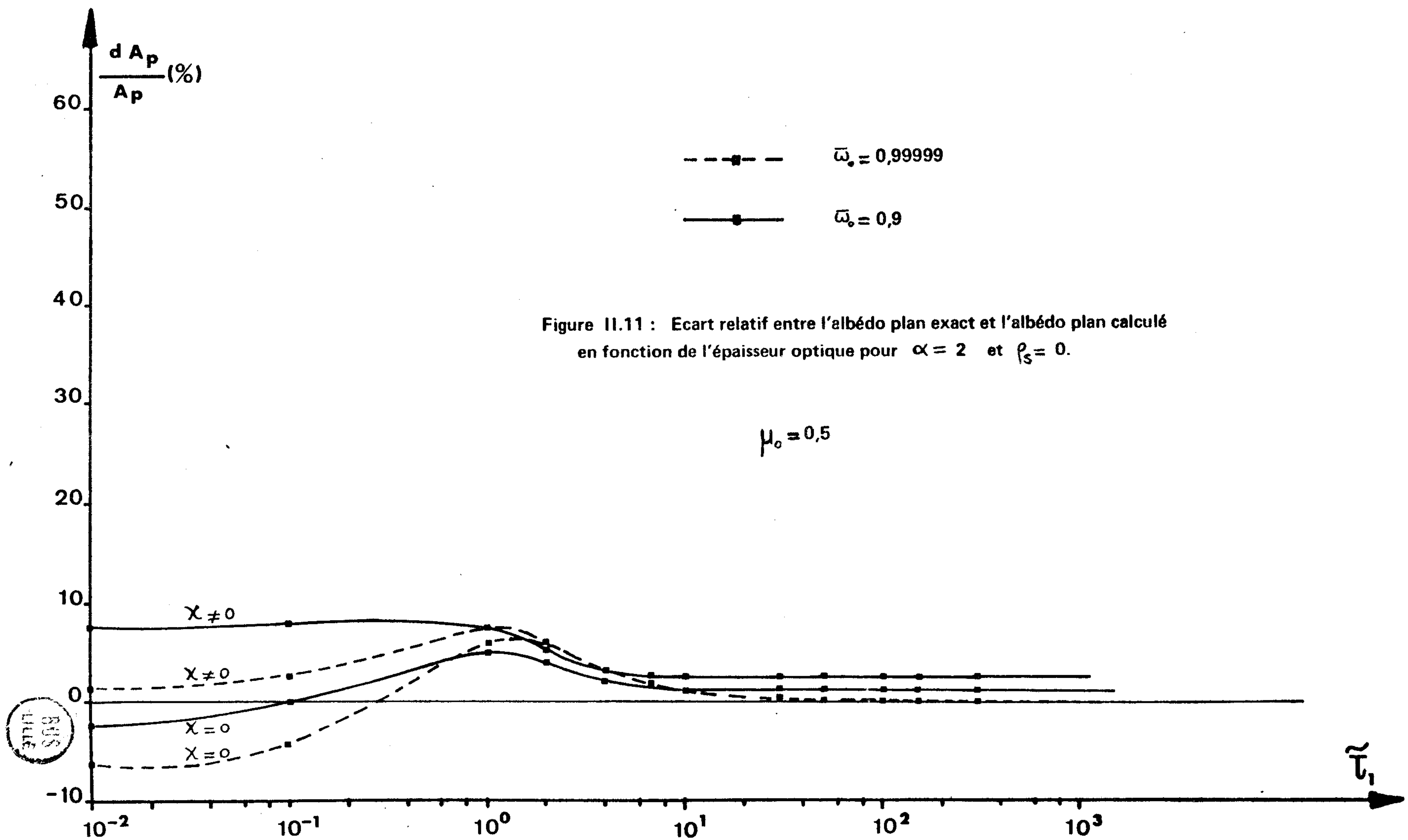


Figure II.11 : Ecart relatif entre l'albédo plan exact et l'albédo plan calculé en fonction de l'épaisseur optique pour $\alpha = 2$ et $\rho_s = 0$.

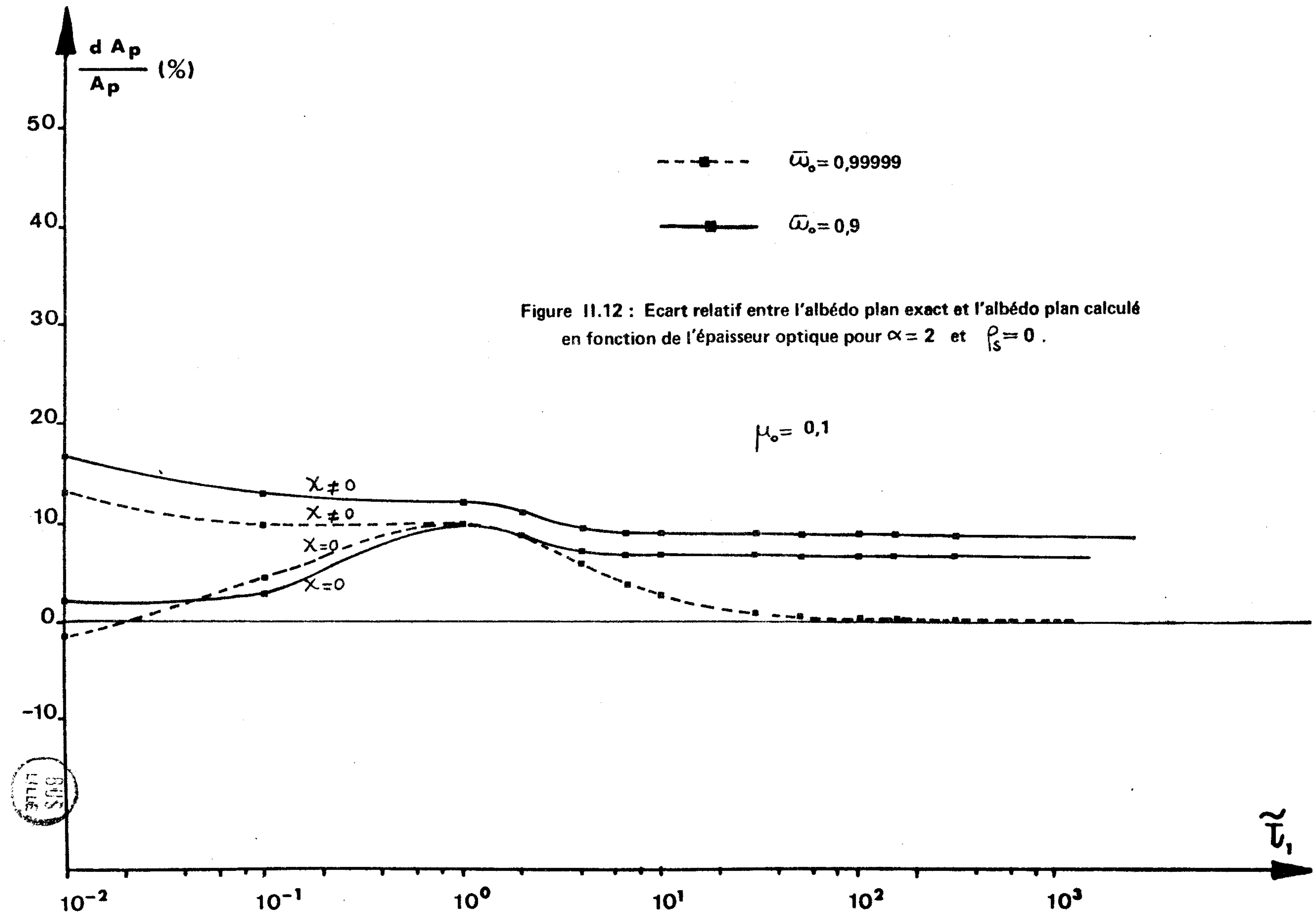


Figure II.12 : Ecart relatif entre l'albédo plan exact et l'albédo plan calculé en fonction de l'épaisseur optique pour $\alpha = 2$ et $\rho_s = 0$.

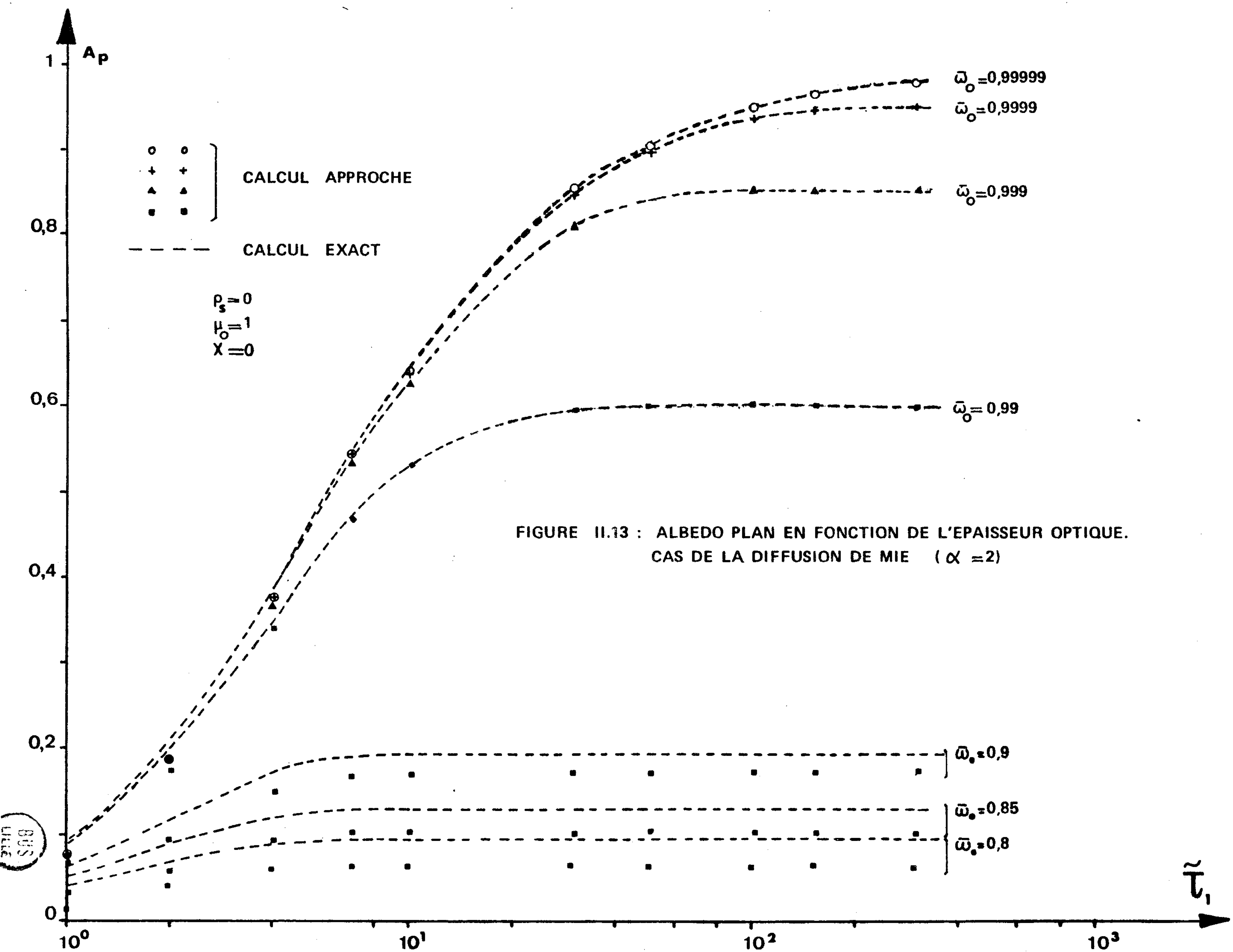


FIGURE II.13 : ALBEDO PLAN EN FONCTION DE L'EPAISSEUR OPTIQUE.
CAS DE LA DIFFUSION DE MIE (α = 2)

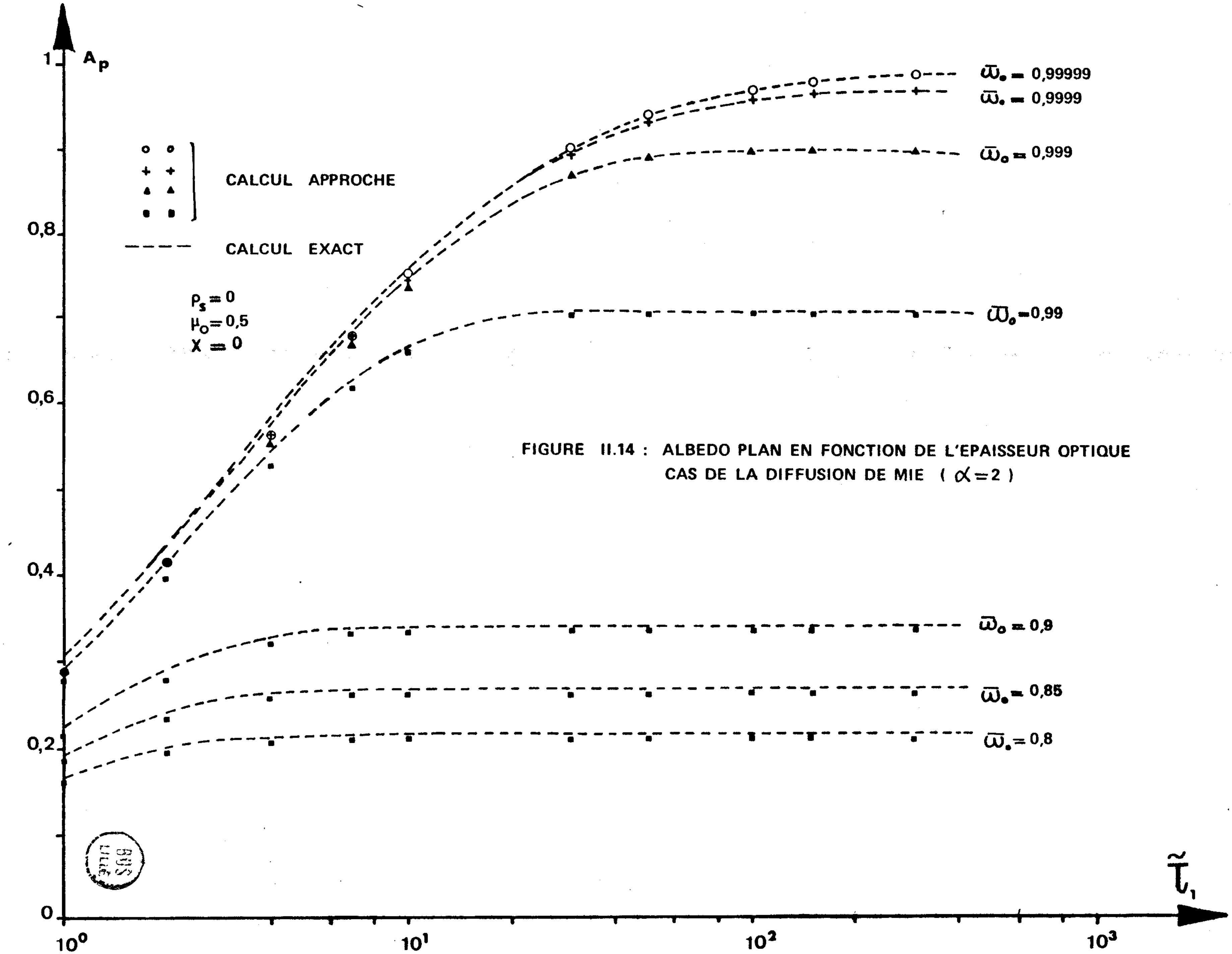


FIGURE II.14 : ALBEDO PLAN EN FONCTION DE L'EPAISSEUR OPTIQUE
CAS DE LA DIFFUSION DE MIE ($\alpha = 2$)

