50376
1970
191

FOUQUART Yves

UNIVERSITE DE LILLE
FACULTE DES SCIENCES

THESE DE : DOCTORAT DE 3ème Cycle
DISCIPLINE : OPTIQUE

N° d'Ordre 183

NOM DU CANDIDAT : F O U Q U A R T Yves

JURY : PRESIDENT : Madame LENOBLE - Professeur
RAPPORTEUR : Directeur du Travail : Mme LENOBLE
EXAMINATEURS : MM. MONTEL et RACZY
INVITE : M. AMAT - Professeur à la Faculté des Sciences de PARIS

TITRE DE LA THESE :

CONTRIBUTION A L'ETUDE DU TRANSFERT RADIATIF DANS L'ATMOSPHERE
EFFET D'UNE BRUME SUR L'ECHAUFFEMENT RADIATIF

R E S U M E

L'absorption du flux solaire incident par les gaz atmosphériques joue un rôle important dans le bilan énergétique de l'atmosphère.

En présence d'une couche diffusante, l'équilibre radiatif est modifié. On a étudié l'influence d'une brume sur l'échauffement radiatif dû à l'absorption du flux solaire dans le proche infra-rouge. Cette étude, d'abord effectuée en tenant compte de la seule diffusion primaire a montré qu'il n'était pas possible de négliger les diffusions multiples. On a alors été amené à mettre au point une méthode de résolution de l'équation du transfert radiatif en milieu inhomogène et on a pu mettre en évidence l'effet très important d'une couche de brume sur l'échauffement radiatif.

Soutenance prévue le Mardi 21 AVRIL 1970 à 10 heures

Bâtiment des Enseignements de Physique Amphithéâtre FRESNEL

Ce travail a été effectué au Laboratoire d'Optique Atmosphérique de la aculté des Sciences de Lille, sous la direction de Madame LENOBLE, Professeur. e tiens à lui exprimer ici ma profonde gratitude pour les constants encoura- ements et les précieux conseils qu'elle m'a donnés.

Je remercie l'ensemble du personnel du Laboratoire de Calcul Numérique our l'aide qu'il m'a apportée et en particulier Messieurs STRUYVE et GEST, u'ils trouvent ici, avec mes remerciements l'assurance de ma sincère amitié.

Ma reconnaissance va également à Messieurs AMAT, MONTEL et RACZY qui 'ont fait l'honneur de bien vouloir faire partie de mon jury.

Je tiens, enfin, à remercier tous mes collègues de Laboratoire pour leur ide amicale.

INTRODUCTION

Ce travail représente le développement d'une étude commencée, dans le cas de la diffusion primaire, par J. LENOBLE et A. CURTIS au Jet Propulsion Laboratory sur la suggestion de L. KAPLAN.

L'absorption par les gaz atmosphériques du rayonnement solaire a un effet important sur l'équilibre thermique de l'atmosphère. Les radiations de courte longueur d'onde sont absorbées dans la haute atmosphère où la densité de l'air est très faible et leur effet sur le bilan énergétique est négligeable. Les radiations de grande longueur d'onde (supérieures à 3 μ) sont émises en très faible quantité par le soleil et leur effet est aussi négligeable. Entre 0,3 μ et 3 μ l'émission solaire est importante et il existe de nombreuses bandes d'absorption dont les plus importantes sont celles de la vapeur d'eau et du gaz carbonique dans le rouge et le proche infrarouge.

Le rayonnement solaire est aussi diffusé par les molécules d'air et par des aérosols en suspension. La diffusion moléculaire dans le proche infrarouge est très faible, la profondeur optique diffusante totale variant de 0,01 pour 1 μ à 0,0001 pour 3 μ et son effet sur l'échauffement radiatif est probablement très faible. Dans le cas des aérosols en suspension dans l'air dus essentiellement à la pollution atmosphérique et surtout dans le cas des brumes la profondeur optique diffusante est beaucoup plus grande et l'effet de la diffusion n'est sans doute pas négligeable. Au cours de cet exposé nous nous proposons donc de calculer l'échauffement radiatif, provoqué par l'absorption du rayonnement solaire dans le proche infrarouge, en tenant compte de la diffusion et de comparer les résultats à ceux que l'on obtient en négligeant la diffusion.

Les brumes étant relativement peu diffusantes on peut penser à priori que l'effet essentiel serait dû à la diffusion primaire; nous calculerons donc, en premier lieu l'échauffement radiatif en négligeant les diffusions multiples. Dans le cas où les résultats seraient peu affectés par la diffusion primaire on pourrait alors négliger l'influence des diffusions multiples.

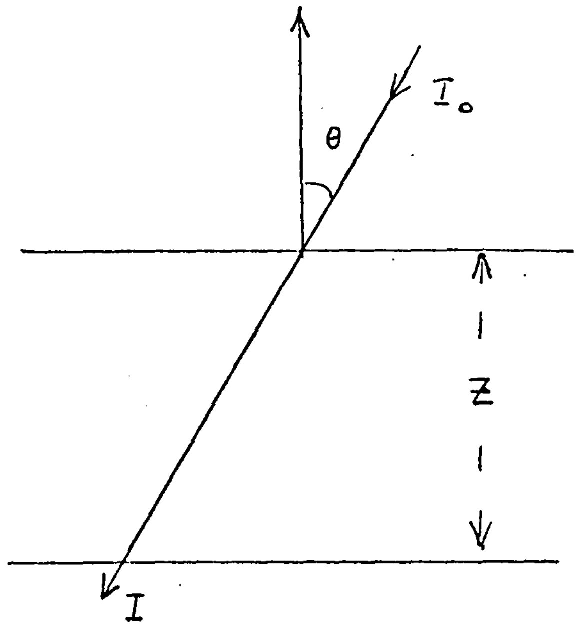
Nous étudierons ensuite l'influence des diffusions multiples dans le cas e brumes suffisamment diffusantes et il nous faudra pour cela mettre au point ne méthode de résolution de l'équation du transfert radiatif adaptée au cas es couches inhomogènes. Afin de tester la précision de la méthode nous en omparerons les résultats avec ceux obtenus dans le cas de couches homogènes, our une méthode exacte. Nous étudierons ensuite l'échauffement provoqué par 'absorption du rayonnement solaire par une raie de la vapeur d'eau en calcuant la moyenne des échauffements monochromatiques obtenus point par point et ous comparerons les résultats à ceux obtenus par un calcul direct de l'échauffement moyen dans la raie. Nous pourrons ainsi évaluer la précision des méthoes de calcul de la transmission moyenne et du coefficient d'absorption moyen our une raie ou pour une bande. Enfin nous étudierons le cas de bandes d'aborption de la vapeur d'eau dans le proche infrarouge.

CHAPITRE I

DEFINITIONS RAPPELS ET NOTATIONS

I/ ABSORPTION PAR UNE RAIE SIMPLE

Cas d'une couche homogène



Considérons une couche d'épaisseur Z d'un milieu absorbant homogène de coefficient d'absorption k_ν, soit I_o l'intensité d'un rayonnement incident monochromatique de fréquence ν faisant l'angle Θ avec la verticale, à la sortie de la couche l'intensité du rayonnement sera

$$I = I_o \exp\left(-\frac{1}{\mu} k_\nu Z\right)$$

où $\mu = \cos\Theta$

La transmission à la fréquence ν est donc

$$T(\nu) = \frac{I}{I_o} = \exp\left(-\frac{1}{\mu} k_\nu Z\right)$$

et la transmission moyenne sur un intervalle de fréquence $\Delta\nu$

$$T = \frac{1}{\Delta\nu}\int_{\Delta\nu} T(\nu)\, d\nu = \frac{1}{\Delta\nu}\int_{\Delta\nu} \exp\left(-\frac{1}{\mu}\; k_\nu Z\right) d\nu \qquad \text{(I-1)}$$

Le coefficient d'absorption k_ν est décomposé suivant un produit de termes $\sigma\, g(\nu)$ où σ figure l'intensité totale de la raie

$$\sigma = \int_{\text{raie}} k_\nu \, d\nu$$

et $g(\nu)$ figure la forme de la raie. Cette forme est due aux collisions entre les molécules des différents gaz présents dans l'atmosphère et pour une part très inférieure à l'élargissement Doppler dû aux mouvements thermiques des molécules. L'effet prépondérant des collisions dans la basse atmosphère nous conduit à prendre pour $g(\nu)$ l'approximation de LORENTZ :

$$k_\nu = \frac{\sigma\ \phi\ \alpha}{\pi\left[(\nu-\nu_o)^2+\alpha^2\right]} \qquad \text{(I-2)}$$

où

- α est la demie largeur de raie définie par la largeur de la raie pour une intensité égale à la moitiée de l'intensité maximum. Elle est fonction de la température et de la pression
- ρ est la densité d'absorbant
- νo est la fréquence au centre de la raie.

Nous pouvons calculer, dans le cas d'une raie de LORENTZ la transmission moyenne dans un intervalle $\Delta\nu$ ne contenant qu'une seule raie. Posons $u = \frac{\sigma\rho}{2\pi\alpha}\ \frac{Z}{\mu}$, nous obtenons

$$T = 1 - \frac{2\pi\alpha}{\Delta\nu}\ L(u) \qquad \text{(I-3)}$$

où $L(u) = u\ e^{-u}\ (I_o(u) + I_1(u))$ est la fonction de LADENBURG et REICHE; I_o et I_1 sont les fonctions de Bessel modifiées de première espèce.

Nous appelerons largeur équivalente de la raie la quantité

$$W = \int_{\Delta\nu} \left[1 - \exp\left(-\frac{1}{\mu}\ k_\nu\ Z\right)\right] d\nu = 2\pi\alpha\ L(u) \qquad \text{(I-4)}$$

<u>Cas d'une couche non homogène</u>

Dans l'atmosphère la pression p et la température T varient le long du trajet du rayonnement en fonction de l'altitude z. De ce fait l'intensité σ et la demie-largeur de raie α varient avec z. Dans ce cas la transmission moyenne de la couche d'épaisseur Z sur un intervalle spectral $\Delta\nu$ s'exprime par

$$T = \frac{1}{\Delta\nu}\int_{\Delta\nu} \exp\left(-\frac{1}{\mu}\int_o^Z k(z)\ dz\right) d\nu \qquad \text{(I-5)}$$

<u>Etude de la demie largeur de raie α (z)</u>

Dans le cas d'un élargissement prépondérant du aux collisions entre les molécules des différents gaz atmosphériques (raie de LORENTZ) la demie-larur α est inversement proportionnelle au temps moyen τ séparant deux chocs nsécutifs $\alpha = \frac{1}{4\pi\tau}$. Dans un gaz pur τ est proportionnel au libre parcours yen ℓ des molécules et inversement proportionnel à leur vitesse moyenne V, it $\alpha \sim \frac{\ell}{V}$. Le libre parcours moyen est $\ell = \frac{1}{n\,\pi\,\sigma^2}$ où σ est la section effi-ce de choc et n le nombre de molécules par unité de volume. A température nstante n est proportionnel à la pression et à pression constante n est in-rsement proportionnel à la température, le libre parcours moyen ℓ est donc oportionnel à $\frac{T}{p}$; d'autre part V est proportionnel à $T^{\frac{1}{2}}$. Finalement

$$\tau \sim \frac{T}{pT^{\frac{1}{2}}} = \frac{T^{\frac{1}{2}}}{p} \quad \text{et } \alpha \sim pT^{-\frac{1}{2}}$$

où

$$\alpha = \alpha_o \times \frac{p}{po} \left(\frac{To}{T}\right)^{\frac{1}{2}} \qquad \text{(I-6)}$$

Etude de l'intensité de la raie σ (z)

Les fréquences des raies d'absorption que nous considérerons correspondent des transitions de vibration-rotation de la vapeur d'eau. Dans ce cas l'in-nsité de la raie est d'après HERZBERG (référence 1)

$$\sigma = \frac{8\pi^3}{3hc}\ \omega\ \frac{N}{Q_p(T)}\ \exp\left(-\frac{E_{vR}}{kT}\right)\left|M\right|^2\ \left(1-\exp\left(-\frac{h\omega}{kT}\right)\right) \qquad \text{(I-7)}$$

h est la constante de PLANCK

k la constante de BOLTZMANN

ω la fréquence de la raie

N le nombre de molécules par unité de volume

$Q_p(T)$ la "fonction de partition" à la pression p et à la température T

M est l'élément de matrice du dipôle correspondant à la transition

$E_{vR} = G_o(v) + F(J,K)$ est l'énergie de vibration plus l'énergie de rotation l'état initial.