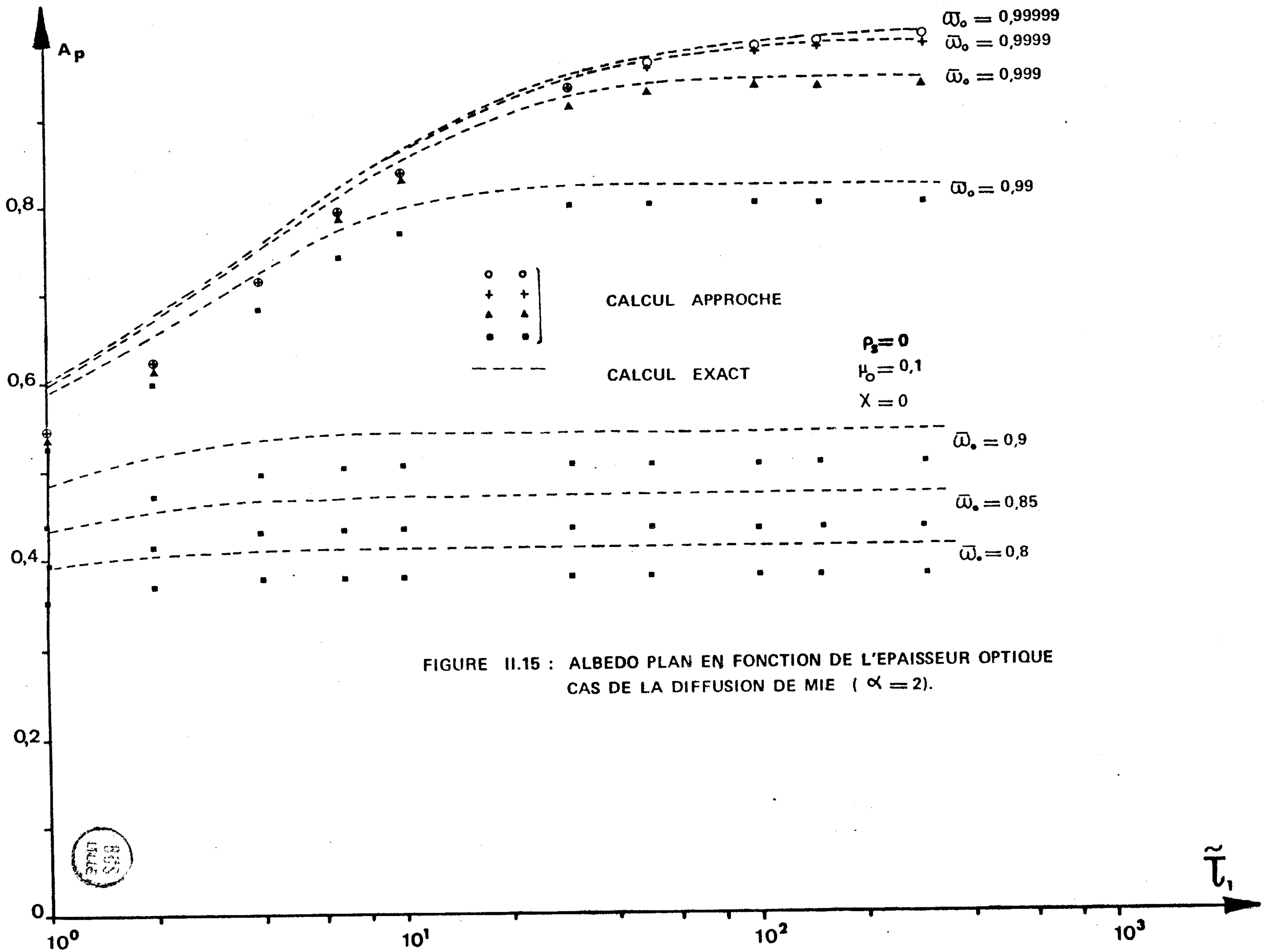


FIGURE II.15 : ALBEDO PLAN EN FONCTION DE L'EPAISSEUR OPTIQUE CAS DE LA DIFFUSION DE MIE ($\alpha = 2$).

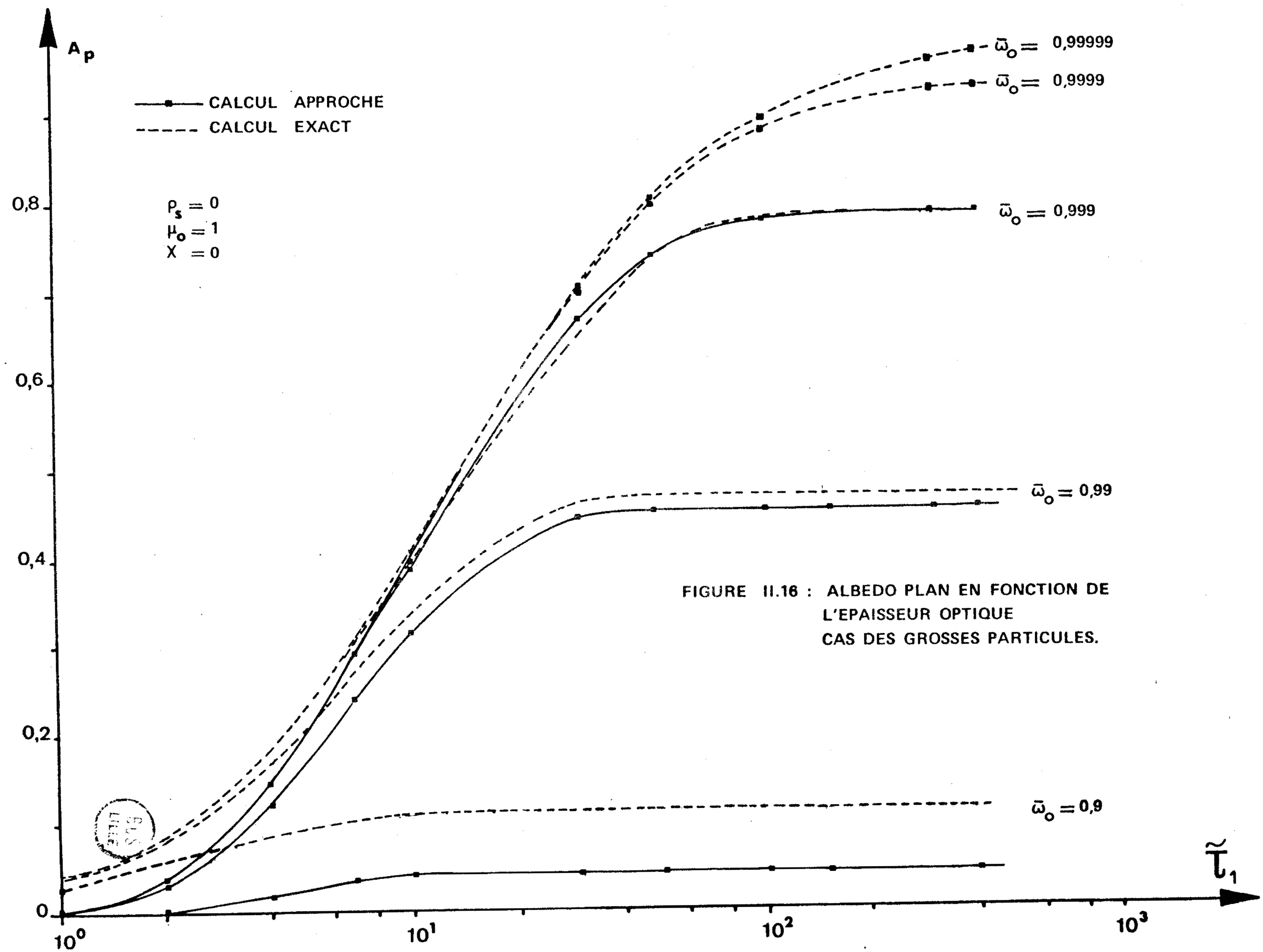


FIGURE II.16 : ALBEDO PLAN EN FONCTION DE L'EPAISSEUR OPTIQUE
CAS DES GROSSES PARTICULES.

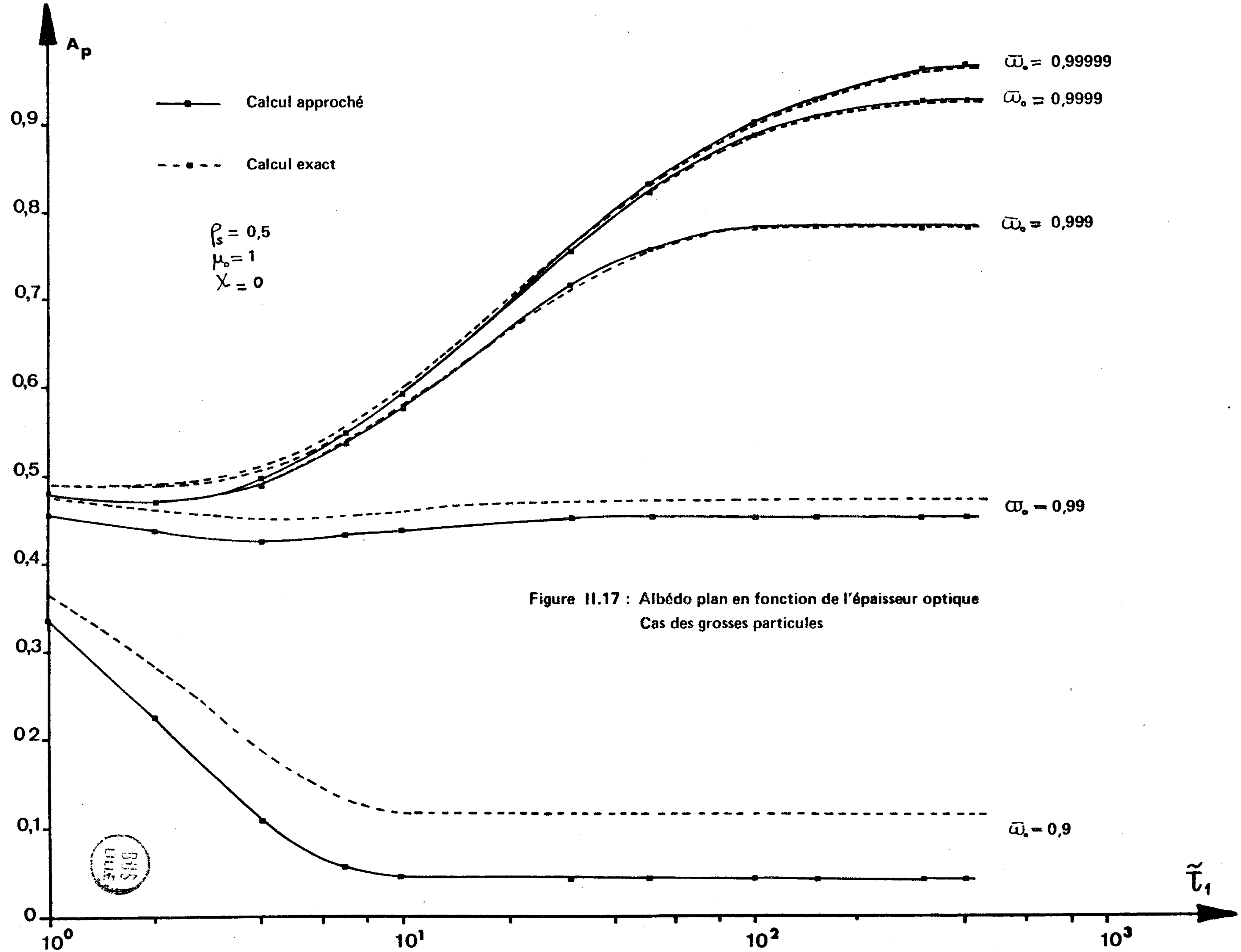


Figure II.17 : Albédo plan en fonction de l'épaisseur optique
Cas des grosses particules

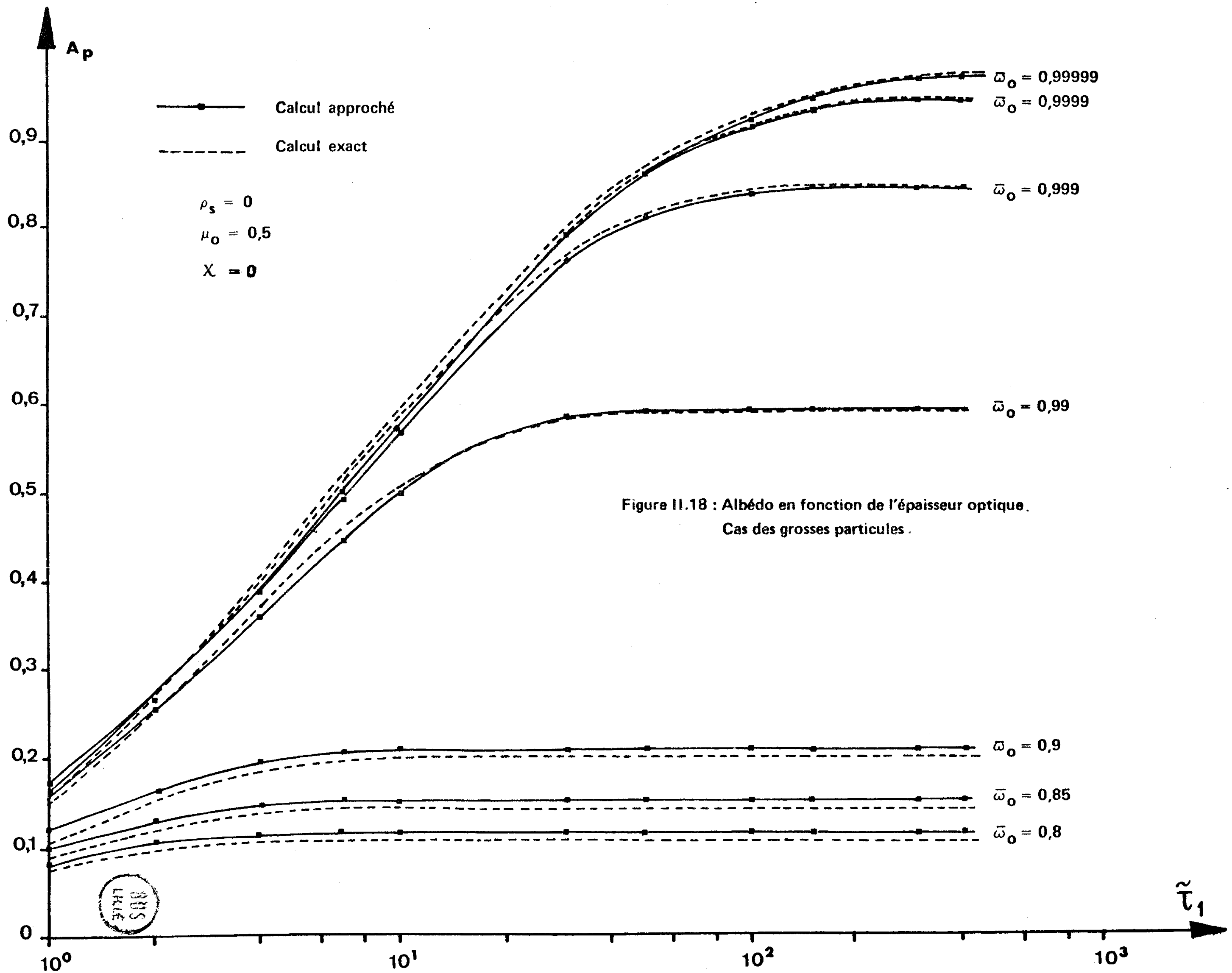


Figure II.18 : Albédo en fonction de l'épaisseur optique.
Cas des grosses particules.

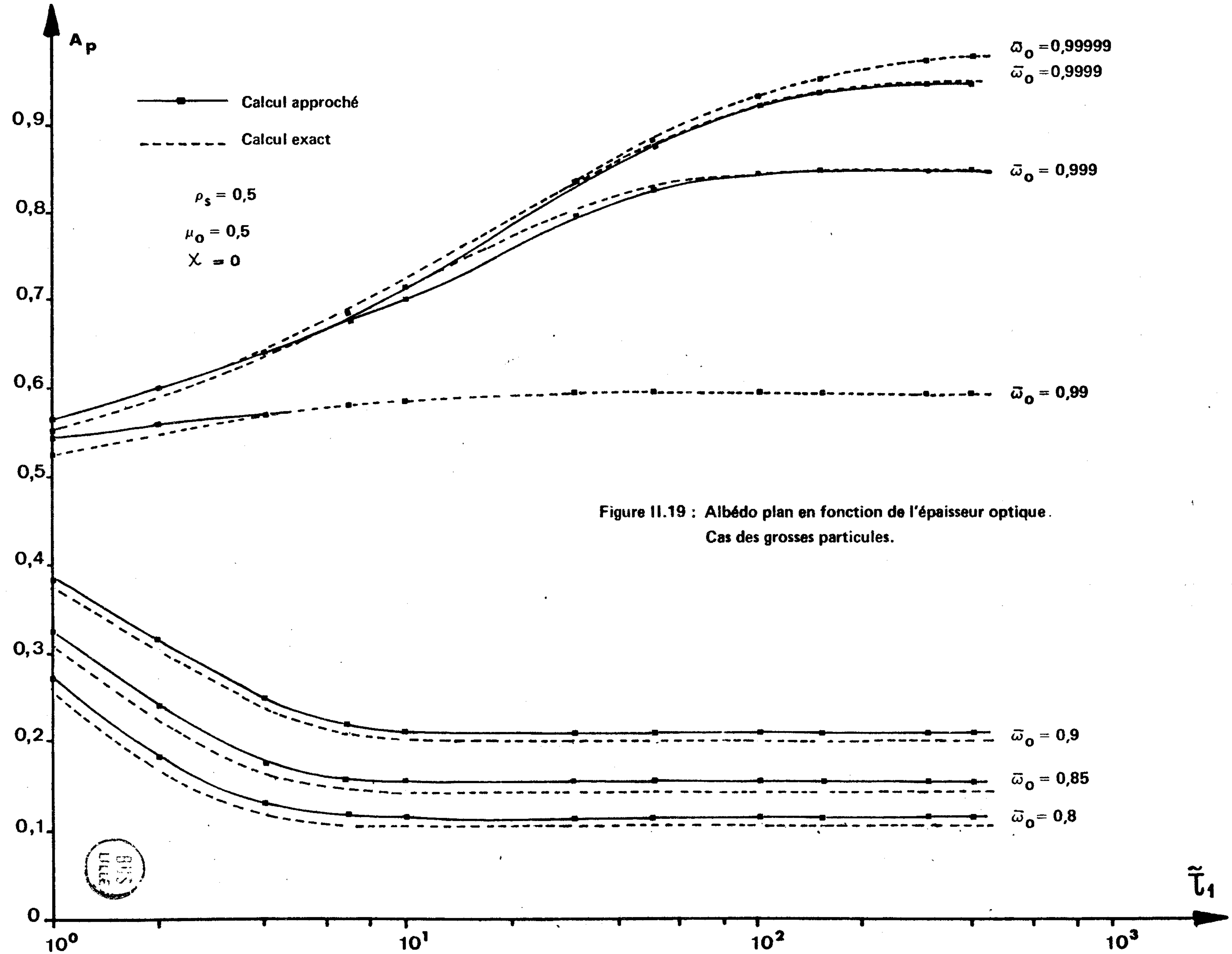


Figure II.19 : Albédo plan en fonction de l'épaisseur optique.
Cas des grosses particules.

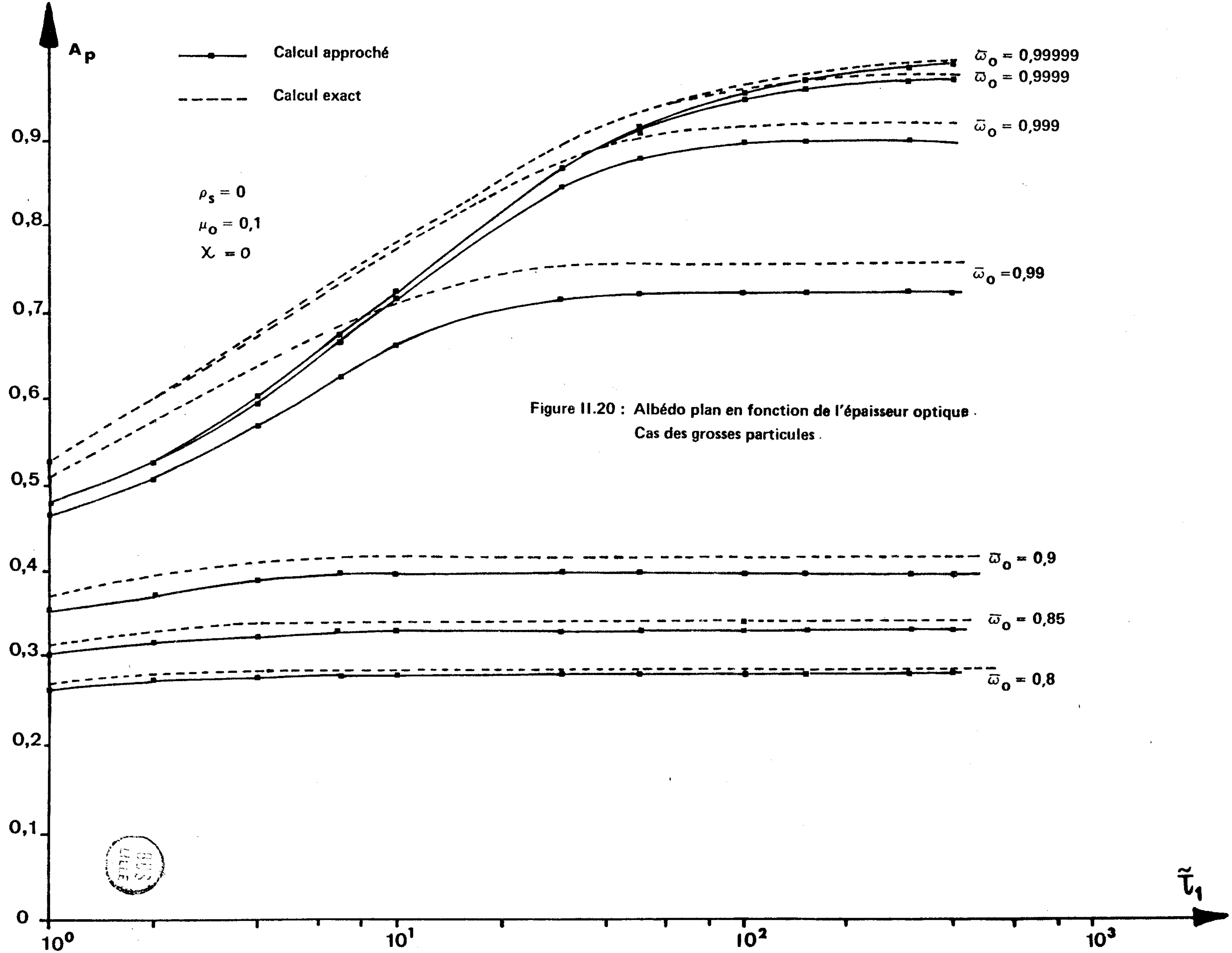


Figure II.20 : Albédo plan en fonction de l'épaisseur optique.
Cas des grosses particules.

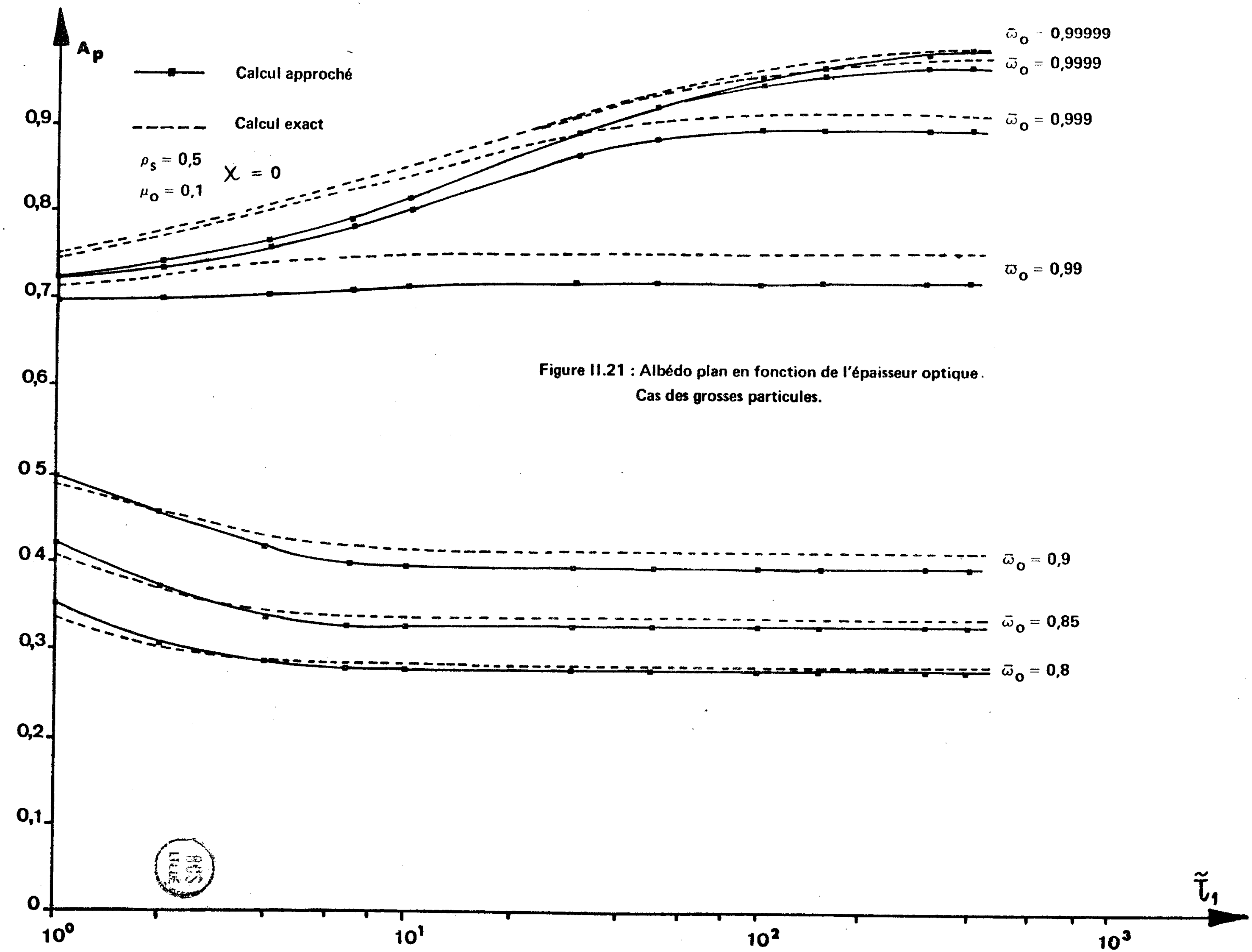


Figure II.21 : Albédo plan en fonction de l'épaisseur optique.
Cas des grosses particules.

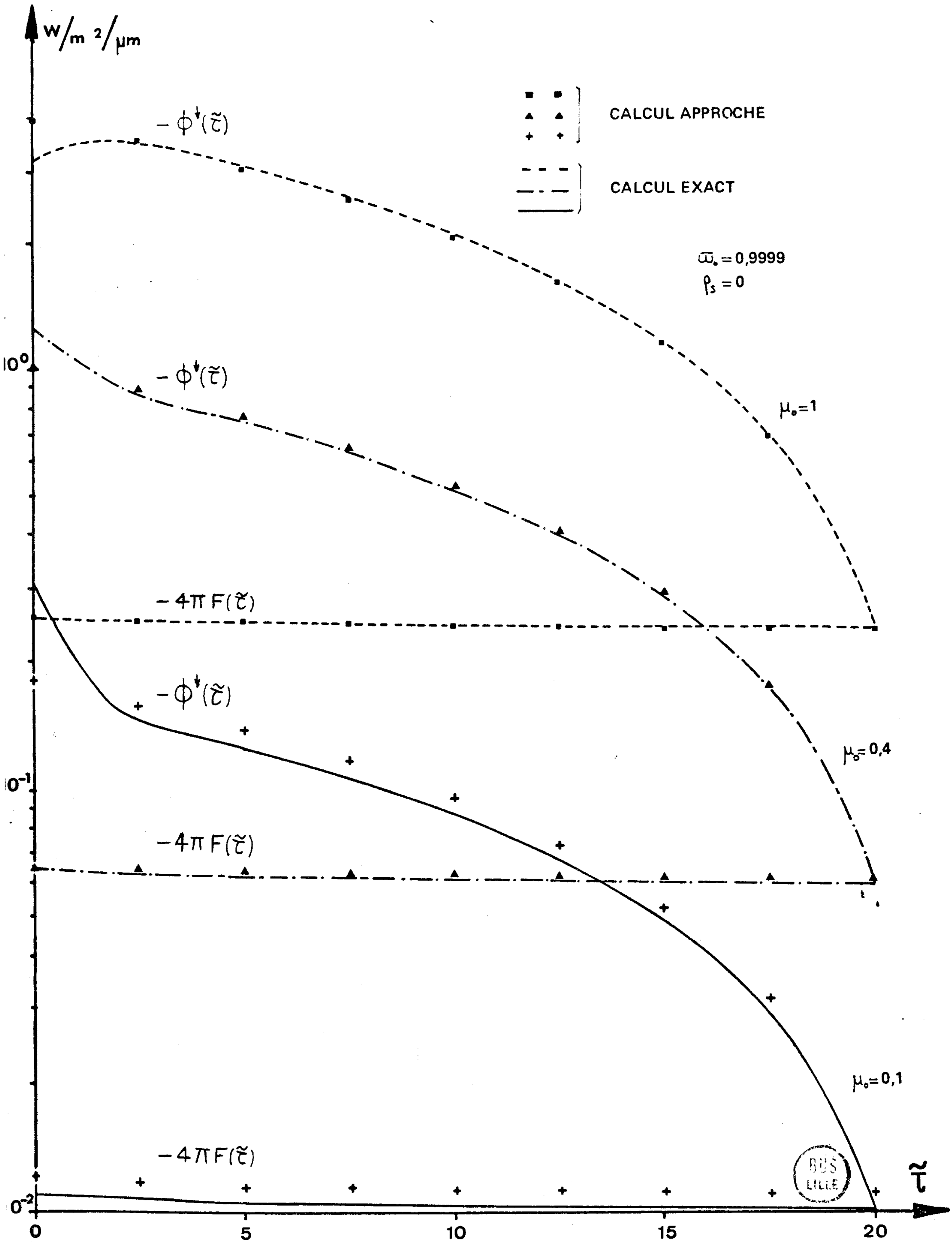


FIGURE II.22 : FLUX NET ET FLUX DESCENDANT A L'INTERIEUR D'UNE COUCHE RAYLEIGH D'EPAISSEUR OPTIQUE $\tilde{\tau}_1 = 20$.