La molécule H_2O est de type toupie assymétrique, cependant nous pouvons nsidérer la toupie symétrique comme une première approximation. Posons $= \frac{h}{8\pi^2 c I_n^e}$ où les I_n^e sont les moments principaux d'inertie correspondant positions d'équilibre de la molécule vibrante. Les constantes de rotation la toupie symétrique correspondant à la molécule H_2O sont alors $\bar{B}_{v1} = B_{v1}$ $\bar{B}$

et $\bar{B}_{v2} = \frac{1}{2}\left(B_{v2} + B_{v3}\right)$

où

$$B_{vn} = B_{en} - \sum_{m=1}^{3} \alpha_{nm} \left(V_m + \frac{1}{2}\right)$$

si l'on tient compte de l'intéraction vibration-rotation.

L'énergie de rotation est alors

$$F_v(J,K) = \bar{B}_{v2}\, J(J+1) + (B_{v1} - \bar{B}_{v2})\, K^2 \qquad \text{(I-9)}$$

où J est le nombre quantique correspondant au moment angulaire total et K sa composante suivant l'axe de symétrie de la toupie symétrique.

La molécule H_2O possède trois modes de vibration fondamentaux non dégénérés, un antisymmétrique et deux symétriques, repérés par m dans la formule (I-8), dans ces conditions son énergie de vibration est au premier ordre

$$G_o(v_1\ v_2\ v_3) = \sum_{i=1}^{3} \omega_i(v_i + \frac{1}{2}) \qquad \text{(I-10)}$$

où v_i est le nombre quantique de vibration correspondant au mode de vibration i et ω_i la constante de vibration.

La "fonction de partition" est d'après HERZBERG

$$Q_p(T) = \prod_{i=1}^{3} \left[1 - \exp\left(- \frac{hc\omega_i^o}{kT}\right)\right]^{-1} \exp\left(- \frac{B_{e2}^{\frac{1}{2}}\, B_{e3}^{\frac{1}{2}}}{4(kT/hc)}\right)$$
$$\times \left(\frac{\pi(kT/hc)^3}{B_{e1}\, B_{e2}\, B_{e3}}\right)^{\frac{1}{2}} \left[1 + \frac{1}{12}\left(1 - \frac{B_{e2}^{\frac{1}{2}}\ B_{e3}^{\frac{1}{2}}}{}\right) \times \frac{B_{e2}^{\frac{1}{2}}\ B_{e3}^{\frac{1}{2}}}{(kT/hc)}\right] \qquad \text{(I-11)}$$
$$\times \exp\left(- \frac{hc\ G(o)}{kT}\right)$$

où les ω_i^o sont les fréquences des trois modes fondamentaux de vibration, c est la vitesse de la lumière. Cette expression néglige l'intéraction vibration-rotation et suppose donc $B_{vn} \simeq B_{en}$ ce qui est raisonnable pour une température $T \leqslant 300$ K.

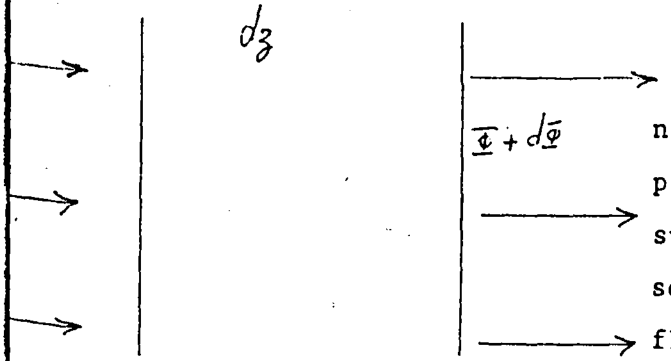
Les formules (I-7) et (I-11) nous permettent de relier l'intensité d'une raie de vibration-rotation à la température T à l'intensité de la même raie à la température T_o. Dans l'infrarouge $\exp\left(-\frac{hc\ \omega}{kT}\right) << 1$, d'autre part $\exp\left(-\frac{B_{e2}^{\frac{1}{2}}\ B_{e3}^{\frac{1}{2}}}{4(kT/hc)}\right) \simeq 1$, compte tenu de ces simplifications nous obtenons :

$$\sigma\ (T) = \sigma(T_o) \left(\frac{T_o}{T}\right)^{\frac{3}{2}} \exp\left(-\frac{hc\ F(J,K)}{k} \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_o}\right)\right) \qquad \text{(I-12)}$$

Les raies les plus fortes sont celles obtenues pour des transitions de niveau J faible; dans ce cas le calcul montre que l'intensité de la raie varie peu dans la basse atmosphère où la température décroît de 300 K à 220 K environ.

II/ DIFFUSION

1/ Albédo pour une diffusion



Soit un flux Φ de rayonnement monochromatique se propageant par ondes planes et tombant perpendiculairement sur une tranche d'absorbant d'épaisseur dz. A la sortie de la tranche le flux sera :

$$\Phi + d\Phi = \Phi + d\Phi_1 + d\Phi_2$$

où

- $d\Phi_1 = -\ k_\nu \Phi\ dz$ est le flux perdu par absorption
- $d\Phi_2 = -\ s\Phi\ dz$ est le flux perdu par diffusion
- k_ν est le coefficient d'absorption défini précédemment
- s le coefficient de diffusion; il dépend du nombre et du type de particules diffusantes à l'altitude z et varie lentement en fonction de la fréquence; nous négligerons cette variation dans les intervalles de fréquence considérés.

Si à l'altitude z il y a N_i particules diffusantes sphériques de l'espèce i de rayon a_i : $s = \sum \pi a_i^2\ N_i\ F_i\ (\alpha)$ où F_i est la section efficace de diffusion, calculée par la théorie de MIE (référence 2).

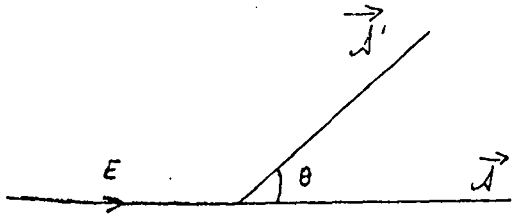
Pour un flux monochromatique nous aurons donc pour une couche finie non homogène d'épaisseur Z traversée sous l'angle Θ une transmission :

$$T(\nu) = \exp - \frac{1}{\cos\Theta} \int_{o}^{z} (s(z) + k_{\nu}(z))\, dz \qquad \text{(I-13)}$$

Nous appellerons "albédo pour une diffusion" le rapport

$$\omega_{o\nu}(z) = \frac{s(z)}{s(z)+k_{\nu}(z)} \qquad \text{(I-14)}$$

2/ Fonction de diffusion; fonction de phase



L'intensité diffusée dans une direction $\vec{s}$ faisant l'angle Θ avec la direction d'incidence $\vec{s}$ par une particule d'espèce i recevant l'éclairement E est

$$I(\Theta) = E\, f_i\, (\Theta,\lambda) \qquad \text{(I-15)}$$

où Θ est l'angle de diffusion

λ la longueur d'onde du rayonnement incident

f_i dépend de la nature, de la forme et des dimensions des particules de l'espèce i.

Le diagramme f en fonction de Θ est l'indicatrice de diffusion. Cette fonction a été calculée par MIE pour des particules sphériques et elle est tabulée assez largement pour diverses valeurs de l'indice m et du paramètre $\alpha = \frac{2\pi a}{\lambda}$ où a est le rayon de la particule. Dans la suite nous nous limiterons à l'étude de la diffusion due aux particules sphériques dont sont composés pour l'essentiel les brumes et les nuages de l'atmosphère.

En admettant que la diffusion par une particule quelconque est indépendante de la diffusion due aux autres particules on peut exprimer l'intensité diffusée par un élément de volume dv d'un milieu comportant divers type de particules; si N_i désigne le nombre de particules de l'espèce i par unité de volume nous écrirons

$$I = E \sum_i N_i\, f_i\, (\Theta,\lambda)\, dv \qquad \text{(I-16)}$$

En lumière monochromatique, et à l'échelle macroscopique nous définirons une fonction de diffusion

$$f(\Theta) = \sum_i \; N_i \; f_i(\Theta,\lambda) \; dv \qquad \text{(I-17)}$$

variant lentement avec la longueur d'onde.

Si $f(\Theta)$ est indépendant de Θ la diffusion est dite isotrope.

On définit la fonction de phase $P(\Theta)$ par :

$$f(\Theta) = \frac{s}{4\pi} \quad p(\Theta) = \frac{\bar{\omega}_o \; \nu}{4\pi} \qquad (s+k_\nu) \; p(\Theta) \qquad \text{(I-18)}$$

On peut démontrer que si $\mu = \cos\Theta$ on a :

$$\int_{-1}^{+1} p(\mu) \; d\mu = 2 \qquad \text{(I-19)}$$

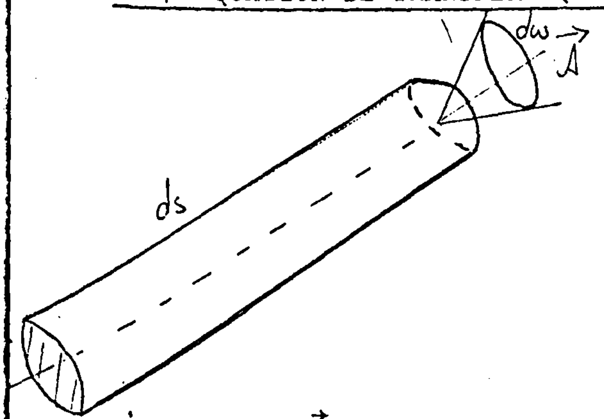
Pour une diffusion isotrope $p(\mu) = 1$.