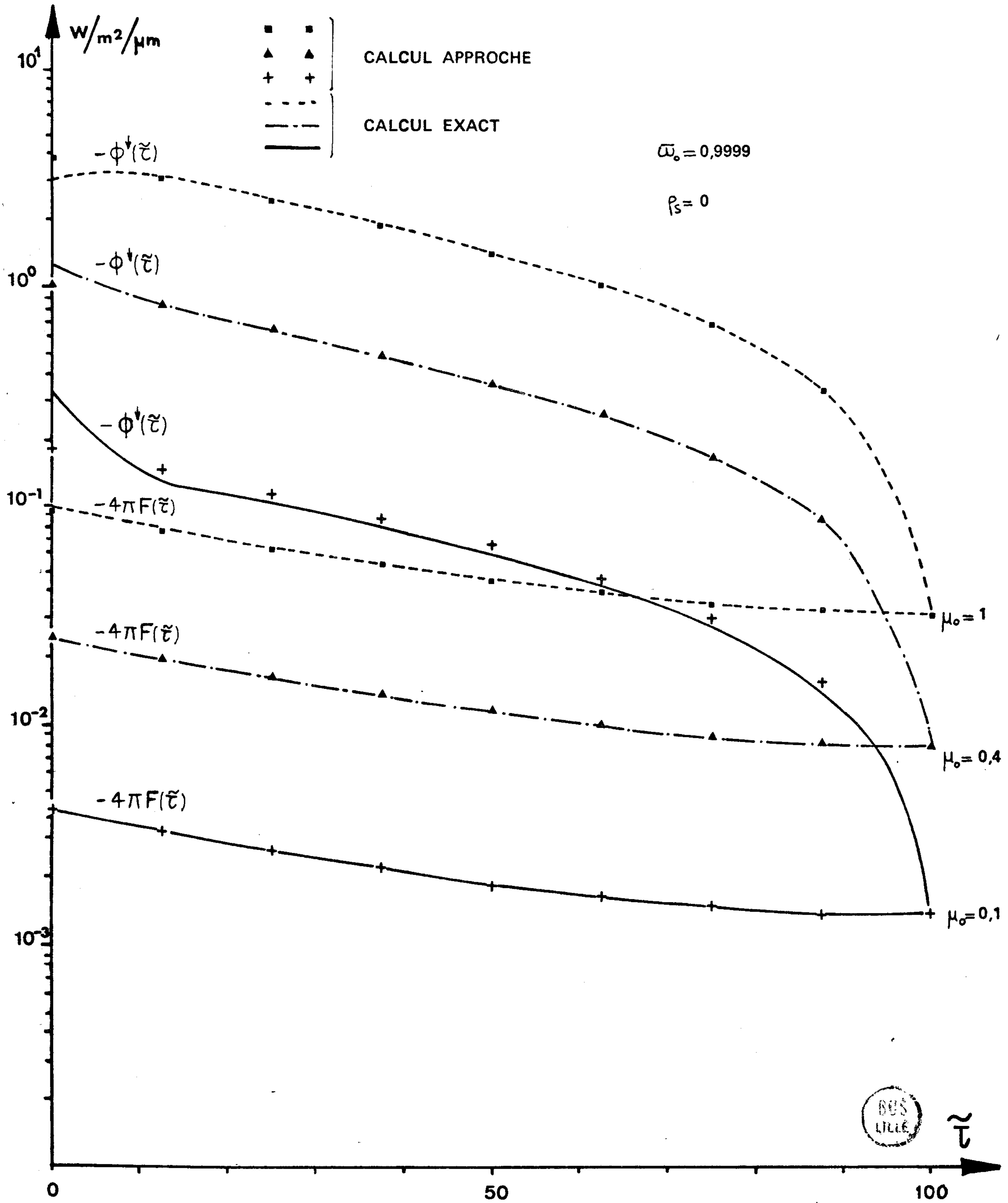


FIGURE II.23 : FLUX NET ET DESCENDANT A L'INTERIEUR D'UNE COUCHE RAYLEIGH D'EPAISSEUR OPTIQUE $\tilde{\tau}_1 = 100$.

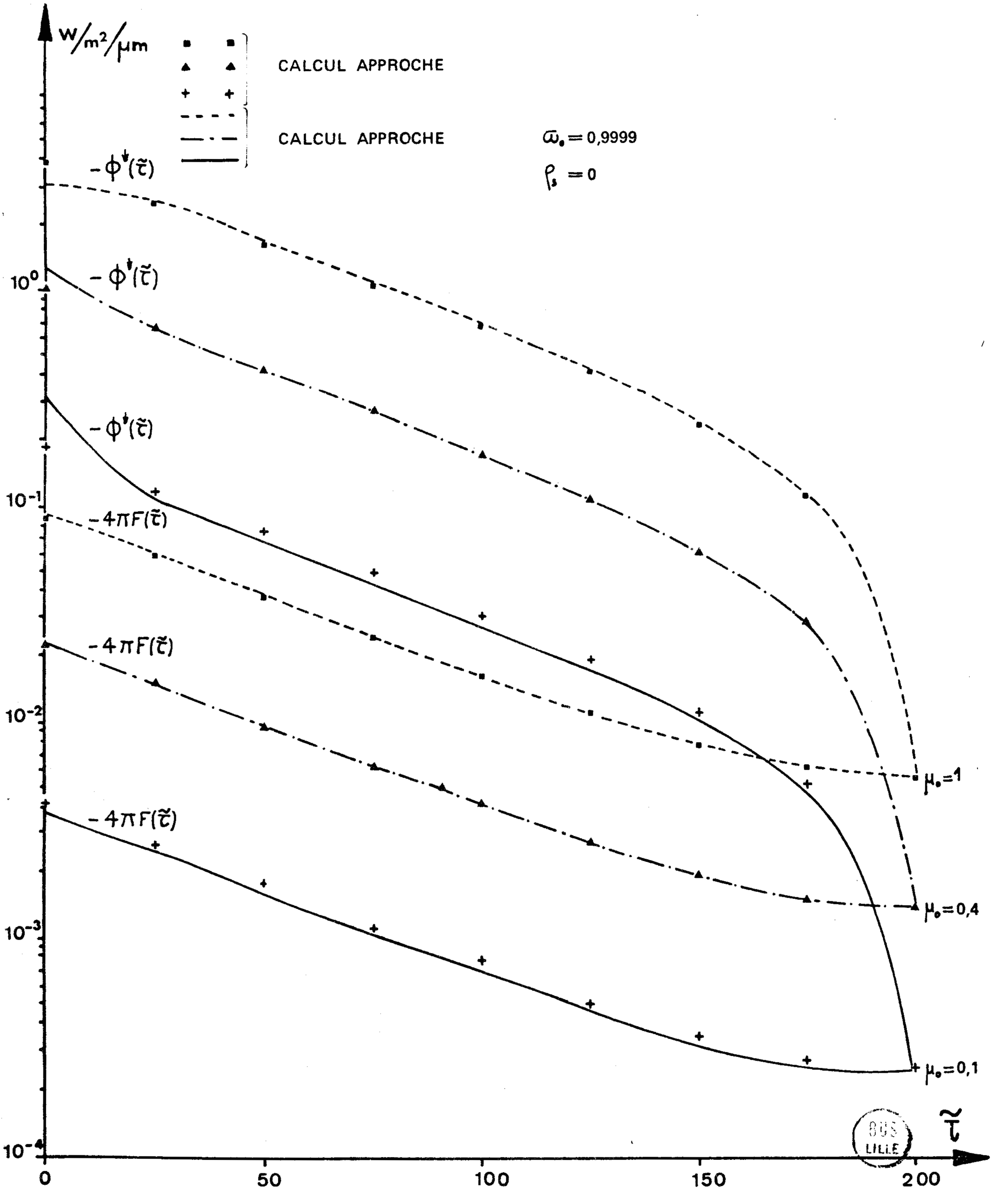


FIGURE II.24 : FLUX NET ET DESCENDANT A L'INTERIEUR D'UNE COUCHE RAYLEIGH D'EPAISSEUR OPTIQUE $\tilde{\tau}_1 = 200$.

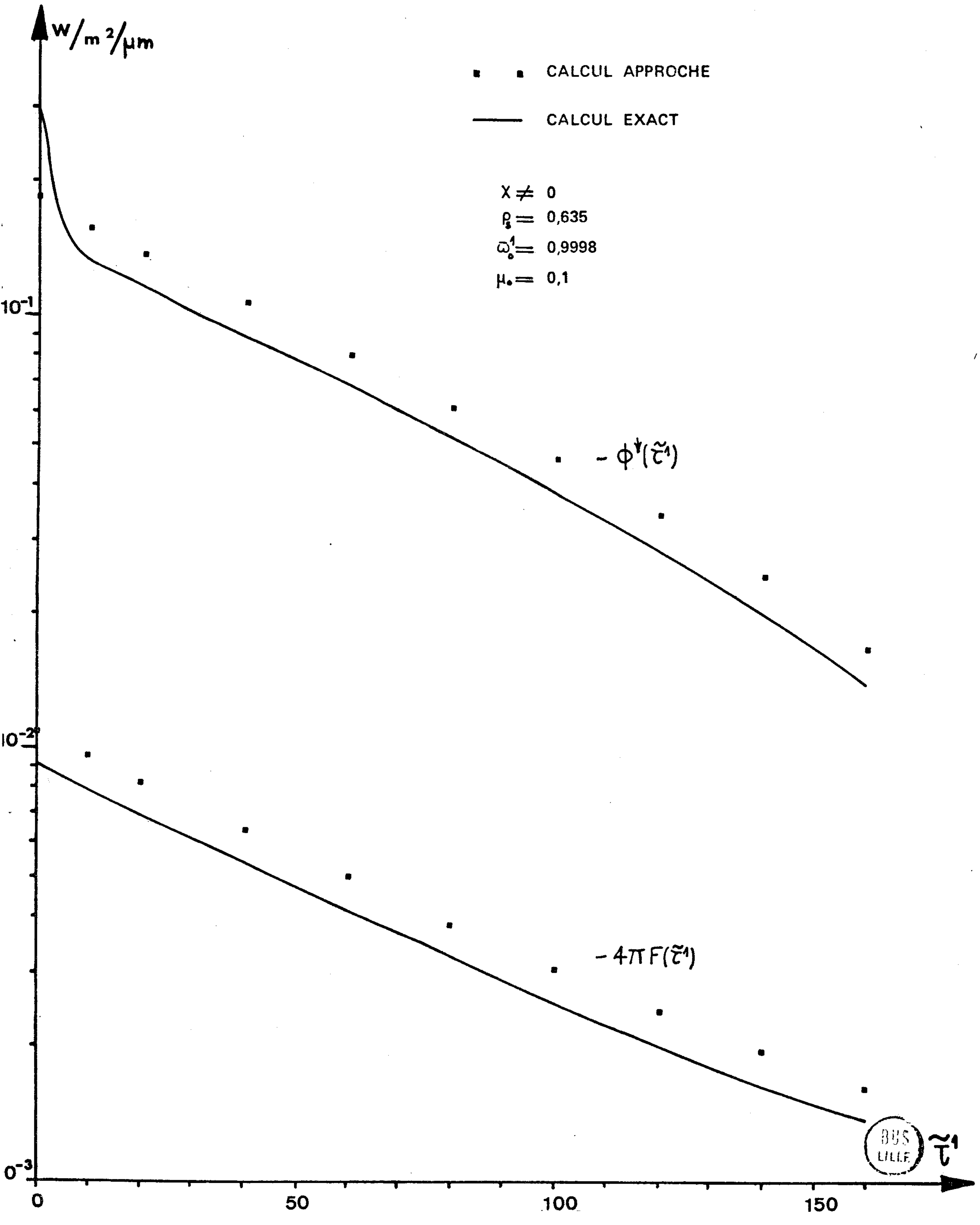


FIGURE II.25 : FLUX NET ET DESCENDANT A L'INTERIEUR D'UN NUAGE DE GROSSES PARTICULES, D'EPAISSEUR OPTIQUE $\tilde{\tau}_1^1 = 160$, SURMONTANT UNE COUCHE CONSERVATIVE D'EPAISSEUR OPTIQUE $\tilde{\tau}_1^2 = 10$.

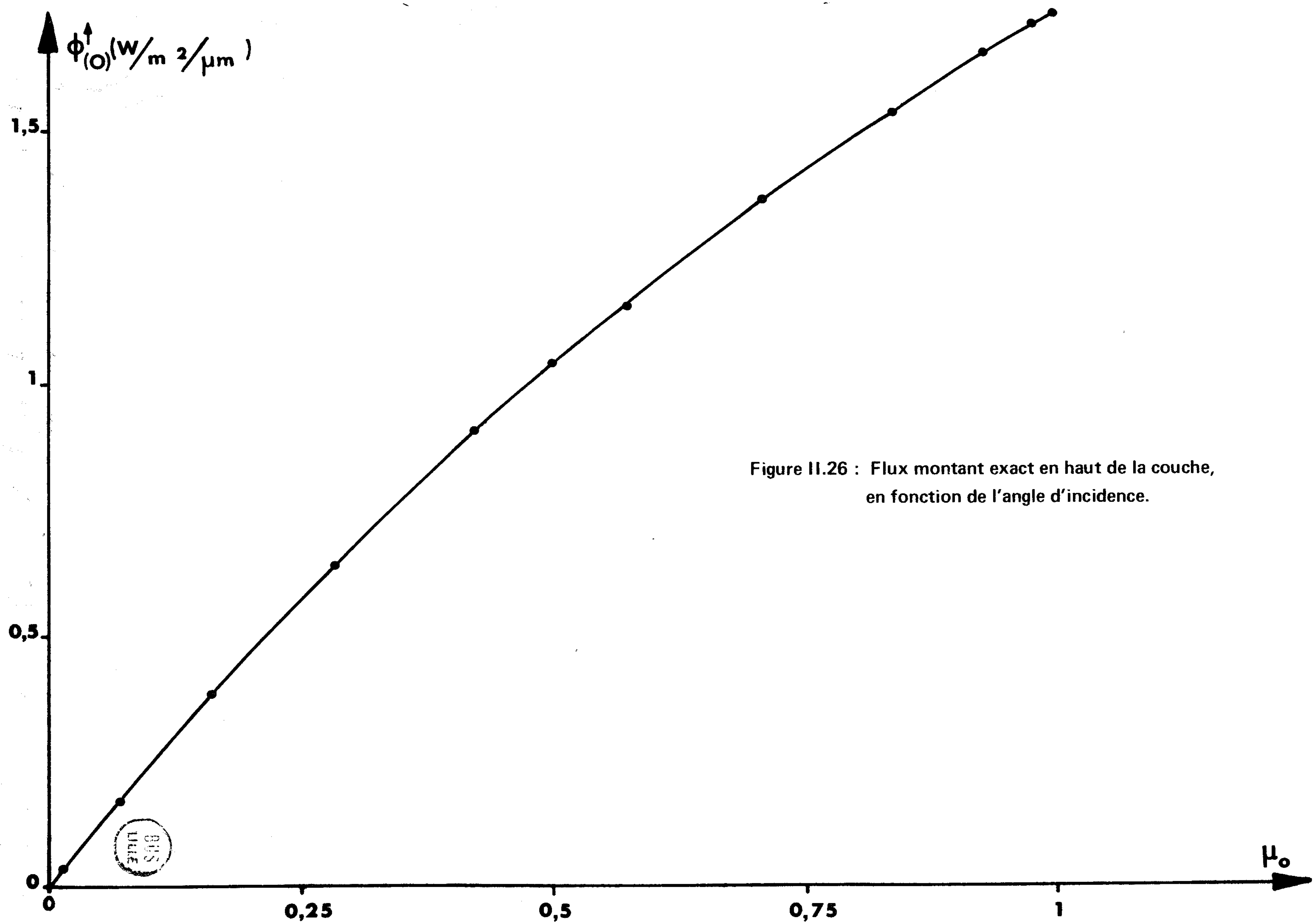


Figure II.26 : Flux montant exact en haut de la couche, en fonction de l'angle d'incidence.

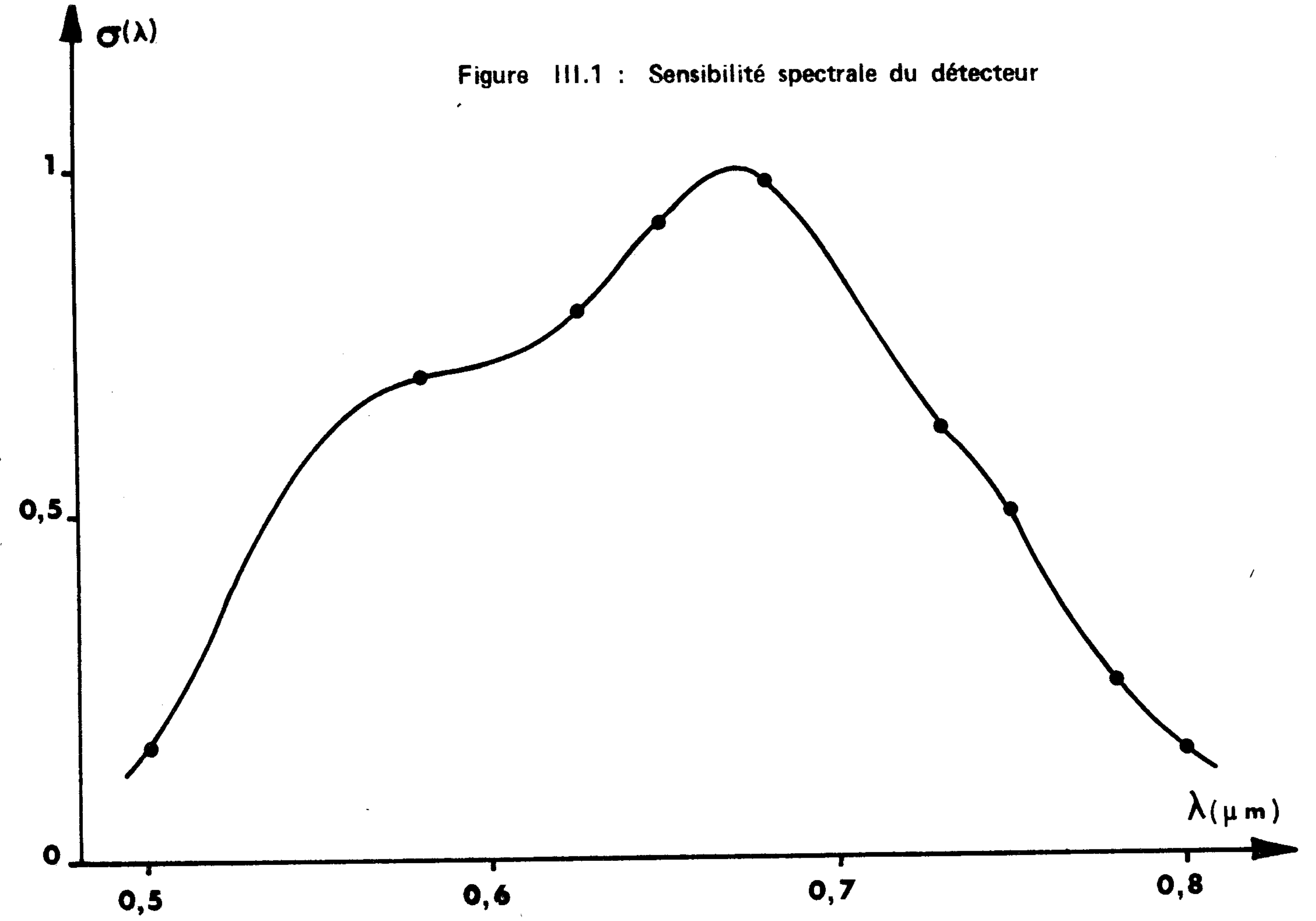


Figure III.1 : Sensibilité spectrale du détecteur

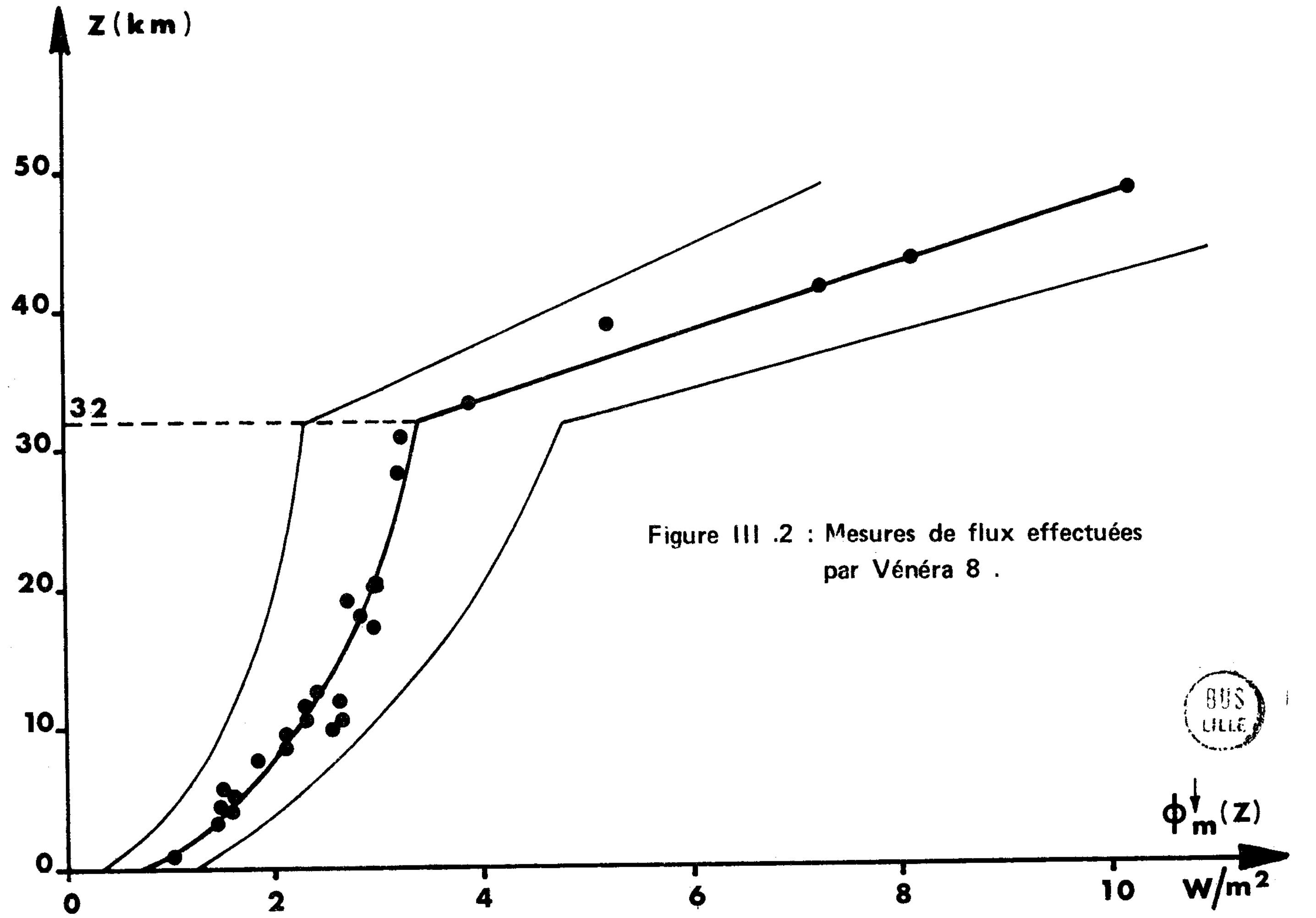


Figure III .2 : Mesures de flux effectuées par Vénéra 8 .

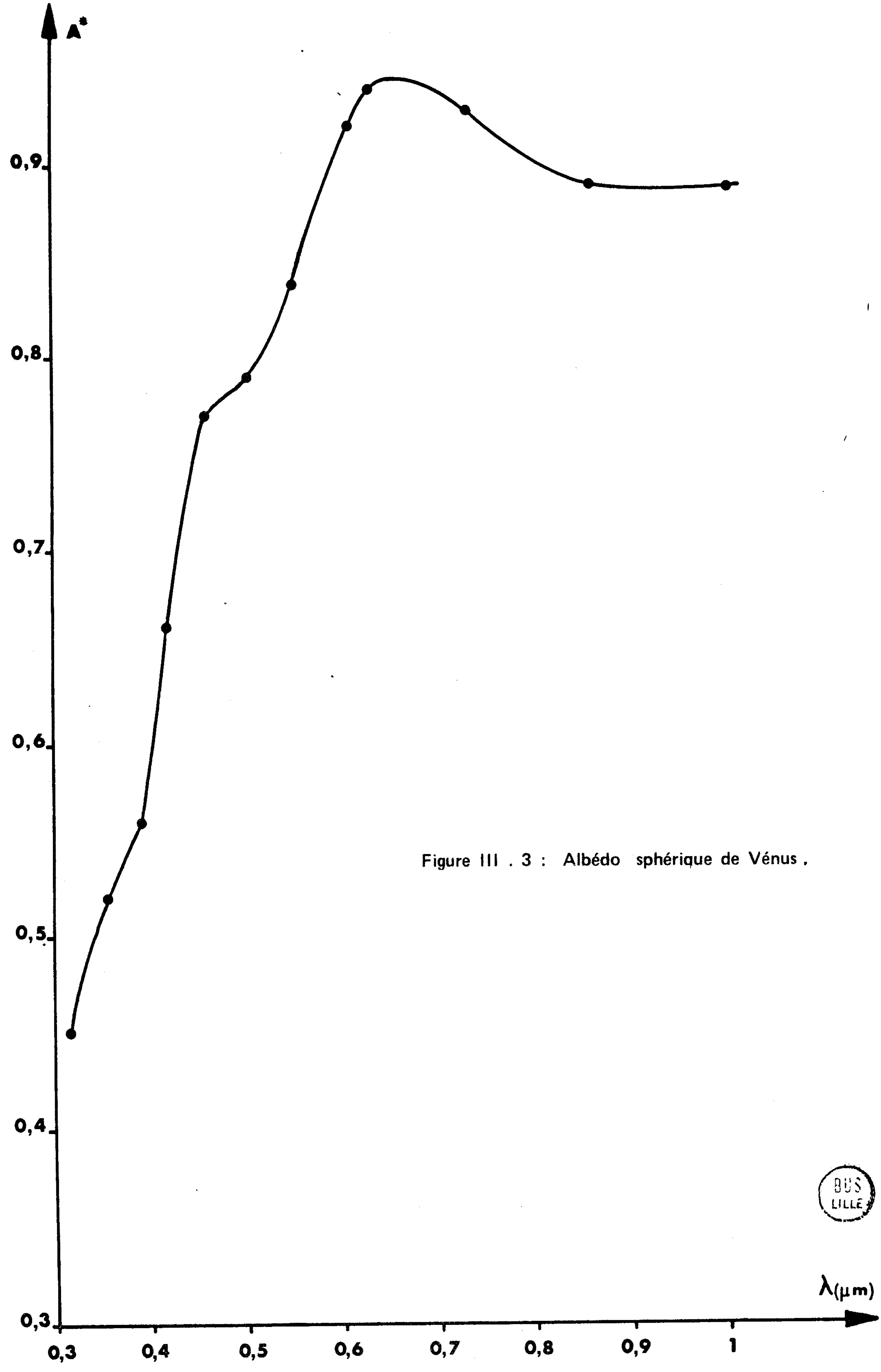


Figure III . 3 : Albédo sphérique de Vénus .