Pour l'utilisation que nous en faisons la forme mathématique la plus avantageuse de la fonction de phase est un développement en série de polynômes de LEGENDRE

$$p(\Theta) = \sum_{\ell=o} \beta_\ell \qquad P_\ell(\cos\Theta) \qquad \text{(I-20)}$$

où la normalisation (I-19) entraine $\beta_o = 1$.

III/ EQUATION DE TRANSFERT (référence 3)



Pour un petit élément de volume cylindrique de surface de base $d\sigma$ et de hauteur ds autour de la direction $\vec{s}$ au point M, si nous écrivons qu'il y a conservation de l'énergie nous aboutissons à la forme suivante

$$\frac{dI_\nu(M,\vec{s})}{ds} = - (s(M) + k_\nu(M)) \; I_\nu(M;\vec{s}) + J_\nu(M,\vec{s}) \quad , \qquad \text{(I-21)}$$

expression générale de l'équation de transfert en rayonnement monochromatique

- $s(M)$ et $k_\nu(M)$ sont respectivement les valeurs du coefficient de diffusion et du coefficient d'absorption monochromatique au point M.
- $I_\nu(M,\vec{s})$ est la luminance énergétique monochromatique au point M du rayonnement se propageant dans la direction $\vec{s}$.

- $J_\nu(M,\vec{s})$ est la fonction source monochromatique au point M dans la direction $\vec{s}$.

L'expression la plus générale de cette fonction source est :

$$J_\nu(M,\vec{s}) = k_\nu(M)\ B_\nu(M) + \frac{s(M)}{4\pi} \int_{espace} I_\nu(M,s)\ \ p(M,\vec{s},\vec{s}')\ d\omega'$$

$$+ \frac{s(M)}{4\pi} \sum_{sources\ i} E_i\ \ p(M,\vec{s},\vec{s}_i) \qquad \text{(I-22)}$$

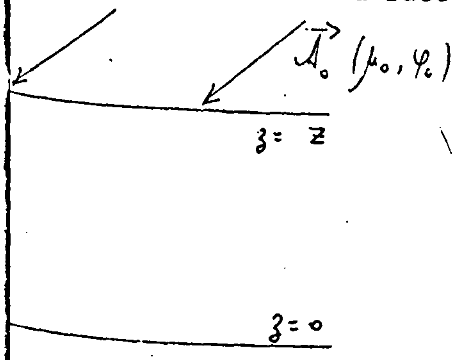
où

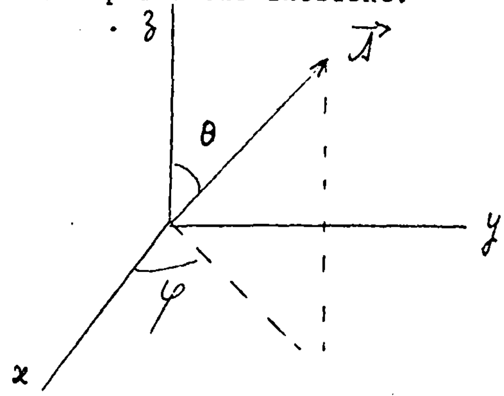
- $B_\nu(M)$ est la luminance énergétique du corps noir à la fréquence ν à la température T du point M
- E_i l'éclairement produit en M par la source i dans la direction $\vec{s}$.
- $p(M;\vec{s},\vec{s}')$ la fonction de phase en M pour l'angle entre les direction $\vec{s}$ et $\vec{s}'$.

Si $(\vec{s},\vec{n})$ est l'angle entre $\vec{s}$ et la normale $\vec{n}$ à une surface (S) le flux à travers cette surface sera :

$$F = \int_{espace} \cos(\vec{s},\vec{n})\ I(\vec{s})\ d\omega \qquad \text{(I-23)}$$

Dans la suite nous assimilerons l'atmosphère à une couche "plane parallèle" où les propriétés sont constantes sur un plan horizontal, éclairée de façon uniforme sur sa face supérieure par un faisceau parallèle incident.





Repérons une direction quelconque $\vec{s}$ par l'azimuth ϕ et par le cosinus de la colatitude $\mu = |\cos\Theta|$ c'est à dire $\cos\Theta = \mu$ pour $0 \leq \Theta \leq \frac{\pi}{2}$ et $\cos\Theta = -\mu$ pour $\frac{\pi}{2} < \Theta \leq \pi$. Si πF est l'éclairement produit par le faisceau incident de direction $(-\mu_0,\phi_0)$ sur un plan perpendiculaire à cette direction, sur la face supérieure de la couche, l'équation de transfert s'écrira sous la forme

$$\mu \frac{dI_\nu}{dz}(z;\mu,\phi) = -\left(s(z) + k_\nu(z)\right) I_\nu(z;\mu,\phi) + J_\nu(z;\mu,\phi) \qquad \text{(I-24)}$$

où

$$J_\nu(z;\mu,\phi) = \frac{Fs(z)}{4} \; p(\mu,\phi;-\mu_o,\phi_o) \exp\left(-\frac{1}{\mu_o}\int_z^\infty \left(s(z)+k_\nu(z)\right) dz\right)$$
$$+ \frac{s(z)}{4\pi}\int_o^{2\pi}\int_{-1}^{+1} p(\mu,\phi;\mu',\phi')\, I_\nu(z;\mu',\phi')\, d\mu'\, d\phi' \qquad \text{(I-25)}$$

en admettant que p est indépendant de l'altitude et en négligeant l'émission qui n'intervient pas dans l'atmosphère pour les longueurs d'onde que nous considérerons. F varie lentement avec la fréquence et nous pouvons le considérer comme constant dans de petits intervalles de fréquence. Nous prendrons pour tous les calculs effectués F = 1, les résultats étant proportionnels à F.

Nous écrirons les conditions aux limites en exprimant le rayonnement diffus reçu par la couche sur sa face supérieure et sur sa face inférieure.

IV/ TAUX D'ECHAUFFEMENT RADIATIF

Le flux radiatif diffus à la fréquence ν, à l'altitude z est donné par

$$F_\nu^D(z) = \int_o^{2\pi}\int_{-1}^{+1} \mu \; I_\nu(z;\mu,\phi)\, d\mu\, d\phi$$
$$= \int_o^{2\pi}\int_o^{1} \mu\, I_\nu(z;\mu,\phi)\, d\mu\, d\phi - \int_o^{2\pi}\int_o^{1} \mu \; I_\nu(z;-\mu,\phi)\, d\mu\, d\phi \qquad \text{(I-26)}$$

$$F_\nu^D(z) = U_\nu^D(z) - D_\nu^D(z) \qquad \text{(I-27)}$$

où le flux montant U est compté positivement et le flux descendant D est compté négativement.

L'échauffement radiatif correspondant est

$$h_\nu^D(z) = -\frac{dF_\nu^D(z)}{dz} \qquad \text{(I-28)}$$

C'est le gain d'énergie par unité de volume ici exprimé en Watts cm^{-2}. La variation correspondante de température est

$$dT = \frac{1}{\rho_a(z)\; Cp} \; h_\nu(z) \qquad \text{(I-29)}$$

où ρ_a est la densité de la couche d'air à l'altitude z considérée et Cp sa capacité calorifique à pression constante.
Nous définirons le flux moyen dans un intervalle spectral $\Delta\nu_i$ par

$$F_i^D(z) = \frac{1}{\Delta\nu_i} \int_{\Delta\nu_i} d\nu \, F_\nu^D(z) = U_i^D(z) - D_i^D(z) \qquad \text{(I-30)}$$

et un taux d'échauffement moyen

$$h_i^D(z) = - \frac{dF_i^D}{dz}(z) \qquad \text{(I-31)}$$

- Le flux solaire directement transmis, de direction $(-\mu_o, \phi_o)$, est à l'altitude de z, en moyenne sur l'intervalle spectral $\Delta\nu_i$

$$F_i^s(z) = - \frac{\pi F \mu_o}{\Delta\nu_i} \int_{\Delta\nu_i} \exp\left(- \frac{1}{\mu_o} \int_z^\infty \left(s(z) + k_\nu(z) \right) dz \right) d\nu_i \qquad \text{(I-32)}$$

et l'échauffement radiatif correspondant est défini par

$$h_i^s(z) = - \frac{dF_i^s(z)}{dz} \qquad \text{(I-33)}$$

- Le flux total est donc pour l'intervalle $\Delta\nu_i$

$$F_i(z) = F_i^s(z) + F_i^D(z)$$

et l'échauffement total

$$h_i(z) = h_i^s(z) + h_i^D(z) \qquad \text{(I-34)}$$

CHAPITRE II

CALCUL DE L'EFFET DE LA DIFFUSION PRIMAIRE SUR L'ECHAUFFEMENT RADIATIF

Dans ce chapitre nous allons déterminer l'influence de la diffusion sur l'échauffement radiatif calculé en valeur moyenne dans une bande d'absorption en nous limitant à la diffusion primaire ce qui pour les faibles profondeurs optiques diffusantes que nous aurons à considérer semble une approximation raisonnable. Nous chercherons par la suite à déterminer l'erreur ainsi commise. Dans ce chapitre nous négligerons en première approximation la variation de l'intensité et de la demie largeur de raie en fonction de la température le long du trajet atmosphérique.

I/ CALCUL DE L'ECHAUFFEMENT RADIATIF EN L'ABSENCE DE DIFFUSION

En l'absence de diffusion ($s(z) = o$) le flux transmis à l'altitude z pour la direction μ_o est donné par la formule (I-32) où s(z) est nul

$$F_i^s(z) = \frac{1}{\Delta\nu_i} \int_{\Delta\nu_i} - \pi F \mu_o \exp\left(- \frac{1}{\mu_o} \int_z^\infty k_\nu (z)\, dz\right) d\nu_i$$

et l'échauffement radiatif correspondant est alors

$$h_i^s(z) = \frac{1}{\Delta\nu_i} \int_{\Delta\nu_i} \pi F k_\nu(z) \exp\left(- \frac{1}{\mu_o} \int_z^\infty k_\nu(z)\, dz\right) d\nu \qquad \text{(II-1)}$$

Si nous appellons transmission à l'altitude z pour la direction μ_o la fonction

$$T_i(\mu_o, z) = \frac{1}{\Delta\nu_i} \int_{\Delta\nu_i} \exp\left(- \frac{1}{\mu_o} \int_z^\infty k_\nu (z)\, dz\right) d\nu$$

dont nous allons calculer la valeur moyenne dans une bande d'absorption, l'échauffement radiatif s'exprime alors de la façon suivante

$$h_i(z) = - \pi F \mu_o \frac{dT_i(\mu_o,z)}{dz} \qquad \text{(II-2)}$$

II/ CALCUL DE LA TRANSMISSION MOYENNE DANS UNE BANDE POUR UN TRAJET HOMOGENE

Pour une couche d'épaisseur Z d'un milieu homogène, éclairée sur sa face supérieure par un faisceau incident vertical la transmission moyenne pour un intervalle de fréquence $\Delta\nu$ ne contenant qu'une seule raie de LORENTZ est donnée par la formule (I-3).