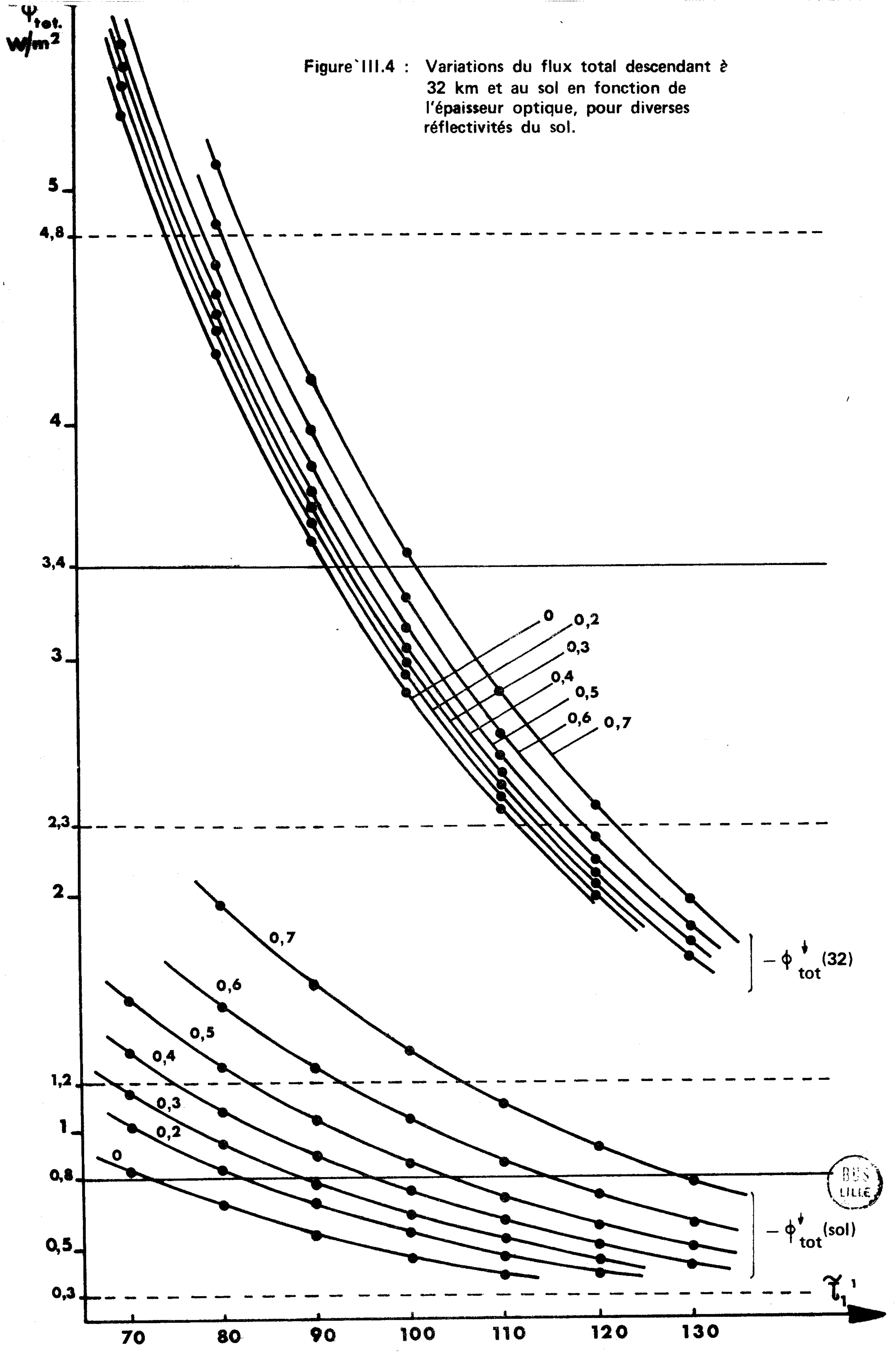


Figure III.4 : Variations du flux total descendant à 32 km et au sol en fonction de l'épaisseur optique, pour diverses réflectivités du sol.

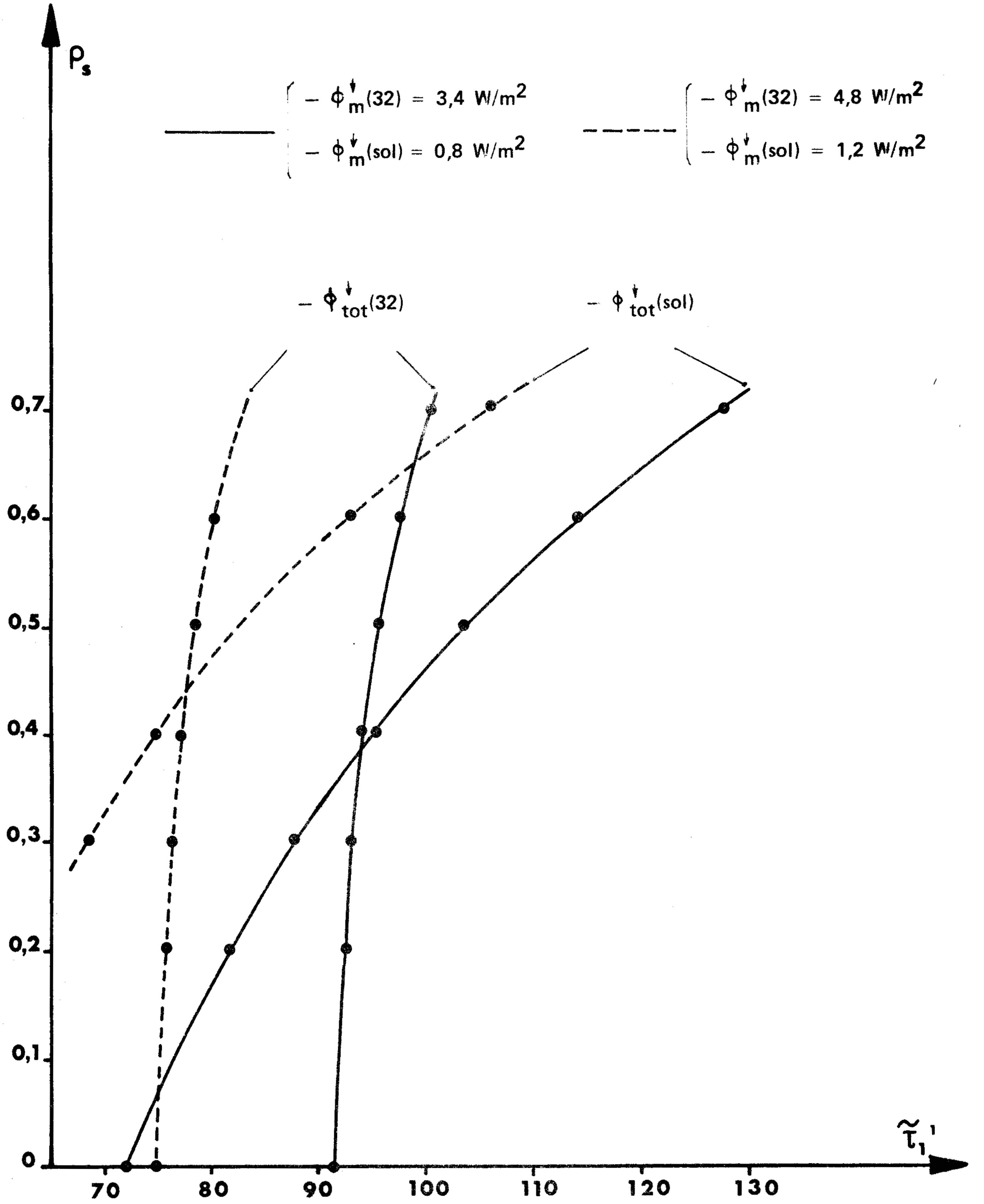


Figure III.5 : Variations, en fonction de l'épaisseur optique, de la réflectivité du sol ρ_s, donnant des flux calculés $\phi^{\downarrow}_{tot}$ égaux aux valeurs moyennes mesurées.

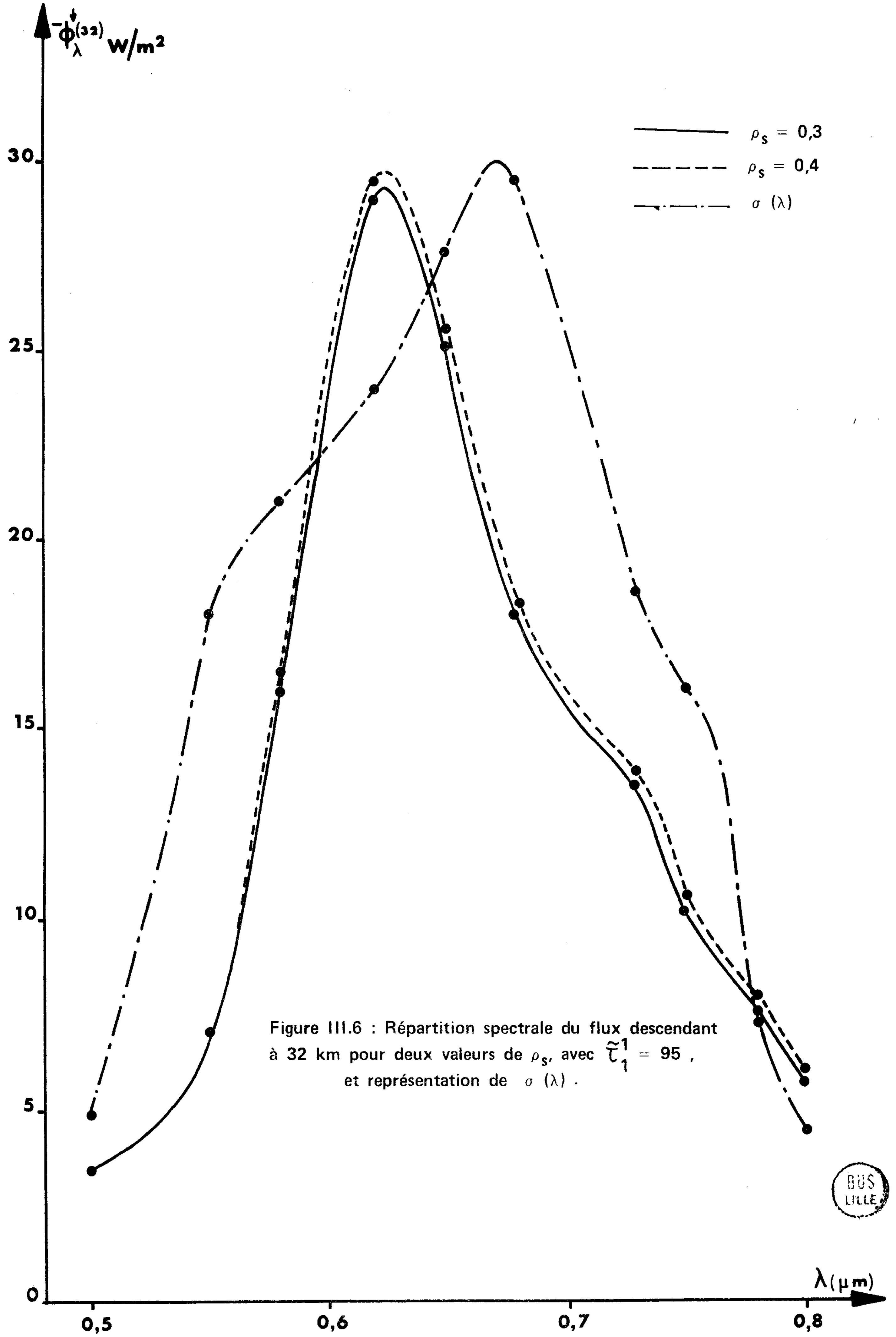


Figure III.6 : Répartition spectrale du flux descendant à 32 km pour deux valeurs de ρ_s, avec $\tilde{\tau}_1^1$ = 95 , et représentation de σ (λ) .

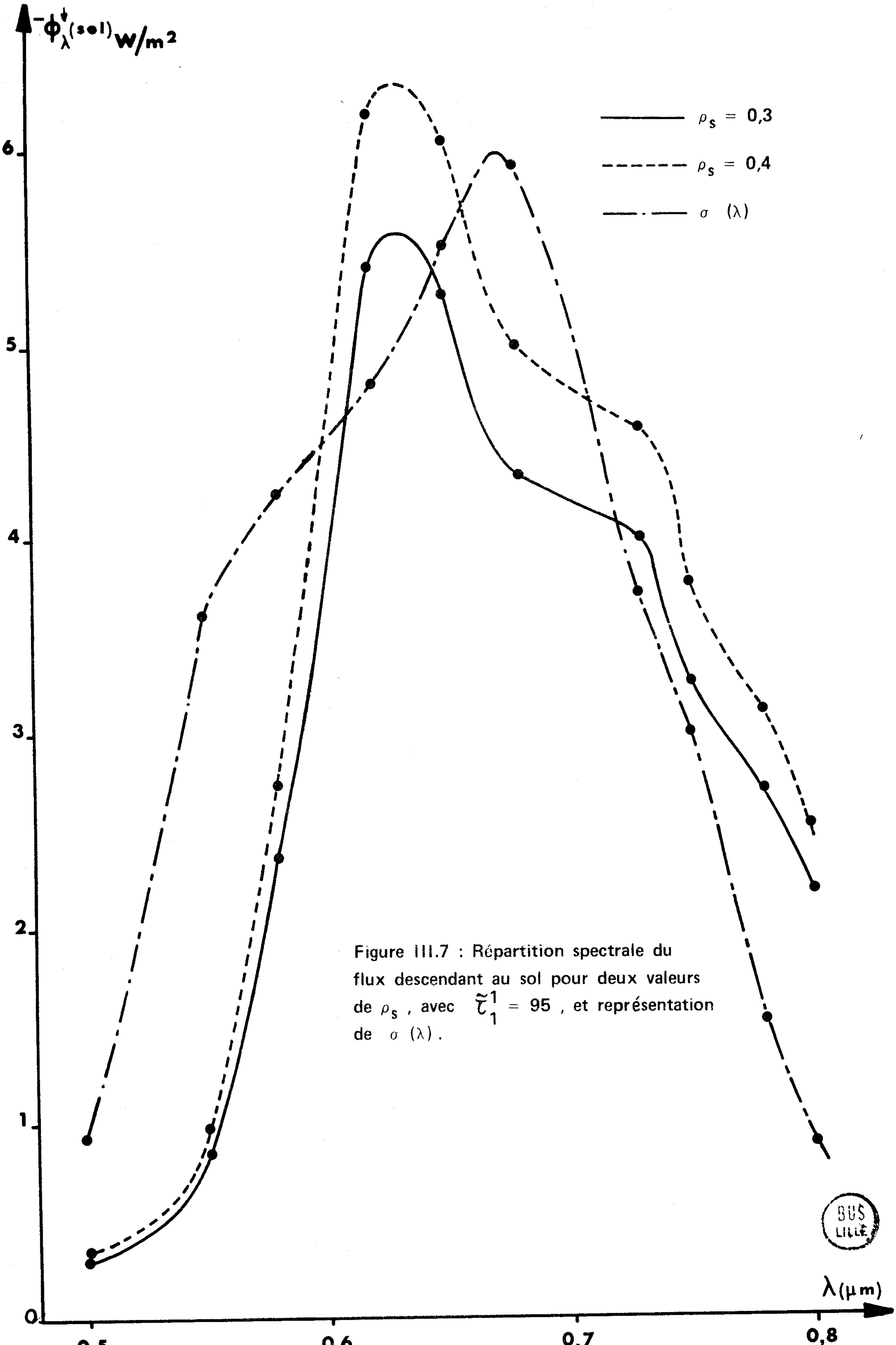


Figure III.7 : Répartition spectrale du flux descendant au sol pour deux valeurs de ρ_s , avec $\tilde{\tau}_1^1 = 95$, et représentation de $\sigma(\lambda)$.