Les bandes de vibration-rotation de H_2o que nous considérons sont des bandes irrégulières; nous exposerons ici très brièvement la méthode statistique que nous avons utilisée permettant de calculer la transmission moyenne dans une bande (référence 4).

Considérons L raies ($j = 1,2$ ---L) d'espacement moyen δ, dans un intervalle $\Delta = L\delta$. Chaque raie est caractérisée par un coefficient d'absorption $k_j(\nu-\nu_j) = \sigma_j\, g(\nu-\nu_j)$ et on suppose que toutes les raies ont la forme de LORENTZ caractérisée par la même demie largeur dans la couche considérée. Soit $N(\nu_1\ \nu_2 \dots \nu_L)\, d\nu_1\, d\nu_2 \dots d\nu_L$ la probabilité d'existence des raies entre $\nu_1 + d\nu_1$, $\nu_2 + d\nu_2$, -- $\nu_L + d\nu_L$ et $P(\sigma_j)\, d\sigma_j$ la probabilité pour que la raie j ait son intensité comprise entre σ_j et $\sigma_j + d\sigma_j$ avec $\int_0^{+\infty} P(\sigma_j)\, d\sigma_j = 1$.
Nous définirons l'intensité moyenne par

$$\bar{\sigma} = \frac{\int_0^{\infty} \sigma P(\sigma)\, d\sigma}{\int_0^{\infty} P(\sigma)\, d\sigma}$$

La probabilité d'avoir un certain arrangement des raies dans l'intervalle considéré est $N(\nu_1\ \nu_2 \dots \nu_L)\, d\nu_1\, d\nu_2 \dots d\nu_L \prod_{j=1}^{L} P(\sigma_j)\, d\sigma_j$.

En négligeant l'effet faible des raies extérieures à l'intervalle Δ, la transmission à une fréquence ν voisine du centre de Δ pour cet arrangement de raies est

$$\exp\left(- \rho Z \sum_{j=1}^{L} \sigma_j\, g(\nu-\nu_j)\right) = \prod_{j=1}^{L} \exp\left(- \rho\, Z\, \sigma_j\, g(\nu-\nu_j)\right) \quad ;$$

la transmission moyenne pour tous les arrangements possibles est donc

$$T = \frac{\int_{-\Delta/2}^{+\Delta/2} \cdots \int_{-\Delta/2}^{+\Delta/2} N(\nu_1\ \nu_2 \cdots \nu_L)\, d\nu_1\, d\nu_2\, d\nu_L \int_0^{\infty} \cdots \int_0^{\infty} \prod_{j=1}^{L} P(\sigma_j) \exp\left(-\rho Z \sigma_j\, g(\nu-\nu_j)\right) d\sigma_j}{\int_{-\frac{\Delta}{2}}^{+\Delta/2} \cdots \int_{-\Delta/2}^{+\Delta/2} N(\nu_1\ \nu_2 \cdots \nu_L)\, d\nu_1\, d\nu_2 \cdot d\nu_L \int_0^{\infty} \cdots \int_0^{\infty} \prod_{j=1}^{L} P(\sigma_j)\, d\sigma_j}$$

La bande est en désordre, toutes les positions de raie sont donc également probable et $N(\nu_1, \nu_2 -- \nu_L)$ est constante et nous pouvons écrire

$$T = \left[1 - \frac{1}{L\delta} \int_{-\Delta/2}^{+\Delta/2} d\nu' \int_{o}^{\infty} P(\sigma') \left(1 - \exp\left(-\rho\, Z \sigma'\, g\, (\nu-\nu')\right)\right) d\sigma' \right]^{L}$$

si L est grand comme $(1 - \frac{x}{n})^{n} \to e^{-x}$ quand $n \to \infty$ on peut écrire

$$T = \exp\left(- \frac{1}{\delta} \int_{-\Delta/2}^{+\Delta/2} d\nu' \int_{o}^{\infty} P(\sigma') \left(1 - \exp\left(- \rho Z\ \sigma'\, g(\nu-\nu')\right)\right) d\sigma' \right)$$

Le résultat étant peu sensible à la forme choisie pour $P(\sigma)$ nous choisirons le cas le plus simple $P(\sigma) = \delta(\sigma - \bar{\sigma})$, soit toutes les raies de la même intensité $\bar{\sigma}$ ce qui donne

$$T = \exp\left(- \frac{1}{\delta} \int_{-\Delta/2}^{+\Delta/2} \left(1 - \exp\left(- \rho Z\, \bar{\sigma}\, g(\nu-\nu')\right)\right) d\nu' \right)$$

ou encore

$$T = \exp\left(- \frac{\bar{W}}{\delta}\right) \tag{II-3}$$

Pour calculer la largeur équivalente moyenne $\bar{W}$ nous écrirons :

$$\bar{W} = 2\pi\ \bar{\alpha}\, L \left(\frac{\bar{\sigma}\, \rho Z}{2\pi\bar{\alpha}} \right) \tag{II-4}$$

et nous définirons $\bar{\alpha}$ et $\bar{\sigma}$ en cherchant l'accord pour les approximations de raie faible et de raie forte

$\bar{W} = \rho Z\ \bar{\sigma}$ pour les raies faibles

$\bar{W} = 2\ \sqrt{\rho Z}\ \sqrt{\bar{\sigma}\, \bar{\alpha}}$ pour les raies fortes

Nous définirons ainsi $\bar{\sigma}$ par

$$\bar{\sigma} = \frac{1}{L} \sum_{j=1}^{L} \sigma j \tag{II-5}$$

et $\bar{\alpha}$ par

$$\bar{\sigma}\,\bar{\alpha} = \left[(\overline{\sigma\alpha})^{\frac{1}{2}} \right]^2 = \left[\frac{1}{L} \sum_{j=1}^{L} (\sigma_j\ \alpha_j)^{\frac{1}{2}} \right]^2 \qquad \text{(II-6)}$$

ALCUL DE LA TRANSMISSION MOYENNE POUR UN TRAJET ATMOSPHERIQUE

insi que nous l'avons exposé au chapitre I la pression p et la tempé- T variant en fonction de l'altitude z, le coefficient d'absorption varie le long du trajet du rayonnement, nous allons chercher à ex- l'effet de cette variation sur la transmission donnée par la formule pour une couche atmosphérique.

Trajet équivalent

La méthode consiste à chercher un trajet homogène équivalent à la pres- p_e et à la température T_e avec une densité effective d'absorbant ρ_e; t σ_e et α_e l'intensité et la demie largeur effectives dans ce cas. Ce t équivalent sera tel que

$$T_A(z) = T(\rho_e,\sigma_e,\alpha_e)$$

(z) est la transmission pour le trajet réel et $T(\rho_e,\sigma_e,\alpha_e)$ la valeur transmission calculée pour le trajet homogène équivalent.

Nous exposerons très brièvement ici l'approximation de CURTIS-GODSON rence 5) à deux paramètres que nous utiliserons dans la suite de xposé et qui donne des résultats très satisfaisants.

Approximation de CURTIS-GODSON (référence 5)

Considérons une forme de LORENTZ pour toutes les raies j de l'interval- ν et déterminons ρ_e, σ_{je} et α_{je} pour avoir accord dans les régions de s fortes et de raies faibles entre

$$T_A(z) = \frac{1}{\Delta\nu} \int_{\Delta\nu} \exp\left(- \int_z^Z \frac{\sigma_j(z')\alpha_j(z')\rho(z')dz'}{\pi\left[(\nu-\nu_j)^2+\alpha_j^2(z') \right]} \right) d\nu$$

$$T(z) = \frac{1}{\Delta\nu} \int_{\Delta\nu} \exp\left(- \rho_e\ (Z-z) \sum_j \frac{\sigma_{je}\ \alpha_{je}}{\pi\left[(\nu-\nu_j)^2+\alpha_{je}^2 \right]} \right) d\nu$$

r les raies fortes nous pouvons remplacer $\alpha_j(z')$ par α_{je} au dénominateur au centre l'absorption est totale et pour les ailes $\alpha_j << (\nu-\nu_j)^2$, ce qui s conduit à la première identification

$$\sigma_{je}\ \alpha_{je}\ \rho_e(\bar{z}-z) = \int_z^{\bar{z}} \sigma_j(z')\ \alpha_j(z')\ \rho(z')\ dz' \qquad \text{(II-7)}$$

r les raies faibles on peut développer l'exponentielle et remplacer l'intrale sur $\Delta\nu$ par une intégrale de $-\infty$ à $+\infty$ puisque $\Delta\nu >> \alpha_j$; cela donne

$$T_A(z) = 1 - \frac{1}{\Delta\nu} \sum_j \int_z^{\bar{z}} \cdot\ \rho(z')\ dz' \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\sigma_j(z')\ \alpha_j(z')}{\pi\left[(\nu\ \nu_j)^2 + {}_j^2(z')\right]} d\nu$$

pour obtenir l'accord il faut que α_{je} vérifie l'équation

$$\alpha_{je} \int_z^{\bar{z}} \sigma_j(z')\ \rho(z')\ dz' = \int_z^{\bar{z}} \sigma_j(z')\ \alpha_j(z')\ \rho(z')\ dz' \qquad \text{(II-8)}$$

combinant les relations (II-7) et (II- 8) nous définissons le produit e ρ_e par

$$\sigma_{je}\ \rho_e(\bar{z}-z) = \int_z^{\bar{z}} \sigma_j(z')\ \rho(z')\ dz' \qquad \text{(II-9)}$$

us pouvons appliquer l'approximation de CURTIS-GODSON au cas d'une bande désordre nous obtenons :

$$\bar{W}_e = 2\pi\ \bar{\alpha}_e\ L\left(\frac{\rho_e(\bar{z}-z)\ \bar{\sigma}_e}{2\pi\ \bar{\alpha}_e}\right) \qquad \text{(II-10)}$$

Les valeurs moyennes $\bar{\sigma}_e$ et $\bar{\alpha}_e$ étant obtenues au mieux par

$$\bar{\sigma}(z) = \frac{1}{L} \sum_{j=1}^{L} \sigma_j(z) \qquad \text{(II-11)}$$

$$\bar{\sigma}(z)\ \bar{\alpha}(z) = \frac{1}{L} \sum_{j=1}^{L} \left[\sigma_j(z)\ \alpha_j(z)^{\frac{1}{2}}\right]^2 \qquad \text{(II-12)}$$

$$\bar{\sigma}_e\ \rho_e(\bar{z}-z) = \int_z^{\bar{z}} \bar{\sigma}(z')\ \rho(z')\ dz' \qquad \text{(II-13)}$$

$$\bar{\alpha}_e \, \bar{\sigma}_e \, \rho_e(Z-z) = \int_z^{Z} \bar{\sigma}(z') \, \rho(z') \, \bar{\alpha}(z') \, dz' \qquad \text{(II-14)}$$

POSITION DU PROBLEME

1/ Diffusion

Nous étudierons successivement le cas où la brume est répartie dans tou-
l'atmosphère et le cas où son épaisseur est limitée à 1 ou 2 km. Le coeffi-
nt de diffusion s est proportionnel au nombre de particules diffusantes que
s supposerons variant exponentiellement avec l'altitude suivant la loi.

$$\begin{aligned} s(z) &= s_o \, n_o \exp\left(-\frac{z}{H_1}\right) && \text{si } z < Z \\ s(z) &= o && \text{si } z > Z \end{aligned} \qquad \text{(II-15)}$$

st l'altitude correspondant à la limite supérieure de la couche.
et n_o sont respectivement le coefficient de diffusion pour une particule
le nombre de particules diffusantes au niveau du sol.
est l'échelle de hauteur correspondant au diffusant.
roduisons la variable $\xi = \exp\left(-\frac{z}{H_1}\right)$, nous définirons la profondeur opti-
diffusante totale de l'atmosphère

$$\tau_F = \int_o^{Z} s(z) \, dz = \int_{\xi_1}^{1} s_o \, n_o \, H_1 \, d\xi = s_o \, n_o \, H_1 \, (1-\xi_1) \qquad \text{(II-16)}$$

s la suite nous utiliserons pour simplifier l'écriture

$$\tau = \int_o^{\infty} s(z) \, dz = s_o \, n_o \, H_1 = \frac{\tau_F}{1 - \xi_1}$$

s le cas où la brume est répartie dans toute l'atmosphère nous aurons
$= o$ et $\tau_F = \tau$.

2/ Absorption

Nous emploierons un modèle statistique de raies de LORENTZ ce qui est une approximation correcte pour les bandes de la vapeur d'eau. Dans la suite nous appellerons $\bar{\sigma}_o$ et $\bar{\alpha}_o$ les valeurs moyennes de l'intensité et de la demie largeur de raie, au niveau du sol, dans l'intervalle $\Delta\nu$ considéré, et δ l'espacement moyen des raies.

Dans une première approximation nous négligerons la variation de la demie largeur de raie et de l'intensité avec la température; nous aurons donc en supposant que la pression varie exponentiellement avec l'altitude

$$\alpha(z) = \alpha_o \frac{p(z)}{po} = \alpha_o e^{-z/H} \qquad \sigma(z) = \sigma_o \tag{II-17}$$

où H est l'échelle de hauteur de l'atmosphère H = 8 km

Nous supposerons que la densité d'absorbant varie aussi exponentiellement avec l'altitude soit

$$\rho(z) = \rho_o e^{-z/Ho} \tag{II-18}$$

où ρ_o est la densité de vapeur d'eau au niveau du sol et Ho l'échelle de hauteur correspondant à la vapeur d'eau.

Posons $\beta = H/H_1$ et $\gamma = Ho/H_1$, nous obtenons

$$\alpha(z) = \alpha_o \xi^{\frac{1}{\beta}} \qquad \text{et} \qquad \rho(z) = \rho_o \xi^{\frac{1}{\gamma}} \tag{II-19}$$

V/ FLUX DIFFUS ET ECHAUFFEMENT RADIATIF CORRESPONDANT

L'intensité diffusée $I_\nu(z;\mu,\phi)$ à l'altitude z dans la direction (μ,ϕ) et à la fréquence ν est définie par l'équation de transfert (I-24)

$$\mu \frac{dI_\nu}{dz} (z;\mu,\phi) = - (s(z) + k_\nu(z)) \; I_\nu(z;\mu,\phi) + J_\nu(z;\mu,\phi) \tag{II-20}$$

où

$$J_\nu(z;\mu,\phi) = \frac{Fs(z)}{4} \; p(\mu,\phi; - \mu_o \; \phi_o) \exp\left(- \frac{1}{\mu_o} \int_z^\infty \left(s(z) + k_\nu(z)\right)dz\right)$$

$$+ \frac{s(z)}{4\pi} \int_o^{2\pi} \int_{-1}^{+1} p(\mu,\phi;\mu',\phi') \; I_\nu(z;\mu',\phi') \, d\mu' \, d\phi' \tag{II-21}$$

où $s(z) = o \qquad$ pour $z > Z$

tiplions l'équation (II-20) par $d\mu\, d\phi$ et intégrons de -1 à $+1$ et de 0 à en utilisant la relation (I-19), nous obtenons

$$\frac{dF_\nu(z)}{dz} = \int_o^{2\pi}\int_{-1}^{+1} \mu \frac{dI_\nu}{dz}(z;\mu,\phi)\, d\mu\, d\phi = -\,(s(z) + k_\nu(z)) \int_o^{2\pi}\int_{-1}^{+1}$$

$$I_\nu(z;\mu,\phi)\, d\mu\, d\phi + s(z)\ \pi F \exp\left(-\frac{1}{\mu_o}\int_z^\infty \left(s(z'') + k_\nu(z'')\right)dz''\right)$$

$$+\ s(z)\int_o^{2\pi}\int_{-1}^{+1} I_\nu(z;\mu',\phi')\, d\mu'\, d\phi'$$

st à dire :

$$h_\nu^D(z) = k_\nu(z)\int_o^{2\pi}\int_{-1}^{+1} I_\nu(z;\mu,\phi)\, d\mu\, d\phi - \pi F\ s(z)\exp\left(-\frac{1}{\mu_o}\right. \qquad \text{(II-22)}$$

$$\left.\int_z^\infty \left(s(s'') + k_\nu(z'')\right)dz''\right)$$

Nous supposerons que le sol est noir et qu'il n'y a pas d'intensité dif-
sée venant du dessus de l'atmosphère ce qui nous donne les conditions aux
ites suivantes :

$$\begin{aligned} I_\nu(\infty;-\mu,\phi) &= o \\ I_\nu(o;+\mu,\phi) &= o \end{aligned} \qquad \text{(II-23)}$$

l'équation transfert (II-20) et des conditions aux limites (II-23) nous
tenons

$$\begin{aligned} I_\nu^-(z;-\mu,\phi) &= \frac{1}{\mu}\int_z^\infty J_\nu(z';-\mu,\phi)\exp\left(-\frac{1}{\mu}\int_z^{z'}\left(s(z'') + k_\nu(z'')\right)dz''\right)dz' \\ I_\nu^+(z;+\mu,\phi) &= \frac{1}{\mu}\int_o^z J_\nu(z';+\mu,\phi)\exp\left(-\frac{1}{\mu}\int_{z'}^{z}\left(s(z'') + k_\nu(z'')\right)dz''\right)dz' \end{aligned} \qquad \text{(II-24)}$$

Dans une première approximation nous négligerons l'influence de la dif-
sion multiple. Pour les faibles profondeurs optiques diffusantes considé-
es c'est une approximation qui semble raisonnable; nous chercherons à es-

er l'erreur introduite, dans le chapitre III.

En négligeant la diffusion multiple la fonction source s'écrit :

$$J_\nu(z;\mu,\phi) = \frac{F\ s(z)}{4}\ p(\mu,\phi;-\mu_o,\phi_o)\ \exp\left(-\frac{1}{\mu_o}\int_z^\infty \left(s(z'') + k_\nu(z'')\right)dz''\right) \qquad \text{(II-25)}$$

qui correspond au flux solaire transmis par la couche de l'atmosphère au sus de z et diffusé à l'altitude z dans la direction (μ,ϕ). Les équations -24) deviennent dans ce cas :

$$I_\nu^-(z;-\mu,\phi) = \frac{F}{4\mu}\ p(-\mu,\phi;-\mu_o,\phi_o)\int_z^\infty s(z')\ \exp\left(-\frac{1}{\mu}\int_z^{z'}\left(s(z'') + k_\nu(z'')\right)dz'' - \frac{1}{\mu_o}\int_{z'}^\infty\left(s(z'') + k_\nu(z'')\right)dz''\right)dz' \qquad \text{(II-26)}$$

$$I^+(z;+\mu,\phi) = \frac{F}{4\mu}\ p(+\mu,\phi;-\mu_o,\phi_o)\int_o^z s(z')\ \exp\left(-\frac{1}{\mu}\int_{z'}^{z}\left(s(z'') + k_\nu(z'')\right)dz'' - \frac{1}{\mu_o}\int_{z'}^\infty\left(s(z'') + k\ (z'')\right)dz''\right)dz'$$

roduisons la variable $\xi = \exp\left(-\frac{z}{H_1}\right)$; $\tau = s_o\ n_o\ H_1$ et

$) = s_o\ n_o\ \xi \qquad$ si $\xi > \xi_1$

$) = o \qquad$ si $\xi < \xi_1$

Nous écrirons les relations suivantes de façon générale valable aussi n pour le cas d'une brume répartie dans toute l'atmosphère que pour le cas ne brume limitée en posant

$$\tau = s_o\ n_o\ H_1 \qquad \text{pour } \xi > \xi_1$$

$$\tau = o \qquad \text{pour } \xi < \xi_1 \qquad \text{(II-27)}$$

s obtenons alors :

$$I_\nu^-(\xi;-\mu,\phi) = \frac{F\tau}{4\mu}\; p(-\mu,\phi;-\mu_o,\phi_o)\int_o^\xi \exp\left(-\frac{\tau(\xi-\xi')}{\mu} - \frac{\tau(\xi'-\xi_1)}{\mu_o}\right)$$

$$\times \exp\left(-\frac{1}{\mu}\int_z^{z'} k_\nu(z'')\,dz'' - \frac{1}{\mu_o}\int_{z'}^{\infty} k_\nu(z'')\,dz''\right) d\xi'$$

$$I^+(\xi;-\mu,\phi) = \frac{F\tau}{4\mu}\; p(-\mu,\phi;-\mu_o,\phi_o)\int_\xi^1 \exp\left(-\frac{\tau(\xi'-\xi)}{\mu} - \frac{\tau(\xi'-\xi_1)}{\mu_o}\right) \tag{II-28}$$

$$\times \exp\left(-\frac{1}{\mu}\int_{z'}^{z} k_\nu(z'')\,dz'' - \frac{1}{\mu_o}\int_{z'}^{\infty} k_\nu(z'')\,dz''\right) d\xi'$$

ont ces valeurs de l'intensité que nous utiliserons dans la formule 22) pour calculer l'échauffement radiatif dû au flux diffusé.