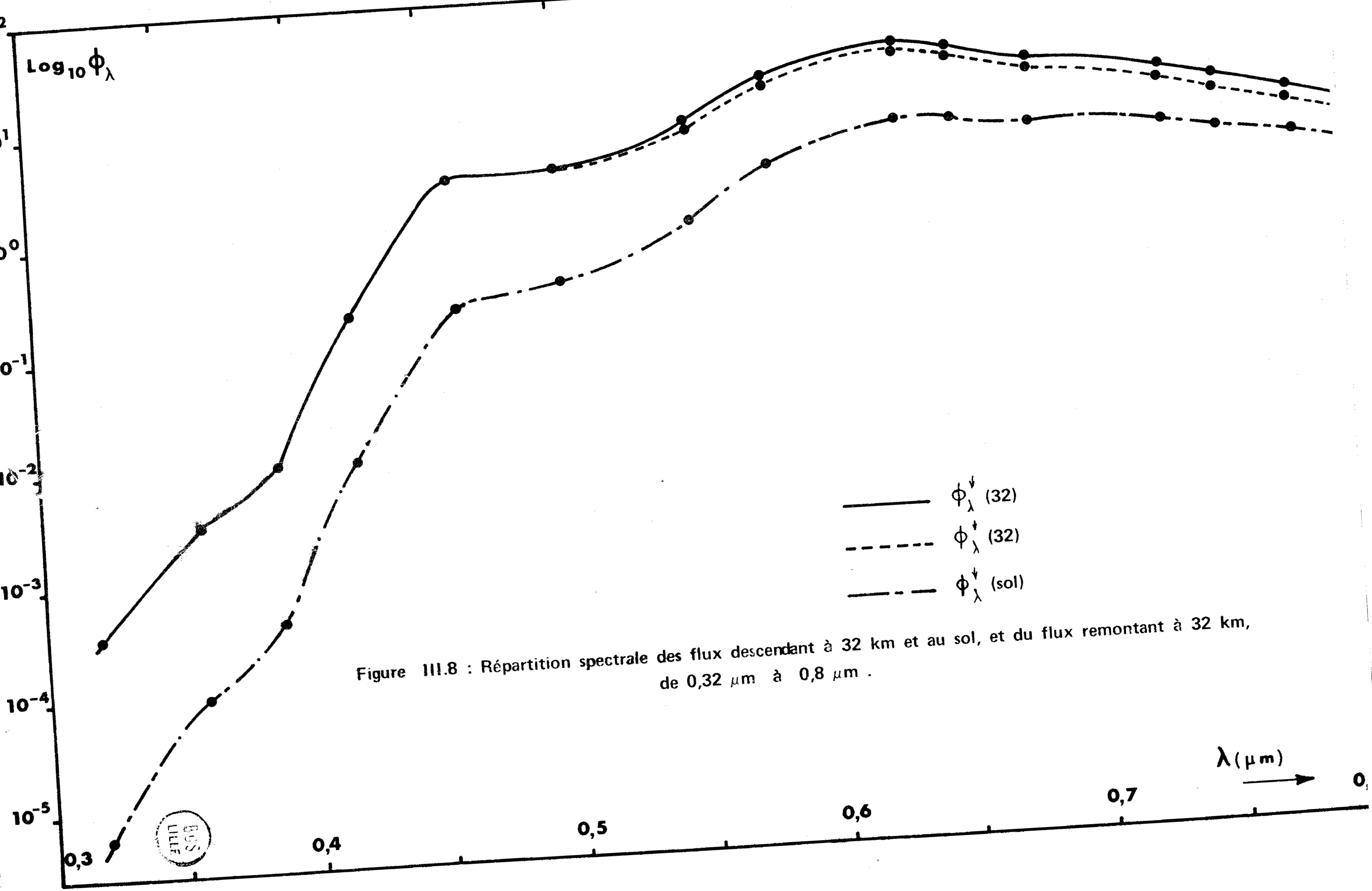


Figure III.8 : Répartition spectrale des flux descendant à 32 km et au sol, et du flux remontant à 32 km, de 0,32 μm à 0,8 μm .

Figure III.9 : Influence de l'angle d'incidence, θ_0 , sur le flux total descendant calculé.

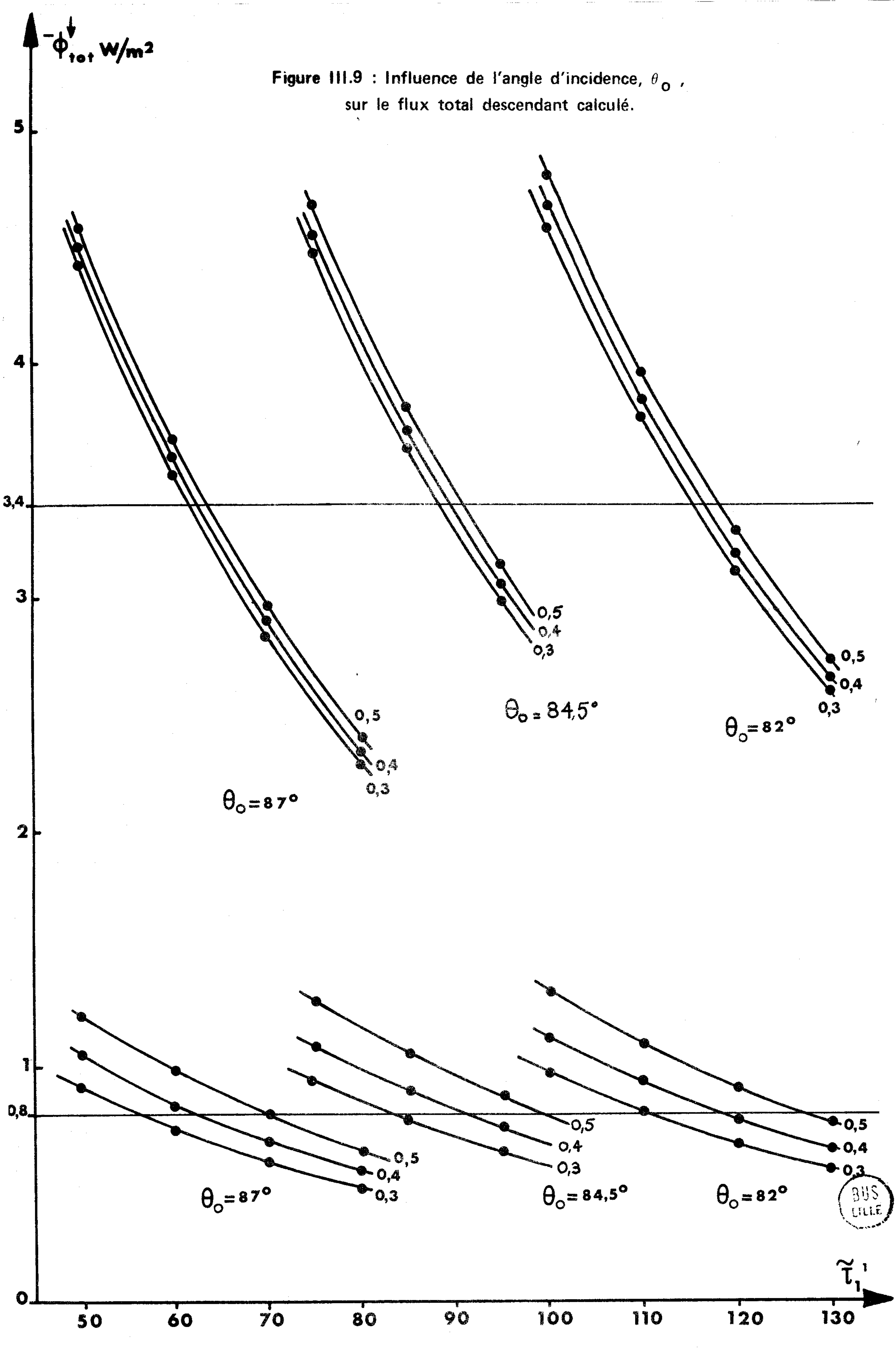


Figure III.10 : Variations de ρ_s en fonction de $\tilde{\tau}_1^1$ pour divers angles d'incidence.

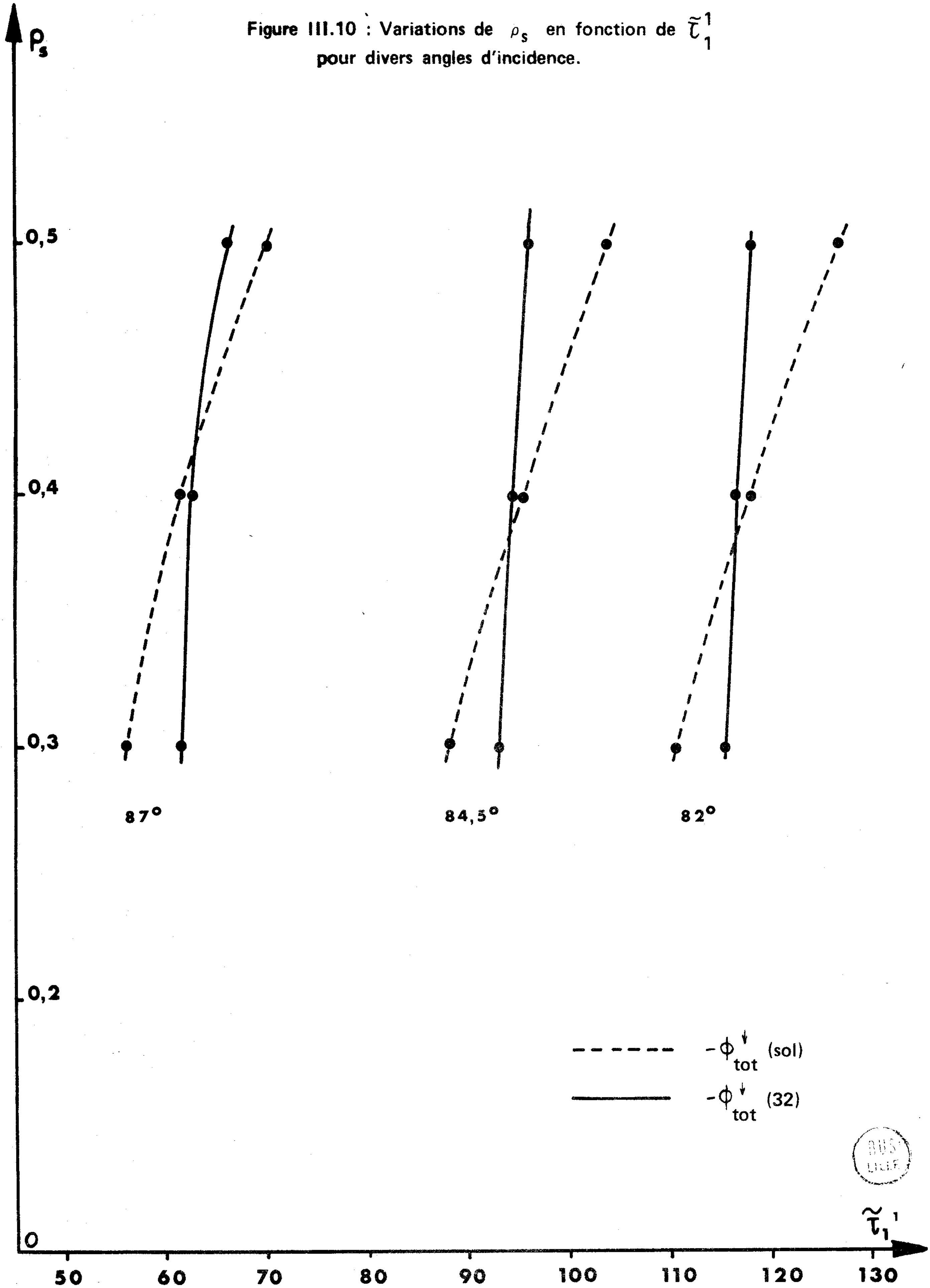


Figure III.11 : Effet de l'incertitude des mesures sur la détermination de ρ_s et $\tilde{\tau}_1^1$.

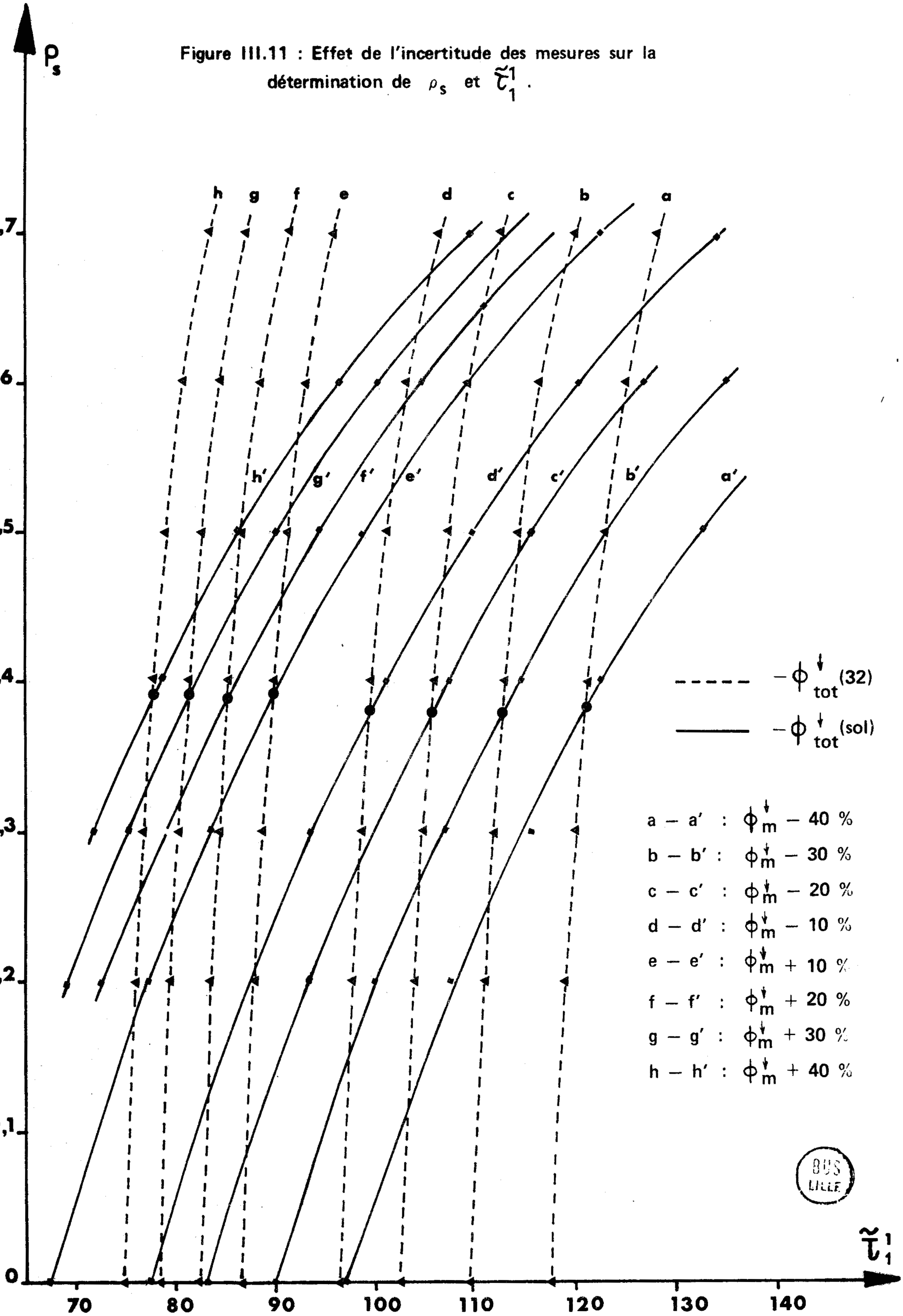


Figure III.12 : Influence sur le flux total descendant calculé, de l'incertitude sur l'albédo sphérique.