FLUX DIRECTEMENT TRANSMIS ET ECHAUFFEMENT RADIATIF CORRESPONDANT

Le flux solaire directement transmis à l'altitude z, pour une fréquence t :

$$F_\nu^S(z) = -\pi F\,\mu_o \exp\left(-\frac{1}{\mu_o}\int_z^\infty \left(s(z'') + k_\nu(z'')\right)dz''\right) \tag{II-29}$$

'échauffement radiatif correspondant est alors :

$$h_\nu^S(z) = -\frac{dF_\nu^S(z)}{dz} = \pi F\,\left(s(z)+k_\nu(z)\right)\exp\left(-\frac{1}{\mu_o}\int_z^\infty \left(s(z'')+k_\nu(z'')\right)dz''\right) \tag{II-30}$$

FLUX TOTAL ET ECHAUFFEMENT RADIATIF TOTAL

A l'altitude z et à la fréquence ν le flux total est :

$$F_\nu(z) = F_\nu^D(z) + F_\nu^S(z)$$

'échauffement radiatif total est :

$$h_\nu(z) = h_\nu^D(z) + h_\nu^S(z)\quad .$$

$$h_\nu(z) = \pi F\, k_\nu(z) \exp\left(-\frac{\tau(\xi-\xi_1)}{\mu_o}\right)\exp\left(-\frac{1}{\mu_o}\int_z^\infty k_\nu(z)\, dz\right)$$

$$+ \frac{F\tau}{4}\, k_\nu(z) \int_o^{2\pi}\int_o^{+1} \frac{p(\mu,\phi;-\mu_o,\phi_o)}{\mu} \int_\xi^1 \exp\left(-\frac{\tau|\xi'-\xi|}{\mu} - \frac{\tau(\xi'-\xi_1)}{\mu_o}\right)$$

$$\exp\left(-\frac{1}{\mu}\int_z^{z'} k_\nu(z'')\, dz'' - \frac{1}{\mu_o}\int_{z'}^\infty k_\nu(z'')\, dz''\right) d\mu\, d\phi\, d\xi' \qquad \text{(II-31)}$$

$$+ \frac{F\tau}{4}\, k_\nu(z) \int_o^{2\pi}\int_o^{+1} p(-\mu,\phi;-\mu_o,\phi_o) \int_o^\xi \exp\left(-\frac{\tau|\xi-\xi'|}{\mu} - \frac{\tau(\xi'-\xi_1)}{\mu_o}\right)$$

$$\exp\left(-\frac{1}{\mu}\int_{z'}^{z} k_\nu(z'')\, dz'' - \frac{1}{\mu_o}\int_{z'}^\infty k_\nu(z'')\, dz''\right) d\mu\, d\phi\, d\xi'$$

négligeant la diffusion (τ=o) nous obtenons un échauffement radiatif

$$j_\nu(z) = \pi F\, k_\nu(z) \exp\left(-\frac{1}{\mu_o}\int_z^\infty k_\nu(z'')\, dz''\right) \qquad \text{(II-32)}$$

calculé en valeur moyenne sur l'intervalle $\Delta\nu_i$ est équivalent à la re-ion (II-2).

I/ MOYENNE SUR LA FREQUENCE DE L'ECHAUFFEMENT RADIATIF

Du fait de la rapide variation de coefficient d'absorption $k_\nu(z)$ en ction de la fréquence il est pratiquement impossible de calculer exacte-t l'échauffement radiatif en fonction de la fréquence et nous calcule-s des valeurs moyennes dans des intervalles spectraux contenant un grand bre de raies

$$h(z) = \frac{1}{\Delta\nu}\int_{\Delta\nu} h_\nu(z)\, d\nu \qquad \text{(II-33)}$$

Pour cela introduisons la transmission moyenne pour le trajet atmosphé-ue considéré, définie par :

$$T(\mu_o,\mu;z,z') = \frac{1}{\Delta\nu}\int_{\Delta\nu} \exp\left(-\frac{1}{\mu}\left|\int_{z'}^{z} k_\nu(z'')\, dz''\right| - \frac{1}{\mu_o}\int_{z'}^\infty k_\nu(z'')\, dz''\right) d\nu \qquad \text{(II-34)}$$

vons cette expression par rapport à z, nous obtenons

$$\frac{dT(\mu_o,\mu;z,z')}{dz} = \frac{1}{\Delta\nu} \int_{\Delta\nu} k_\nu(z) \exp\left(-\frac{1}{\mu}\left|\int_{z'}^{z} k_\nu(z'')\,dz''\right| - \frac{1}{\mu_o}\int_{z'}^{\infty} k_\nu(z'')\,dz''\right) d\nu \tag{II-35}$$

la convention

$$R(\mu_o,\mu;z,z') = +\frac{dT(\mu_o,\mu;z,z')}{dz} \quad \text{si } z' > z \quad \text{ou } \xi' < \xi$$
$$R(\mu_o,\mu;z,z') = -\frac{dT(\mu_o,\mu;z,z')}{dz} \quad \text{si } z' < z \quad \text{ou } \xi' > \xi \tag{II-36}$$

'expression (II-25) le taux d'échauffement moyen (II-26) s'écrit

$$h(z) = \pi F \mu_o \exp\left(-\frac{\tau(\xi-\xi_1)}{\mu_o}\right) R(\mu_o,\mu_o;\xi,\xi) + \frac{F}{4}\int_0^{2\pi}\int_0^1 p(\mu,\phi;-\mu_o,\phi_o)\, F(\mu_o,\mu,\xi)\, d\mu\, d\phi + \frac{F}{4}\int_0^{2\pi}\int_0^1 p(-\mu,\phi;\mu_o,\phi_o)\, G(\mu_o,\mu,\xi)\, d\mu\, d\phi \tag{II-37}$$

$$F(\mu_o,\mu,\xi) = \tau\int_\xi^1 \exp\left(-\frac{\tau|\xi-\xi'|}{\mu} - \frac{\tau(\xi'-\xi_1)}{\mu}\right) R(\mu_o,\mu;\xi,\xi')\, d\xi' \tag{II-38}$$

$$G(\mu_o,\mu,\xi) = \tau\int_0^\xi \exp\left(-\frac{\tau|\xi-\xi'|}{\mu} - \frac{\tau(\xi'-\xi_1)}{\mu_o}\right) R(\mu_o,\mu;\xi,\xi')\, d\xi' \tag{II-39}$$

Evaluation des fonctions R et T

Pour le modèle de bande choisi la transmission moyenne est donnée par la mule (II-3) $T = \exp\left(-\frac{\bar{W}}{\delta}\right)$

$\bar{W}$ est la largeur équivalente moyenne calculée le long du trajet atmosphéri- et définie par (II-10)

$$\bar{W} = 2\pi \quad \bar{\alpha}_e \, L \left(\frac{\bar{u}_e}{2\pi\bar{\alpha}_e} \right) \qquad \text{(II-40)}$$

Les valeurs moyennes $\bar{\alpha}_e$ et $\bar{u}_e$ sont calculées avec l'approximation de TIS-GODSON pour une bande en désordre (formules (II-13) et (II-14) appliqués au trajet considéré et sont donc définies par

$$\bar{u}_e = \frac{1}{\mu_o} \int_{z'}^{\infty} \bar{\sigma}_o \, \rho(z'') \, dz'' + \frac{1}{\mu} \left| \int_{z'}^{z} \sigma_o \, \rho(z'') \, dz'' \right|$$

$$\bar{u}_e = \bar{\sigma}_o \, \rho_o \, H_1 \, \gamma \left(\frac{\xi'^{\frac{1}{\gamma}}}{\mu_o} + \left| \frac{\xi^{\frac{1}{\gamma}} - \xi'^{\frac{1}{\gamma}}}{\mu} \right| \right) \qquad \text{(II-41)}$$

$$\bar{\alpha}_e \, \bar{u}_e = \frac{1}{\mu_o} \int_{z'}^{\infty} \bar{\alpha}(z'') \, \bar{\sigma}_o \, \rho(z'') \, dz'' + \frac{1}{\mu} \left| \int_{z'}^{z} \bar{\alpha}(z'') \, \bar{\sigma}_o \, \rho(z'') \, dz'' \right|$$

$$\bar{\alpha}_e = \frac{1}{\bar{u}_e} \; \frac{\bar{\alpha}_o \, \bar{\sigma}_o \, \rho_o \, H_1 \, \beta\gamma}{\beta + \gamma} \left(\frac{\xi'^{\frac{1}{\beta}+\frac{1}{\gamma}}}{\mu_o} + \left| \frac{\xi'^{\frac{1}{\beta}+\frac{1}{\gamma}} - \xi^{\frac{1}{\beta}+\frac{1}{\gamma}}}{\mu} \right| \right) \qquad \text{(II-42)}$$

$\bar{\alpha}_o$ et $\bar{\sigma}_o$ sont les valeurs moyennes au sol dans l'intervalle $\Delta\nu$ considéré la demi-largeur et de l'intensité de raies.

équations (II-40), (II-41) et (II-42) avec (II-3) et (II-36) nous permettent de calculer la fonction R. Nous trouvons

$$\frac{dT}{dz} = T \left[-\frac{2\pi \, \bar{\alpha}_e}{\delta} \left(\frac{1}{2\pi\bar{\alpha}_e} \, \frac{d\bar{u}_e}{dz} - \frac{\bar{u}_e}{2\pi\bar{\alpha}_e^{2}} \, \frac{d\bar{\alpha}_e}{dz} \right) L' \left(\frac{\bar{u}_e}{2\pi\bar{\alpha}_e} \right) - \frac{2\pi}{\delta} \frac{d\bar{\alpha}_e}{dz} \, L \left(\frac{\bar{u}_e}{2\pi\bar{\alpha}_e} \right) \right]$$

$$L'(x) = e^{-x} \, I_o(x)$$

$$R(\mu_o, \mu; \xi, \xi') = \frac{T}{\delta} \, \frac{\bar{\sigma}_o \, \rho_o}{\mu} \, \xi^{\frac{1}{\gamma}} \exp\left(-\frac{\bar{u}_e}{2\pi\bar{\alpha}_e} \right)$$

$$\cdot \left[I_o \left(\frac{\bar{u}_e}{2\pi\bar{\alpha}_e} \right) + \left(\frac{\bar{\alpha}_o}{\bar{\alpha}_e} \, \xi^{\frac{1}{\beta}} - 1 \right) I_1 \left(\frac{\bar{u}_e}{2\pi\bar{\alpha}_e} \right) \right] \qquad \text{(II-43)}$$

EXPRESSION DE LA FONCTION DE PHASE

Dans ce chapitre nous avons effectué le calcul de l'échauffement radia-en diffusion primaire pour une diffusion isotrope et pour une brume d'é-sseur optique diffusante variable; nous allons maintenant exprimer mathé-quement la fonction de phase pour les deux cas étudiés.

1/ Diffusion isotrope

Ainsi que nous l'avons vu (Chapitre I, Paragraphe II) la fonction de e est

$$p(\Theta) = p(\mu,\phi;\mu_o\phi_o) = 1 \qquad \text{(II-44)}$$

2/ Diffusion par une brume

Nous utiliserons pour la fonction de phase un développement en série de nômes de LEGENDRE indiqué par la formule (I-20) $p(\Theta) = \sum_{\ell=o}^{L} \beta_\ell P_\ell(\cos\Theta)$ est l'angle entre deux directions quelconques (μ,ϕ) et (μ',ϕ').
eut alors utiliser le théorème d'addition de polynômes de LEGENDRE

$$P_\ell(\cos(\mu,\phi;\mu',\phi')) = \sum_{s=o}^{\ell} (2-\delta_{os}) P_s^\ell(\mu) P_s^\ell(\mu') \cos s(\phi-\phi') \qquad \text{(II-45)}$$

$\delta_{os} = 1$ si $s = o$

$\delta_{os} = 0$ si $s \neq o$

$$P_s^\ell(\mu) = \sqrt{\frac{(\ell-s)\,!}{(\ell+s)\,!}} \, (1-\mu^2)^{\frac{1}{2}} \, \frac{d^s}{d\mu^s} \, P_\ell(\mu)$$

a fonction de LEGENDRE associée.
nction de phase s'exprime alors de la façon suivante :

$$p(\mu,\phi;\mu',\phi') = \sum_{s=o}^{\ell} (2-\delta_{os}) \cos s(\phi-\phi') \sum_{\ell=s}^{L} \beta_\ell P_s^\ell(\mu) P_s^\ell(\mu') \qquad \text{(II-46)}$$

formule (II-37) qui exprime l'échauffement radiatif en diffusion primaire crit alors :

$$h(z) = \pi F\, \mu_o \exp\left(-\frac{\tau\xi}{\mu_o}\right) \quad R(\mu_o\mu_o;\xi,\xi)$$

$$+ \frac{F}{4}\int_o^{2\pi}\int_o^1 \sum_{s=o}^{L} (2-\delta_{os}) \cos s(\phi-\phi_o) \sum_{\ell=s}^{L} \beta_\ell\, P_s^\ell(\mu)\, P_s^\ell(-\mu_o)\, F(\mu_o,\mu,\xi)\, d\mu\, d\phi$$

$$\text{(II-47)}$$

$$+ \frac{F}{4}\int_o^{2\pi}\int_o^1 \sum_{s=o}^{L} (2-\delta_{os}) \cos s(\phi-\phi_o) \sum_{\ell=s}^{L} \beta_\ell\, P_s^\ell(-\mu)\, P_s^\ell(-\mu_o)\, G(\mu_o\mu,\xi)\, d\mu\, d\phi$$

Les intégrales doubles figurant dans cette expression sont à variables arées et l'intégration sur ϕ peut être effectuée immédiatement. Compte u de la périodicité de $\cos s(\phi-\phi_o)$

$$\int_o^{2\pi} \cos s(\phi-\phi_o)\, d\phi = 2\pi\, \delta_{os} \qquad \text{(II-48)}$$

xpression (II-47) s'écrit finalement :

$$h(z) = \pi F\, \mu_o \exp\left(-\frac{\tau\xi}{\mu_o}\right) \quad R(\mu_o\mu_o;\xi,\xi)$$

$$+ \frac{\pi F}{2}\int_o^1 \sum_{\ell=o}^{L} \beta_\ell\, P_\ell(\mu)\, P_\ell(-\mu_o)\, F(\mu_o\mu,\xi)\, d\mu \qquad \text{(II-49)}$$

$$+ \frac{\pi F}{2}\int_o^1 \sum_{\ell=o}^{L} \beta_\ell\, P_\ell(-\mu)\, P_\ell(-\mu_o)\, G(\mu_o\mu,\xi)\, d\mu$$

l'on a tenu compte du fait que $P_o^\ell(\mu) = P_\ell(\mu)$

FONCTION DE PHASE POUR UNE BRUME

1/ Etude de la granulométrie de la brume

Il nous faut maintenant calculer la valeur des coefficients β_ℓ permet-t d'exprimer la diffusion pour une brume composée de gouttelettes d'eau de re variable ce qui nécessite en premier lieu l'étude de la granulométrie brume considérée.

tiliserons la formule générale proposée par D. DEIRMENDJIAN pour repré- la granulométrie des nuages, brumes et aérosols (référence 6).

i dN est le nombre de gouttes de rayon compris entre r et r + dr, la on de répartition sera :

$$\frac{N}{r} = n(r) = a\ r^{\alpha}\ e^{-br^{\gamma}}$$

b, α et γ sont des constantes positives dépendant du type de brume con- .

vec $\alpha = 2$; $b = 15{,}1186$; $\gamma = 0{,}5$; le rayon moyen des particules étant , pour un nombre total de gouttes de 100 par cm^3 nous avons

$$(r) = 4{,}9757\ r^2\ e^{-15{,}1186\ r^{0,5}} \times 10^6\ \ cm^{-3}\ \mu^{-1} \qquad \text{(II-50)}$$

st exprimé en microns et la concentration en nombre de gouttes par ette distribution correspond approximativement à une brume continenta- calcul de la granulométrie a été programmé par J.C. GUILLEMOT et ENGO (références 7 et 8) et représenté pour la brume choisie sur ure (1).

/ Calcul des β_ℓ

e calcul, pour une granulométrie donnée, a été exposé en détail par UILLEMOT (référence 7).

our une goutte de rayon r recevant l'éclairement E, l'intensité diffu- t

$$(\Theta) = E\ F(r)\ \frac{\pi r^2}{4\pi}\quad p(\Theta) \qquad \text{(II-51)}$$

) est le "coefficient de diffusion de MIE" pour la goutte de rayon r. osons $\alpha = \frac{2\pi r}{\lambda}$; alors $n(\alpha) = \frac{dN}{d\alpha} = \frac{\lambda}{2\pi}\, n(r)$. La fonction de phase rela- à la goutte rayon r, d'indice m est $p(\Theta) = \sum_{\ell=o}^{\infty} \beta_\ell(m,\alpha)\ P_\ell(\cos\Theta)$ l'in- é diffusée est alors

$$I(\Theta) = \frac{E}{4\pi} \int_o^{\infty} F(\alpha)\ \frac{\pi\lambda^2\alpha^2}{4\pi^2}\ \ n(\alpha)\ d\alpha \sum_{\ell=o}^{\infty} \beta_\ell(m,\alpha)\ P_\ell(\cos\Theta) \qquad \text{(II-52)}$$

s $n'(\alpha) = n(\alpha)\ \pi\alpha^2\ F(\alpha)$; nous voulons écrire l'intensité diffusée sous rme

$$I(\Theta) = \frac{E}{4\pi}\ s \sum_{\ell=o}^{\infty} \beta_\ell\ P_\ell(\cos\Theta) \qquad \text{(II-53)}$$

coefficient de diffusion s vaut $s = \int_o^\infty \frac{\lambda^2}{4\pi^2} F(\alpha)\ \pi\alpha^2\ n(\alpha)\ d\alpha$

ation (II-52) s'écrit alors

$$I(\Theta) = \frac{E}{4\pi}\ s \sum_{\ell=o}^{L} P_\ell(\cos\Theta) \quad \frac{\int_o^\infty n'(\alpha)\ \beta_\ell(m,\alpha)d\alpha}{\int_o^\infty n'(\alpha)\ d\alpha} \quad ; \qquad \text{(II-54)}$$

obtenons donc pour la brume en comparant (II-48) et (II-49)

$$\beta_\ell = \frac{\int_o^\infty n'(\alpha)\ \ (m,\alpha)d\alpha}{\int_o^\infty n'(\alpha)\ d\alpha} \qquad \text{(II-55)}$$

s coefficients $\beta_\ell(m,\alpha)$ ont été calculées à partir de la théorie de MIE
. HERMAN (référence 9).

Le calcul des β_ℓ a été effectué sur calculatrice "Olivetti" Programma d'après le programme mis au point par J.C. GUILLEMOT et J. MARENGO et pour la brume considérée les résultats suivants.

$\beta_o = 1$ \qquad $\beta_4 = 0,60625$

$\beta_1 = 1,74288$ \qquad $\beta_5 = 0,16208$

$\beta_2 = 1,66642$ \qquad $\beta_6 = 0,04416$

$\beta_3 = 0,99848$ \qquad $\beta_7 = 0,00914$

ALCUL NUMERIQUE

Le programme permettant le calcul de l'échauffement radiatif a été écrit
GOL 60 pour la BULL M 40 du Laboratoire de calcul de la Faculté des Scien-
e Lille à partir des formules (II-40) à (II-43) et (II-49). Le calcul des
ions $R(\mu_o,\mu',\xi,\xi')$ a été écrit sous forme de procédure, les fonctions de
L I_o et I_1 sont calculées par récurrence avec une précision supérieure
llième. Les fonctions $F(\mu_o\ \mu,\xi)$ et $G(\mu_o\ \mu,\xi)$ sont calculées par la métho-
intégration de SIMPSON

$$\int_a^b f(x)\ d(x) = \frac{b-a}{3n} \sum_{i=o}^{n-2} \left[f(x_i) + 4f(x_{i+1}) + f(x_{i+2})\right].$$

$$x_i = \frac{i(b-a)}{n}$$

Une précision du millième est ainsi obtenue pour n = 10. L'intégration s
est effectuée par une méthode de quadrature de GAUSS (référence 10)

$$\int_a^b f(x)\, dx = \frac{b-a}{2} \sum_{i=o}^{n} H_i\, f(x_i)$$

$$x_i = \frac{a+b}{2} + \frac{b-a}{2}\, u_i$$

Les u_i sont les racines des polynômes de LEGENDRE de degré n + 1; les
nt des coefficients indépendants de f(x). Les u_i et les H_i ont été ta-
en particulier par KRYLOV (référence 11) jusqu'à n = 48. Une pré-
n de l'ordre de 1/10000ème est obtenue pour n = 6.

CHOIX DES PARAMETRES

Nous avons calculé l'échauffement radiatif provoqué par l'absorption du
nement solaire dans les bandes ν_1, ν_3 et $2\nu_2$ de la vapeur d'eau qui en
couvrant partiellement occuppent un intervalle de longueur d'onde allant
00 cm^{-1} (3,6µ) à 4400 cm^{-1} (2,25µ).
le cas de ces bandes d'absorption il est difficile de trouver dans la lit-
ure des valeurs précises de l'intensité moyenne $\bar{\sigma}_o$ et de la demie lar-
moyenne $\bar{\alpha}_o$. Cependant le but essentiel de ce travail étant de déterminer
et relatif de la diffusion et non un échauffement absolu nous ne recher-
pas dans ce domaine une très grande précision et nous avons pu utiliser
ésultats des mesures expérimentales effectuées par HOWARD, BURCH et
AMS (référence 12) qui leur ont permis d'établir la relation empirique

$$\frac{1,97}{a_o} = \frac{\bar{\sigma}_o}{\delta}$$

est l'intervalle moyen entre les raies, $\bar{\sigma}_o$ l'intensité moyenne au niveau
l et a_o la quantité de vapeur d'eau nécessaire pour obtenir, au sol, une
ption de 0,5. D'après ces travaux, GOODY (référence 13) donne la courbe
f(ν), nous avons calculé la valeur moyenne de a_o sur l'intervalle consi-
ce qui nous conduit à choisir $\bar{\sigma}_o$ = 1 g^{-1} cm pour $\bar{\alpha}_o$ = 0,11 cm^{-1} et

l cm^{-1}.

Dans tous les calculs de l'échauffement nous avons utilisé la valeur l pour l'éclairement solaire incident, les résultats étant proportion- à F. Dans l'intervalle considéré F = 33,05 $W.m^{-2}\ \mu^{-1}$ d'après le Hand- of Geophysics (référence 14).
En ce qui concerne la diffusion moléculaire ou diffusion RAYLEIGH le book of Geophysics donne pour la profondeur optique diffusante de toute mosphère les résultats suivants (référence 15)

λ en μ	τ
2	5,32 10^{-4}
2,5	2,22 10^{-4}
3	1,07 10^{-4}
3,5	5,8 10^{-5}

Ce sont des valeurs très faibles qui ne modifient pas l'échauffement atif, l'effet de la diffusion étant négligeable pour $\tau \simeq 0,01$.
Si l'on tient compte de la présence dans l'air d'aérosols en suspen- n, en particulier au dessus des grandes agglomérations, en l'absence brume on peut raisonnablement estimer d'après les mesures effectuées M. DELONCLE (référence 16) que τ est de l'ordre de 0,1 à 0,5. Ce- dant si l'on voulait traiter ce problème en détail il faudrait établir nouvelle fonction de phase $p(\Theta)$ correspondant à la nature de ces aé- ols, à leur forme et à leur granulométrie.