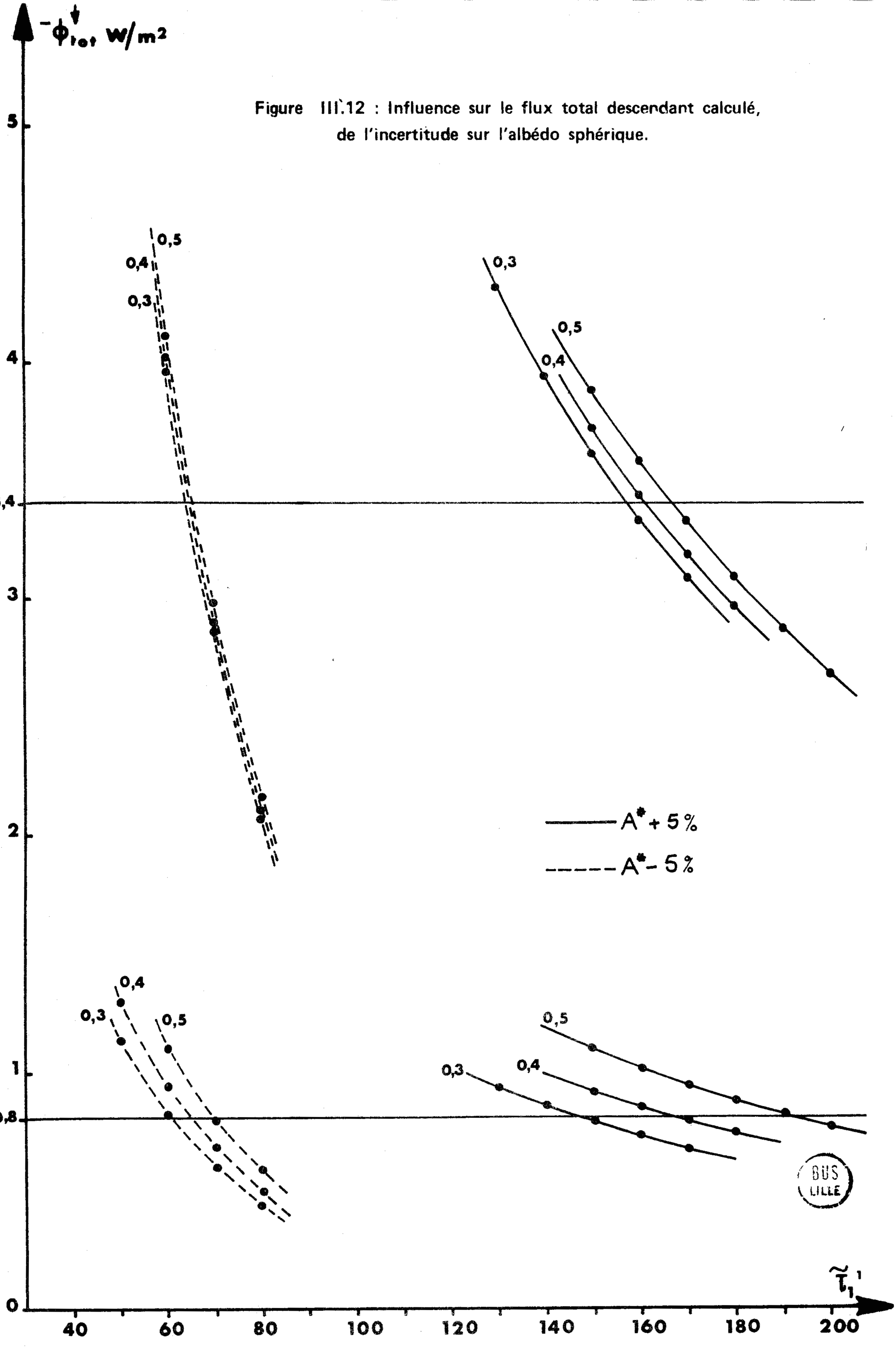


Figure III.13 : Variations de ρ_s en fonction $\tilde{\tau}_1^1$ compte tenu de l'erreur sur l'albédo sphérique.

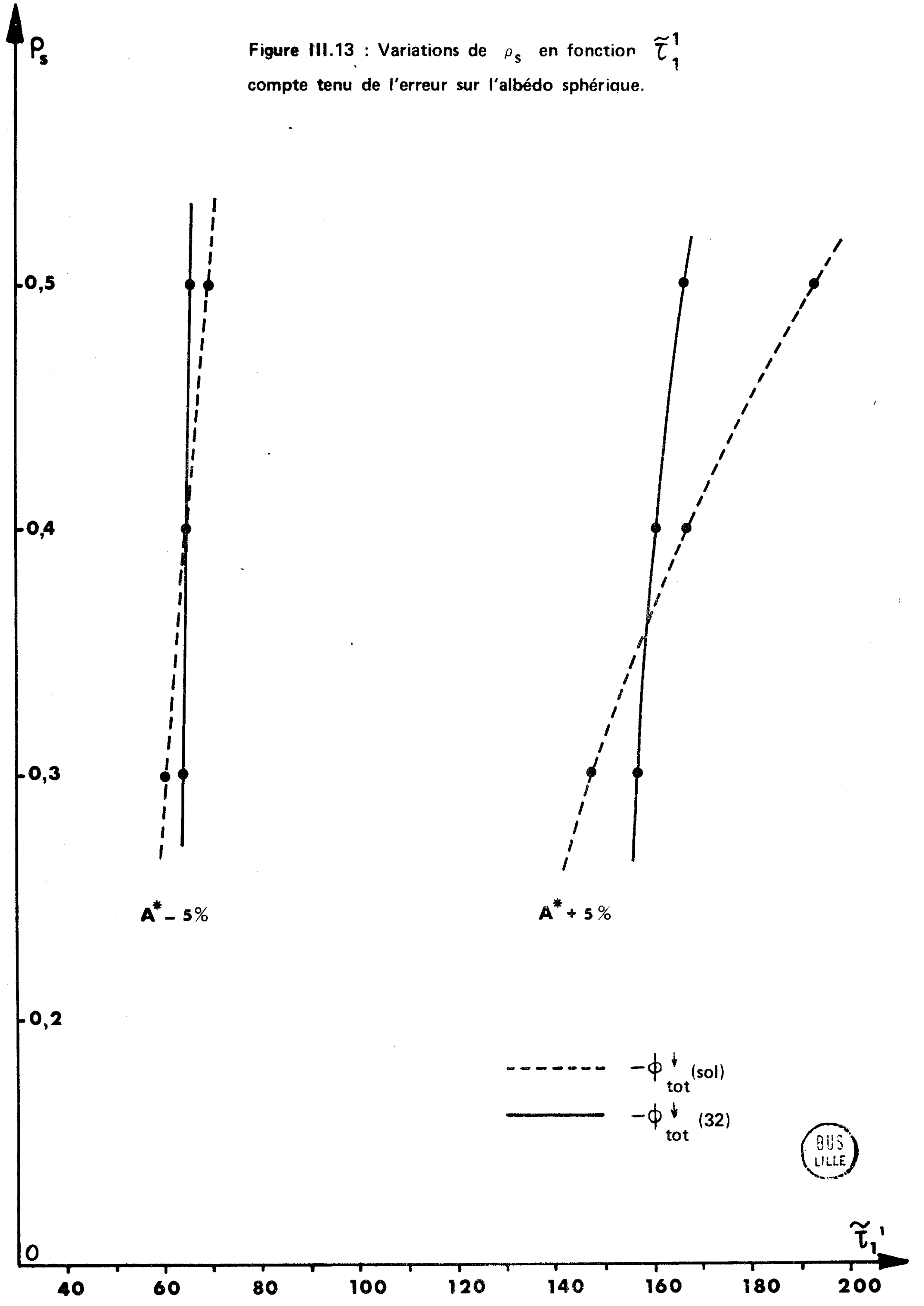
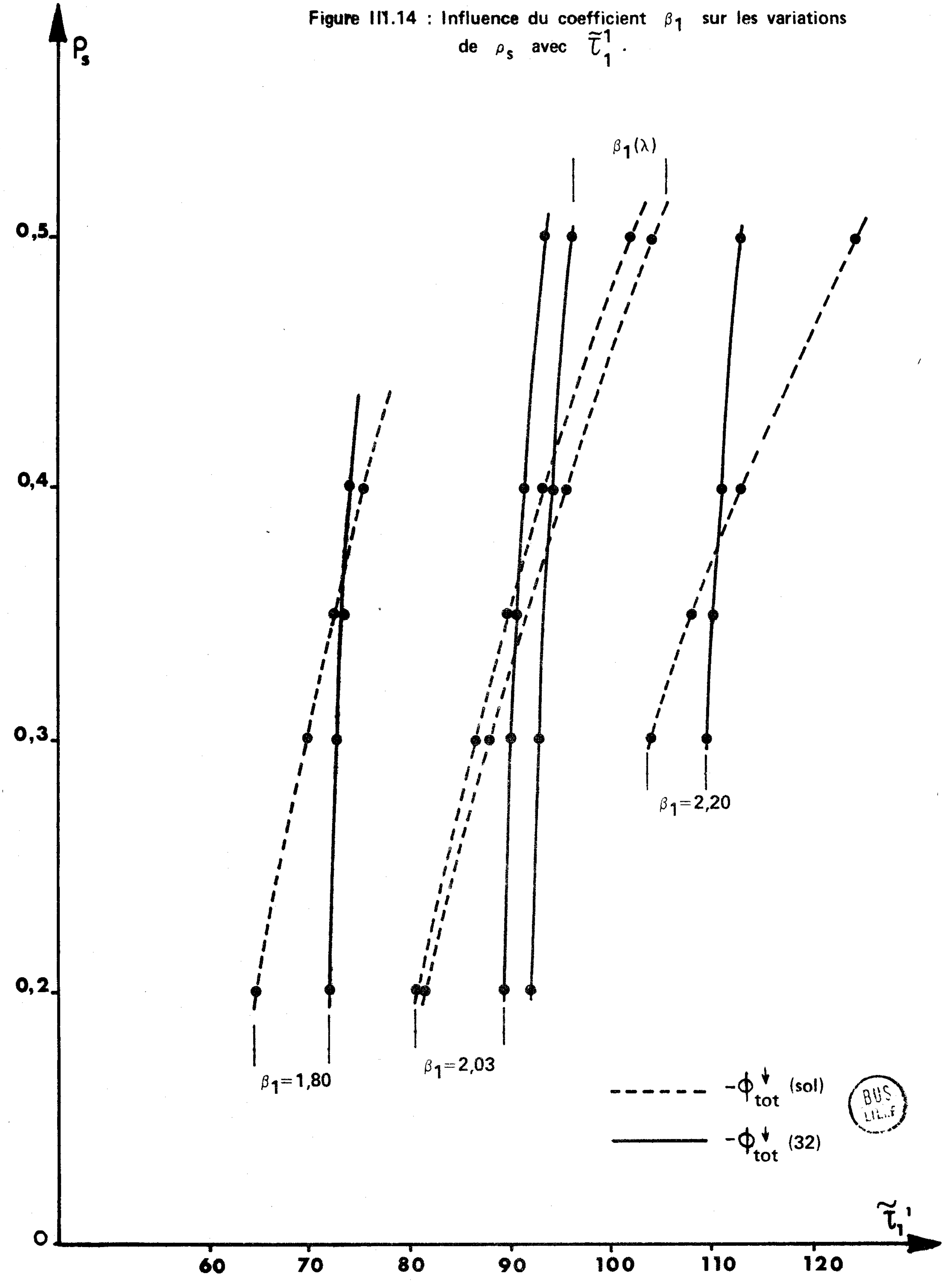


Figure III.14 : Influence du coefficient β_1 sur les variations de ρ_s avec $\tilde{\tau}_1^1$.



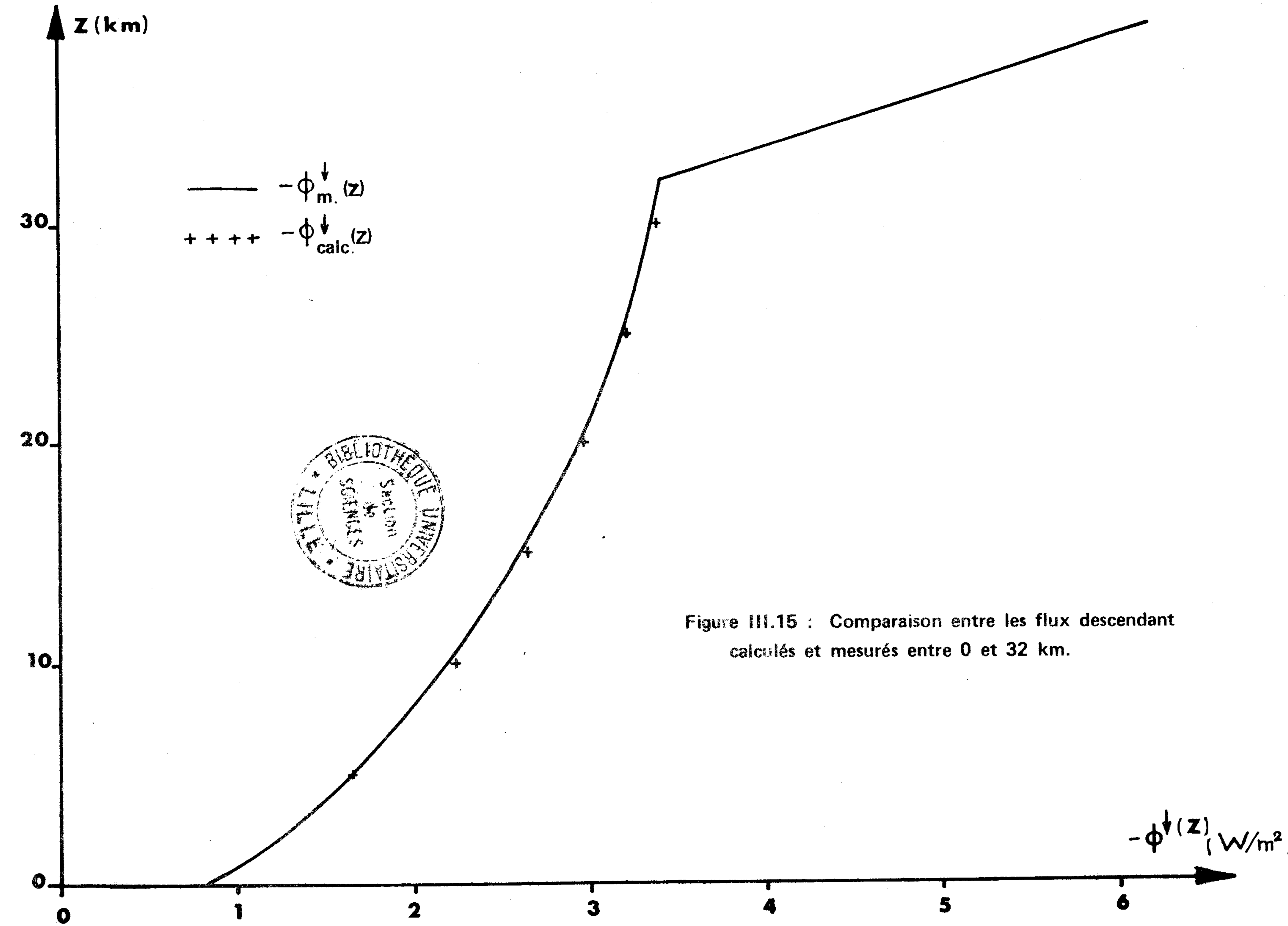


Figure III.15 : Comparaison entre les flux descendant calculés et mesurés entre 0 et 32 km.