Dans le cas qui nous intéresse plus particulièrement, celui des brumes arie suivant le type de brume considéré, leur épaisseur, et leur consti- ion qui n'est pas stable dans le temps. On a donc choisi plusieurs valeurs τ de façon à correspondre approximativement aux cas réels étudiés par ULF, BRICARD, CURE et VERET (référence 17) qui ont mesuré pour divers mes et brouillards la densité optique diffusante, au sol, en fonction de longueur d'onde. On peut en déduire qu'aux environ de 2 à 3 μ, τ est de rdre de 0,25 à 1 par km, soit $s_o\ n_o$ compris entre 0,25 et 1 km^{-1}. La mule (II-16) donne τ compris entre 0,5 et 2 pour toute l'atmosphère, pour échelle de hauteur du diffusant H_1 = 2 km.

Nous avons donc étudié l'influence de la diffusion sur l'échauffement atif pour plusieurs valeurs de τ comprises entre 0,1 et 2, pour deux urs de l'inclinaison du soleil correspondant à $\mu_o = 1$ (soleil au zénith) $_o = 0,5$ (soleil incliné de 60°) pour une brume répartie dans toute l'atmhère avec $H_1 = 2$ km et $H_1 = 1$ km et pour une brume limitée à 1 au 2 km.

/ RESULTATS

Les figures (3) et (4) représentent les résultats dans le cas d'une usion isotrope où le diffusant est réparti dans toute l'atmosphère $H_1 = 2$ km, respectivement pour $\mu_o = 1$ et $\mu_o = 0,5$. L'échauffement est donné en cm^{-1} en fonction d'une échelle arbitraire, $\xi_a = \exp(-z/H_a)$ a $= 1$ km, qui a été choisie afin de pouvoir comparer plus aisément l'enle des courbes que nous avons tracées.

Nous avons indiqué sur les courbes l'altitude z correspondante en mè- Si l'on désire obtenir $h(\xi)$ en Watts cm^{-3} il faut multiplier les réats par la valeur moyenne de F sur l'intervalle. Le gain en températuar seconde ainsi provoqué s'obtient par la formule (I-29). Nous l'avons ulé pour z = o, 1 km et 6 km, les résultats sont donnés dans le tableau

TABLEAU I

	ΔT en degré par seconde x 10^5						
	z en m	τ = o	0,1	0,5	1	1,5	2
	0	1,32	1,28	1,021	0,70	0,47	0,31
	1000	1,38	1,39	1,31	1,12	0,92	0,73
	6000	0,80	0,82	0,86	0,90	0,93	0,96
	0	0,65	0,58	0,35	0,17	0,07	0,04
	1000	0,74	0,72	0,56	0,38	0,24	0,16
	6000	0,60	0,61	0,63	0,64	0,64	0,65

Les figures (5) et (6) représentent les mêmes résultats dans le cas
ne brume répartie dans toute l'atmosphère pour H_1 = 2 km. Nous avons
lisé la fonction de phase représentée figure (2). Le tableau II donne
gain en température.
si que dans le cas d'une diffusion isotrope on remarque une nette di-
ution de l'échauffement aux basses altitudes d'autant plus forte que
st plus grand, inversement aux fortes altitudes l'échauffement croît
τ, et cet effet est plus important pour μ_o = 1 que pour μ_o = 0,5.
est aussi plus important pour une diffusion isotrope que pour une dif-
on anisotrope.

L'échauffement radiatif en diffusion primaire à une altitude z est
omme d'un terme dû au flux solaire directement transmis $h^s(z)$ qui dé-
t en fonction de τ d'autant plus rapidement que z est faible et de
termes dus à la diffusion primaire, l'un représentant le flux diffu-
ers le haut par les couches de l'atmosphère entre le niveau du sol
'altitude z:$h^{D+}(z)$ et l'autre représentant le flux diffusé vers le
par les couches situées aux altitudes supérieures à z:$h^{D-}(z)$. Les deux
es dus à la diffusion croîssent en fonction de τ et $h^{D+}(z)$ croît en
tion de z alors que $h^{D-}(z)$ décroît. Pour des altitudes élevées $h^s(z)$ dé-
t lentement en fonction de τ alors que $h^{D+}(z)$ croît plus vite, de ce
l'échauffement croît en fonction de τ. Pour z faible $h^s(z)$ décroît
coup plus vite que ne croît $h^{D-}(z)$ et l'échauffement décroît en fonc-
de τ. Dans le cas d'une diffusion anisotrope avec une fonction de pha-
elle que celle que nous utilisons la diffusion vers l'avant est beau-
plus forte que la diffusion arrière alors qu'en diffusion isotrope les
directions sont équivalentes, de ce fait l'effet de la diffusion pri-
e est nettement atténué.
Cette atténuation est plus sensible pour μ_o = 1 que pour μ_o = 0,5 car
irection avant est dans le premier cas la verticale et dans l'autre une
ction faisant un angle de 60° avec la verticale, il y a donc une partie

ativement plus grande du flux diffusée vers le haut.

TABLEAU II

ΔT en degré par seconde x 10^5							
o	z en m	τ = 0	0,1	0,5	1	1,2	2
1	0	1,32	1,29	1,16	0,88	0,78	0,43
	1000	1,38	1,37	1,35	1,20	1,13	0,85
	6000	0,80	0,82	0,825	0,840	0,844	0,86
5	0	0,65	0,61	0,40	0,21	0,16	0,05
	1000	0,78	0,72	0,60	0,42	0,36	0,19
	6000	0,60	0,61	0,62	0,63	0,64	0,65

Les figures (7) et (8) représentent les résultats dans le cas d'une bru- de 2 km d'épaisseur à partir du sol avec H_1 = 2 km, respectivement pour = 1 et μ_o = 0,5. Les figures (9) et (10) correspondent au cas d'une brume 1 km d'épaisseur avec H_1 = 1 km. On a choisi les concentrations de diffu- t de manière à pouvoir comparer ces courbes avec celles des figures (3), , (5) et (6).

On remarque là aussi que l'échauffement au dessus de la brume est aug- té alors qu'il est diminué au niveau du sol. L'augmentation de l'échauffe- t au dessus de la brume est relativement plus importante que dans les cas cédents surtout pour μ_o = 0,5 puisqu'à ce niveau le terme dû au flux di- tement transmis n'est pas diminué. Enfin aux hautes altitudes l'effet de- nt négligeable, le flux diffusé vers le haut étant alors presque totale- t absorbé.

Les tableaux (3) et (4) donnent les gains en température correspondants pectivement à la brume de 2 km et à celle de 1 km.

TABLEAU III

ΔT en degré par seconde x 10^5					
μ_0	z en m	τ = 0	0,5	1	1,5
1	0	1,32	1,27	1,16	0,95
	1000	1,38	1,43	1,42	1,39
	6000	0,80	0,81	0,81	0,81
5	0	0,65	0,50	0,35	0,23
	1000	0,78	0,74	0,67	0,60
	6000	0,60	0,60	0,60	0,60

TABLEAU IV

ΔT en degré par seconde x 10^5					
μ_0	z en m	τ = 0	0,8	1	1,2
1	0	1,32	1,21	1,14	1,08
	1000	1,42	1,42	1,44	1,44
	6000	0,80	0,80	0,80	0,80
,5	0	0,65	0,41	0,35	0,29
	1000	0,78	0,80	0,81	0,82
	6000	0,60	0,60	0,60	0,60

CHAPITRE III

ETUDE DE L'INFLUENCE DE LA DIFFUSION MULTIPLE SUR L'ECHAUFFEMENT RADIATIF

Au cours du chapitre précédent nous avons vu que la diffusion primai-
par une brume dont la profondeur optique diffusante totale varie entre
et 2 avait une influence non négligeable sur l'échauffement radiatif
en calculé dans une bande d'absorption, nous allons maintenant cher-
r à déterminer l'influence de la diffusion multiple. Pour cela nous
ns mis au point une méthode de résolution de l'équation de transfert
24) qui calcule de manière itérative les luminances dues aux diffusions
cessives. Cette méthode a déjà été utilisée sous des formes différentes
quelques auteurs dont DAVE (référence 18) et IRVINE (référence 19);
r les cas que nous considérons elle donne des résultats très satisfai-
ts et permet en particulier de calculer les luminances diffusées dans
cas où l'albédo ω_o (formule (I-14)) varie en fonction de l'altitude le
g du trajet atmosphérique.

Dans ce chapitre nous allons exposer la "méthode des ordres successifs
diffusion", nous allons ensuite la tester en comparant les résultats
elle fournit à ceux que l'on peut obtenir à partir des principes d'inva-
nce de CHANDRASEKHAR (référence 20) nous étudierons ensuite l'influence
ne brume sur l'absorption du flux solaire par une raie de la vapeur
au et nous calculerons l'échauffement radiatif ainsi provoqué. Nous cal-
erons enfin l'échauffement radiatif moyen dans une bande d'absorption et
s comparerons les résultats ainsi obtenus à ceux du chapitre II.

METHODE DES ORDRES SUCCESSIFS DE DIFFUSION

Considérons l'équation de transfert (I-24) où la fonction source est
inie par la formule (I-25).

$$\frac{I_\nu(z;\mu,\phi)}{dz} = -\big(s(z) + k_\nu(z)\big)\, I_\nu(z,\mu,\phi) + \frac{Fs(z)}{4}\, p(\mu,\phi;\, -\mu_o,\phi_o)$$

$$\exp\left(-\frac{1}{\mu_o}\int_z^\infty \big(s(z'') + k_\nu(z'')\big)\, dz''\right) \qquad \text{(III-1)}$$

$$+ \frac{s(z)}{4\pi}\int_o^{2\pi}\int_{-1}^{+1} p(\mu,\phi;\mu',\phi')\, I_\nu(z;\mu',\phi')\, d\mu'\, d\phi'$$

appellons épaisseur optique la fonction :

$$\tau_\nu(z) = \int_z^\infty \big(s(z'') + k_\nu(z'')\big)\, dz'' \qquad \text{(III-2)}$$

$$d\tau_\nu(z) = -\big(s(z) + k_\nu(z)\big)\, dz \qquad \text{(III-3)}$$

$\tau_{\nu F} = \int_o^\infty \big(s(z'') + k_\nu(z'')\big)\, dz''$ l'épaisseur optique totale et nous uti-
rons l'albédo pour une diffusion (formule (I-14))

$$\bar{\omega}_{o\nu}(z) = \frac{s(z)}{s(z) + k_\nu(z)} \qquad \text{(III-4)}$$

ces notations, l'équation de transfert (III-1) devient :

$$\frac{dI_\nu(\tau_\nu;\mu,\phi)}{d\tau_\nu} = I_\nu(\tau_\nu;\mu,\phi) - \frac{\omega_{o\nu}(z)}{s(z)}\, J_\nu(\tau_\nu;\mu,\phi) \qquad \text{(III-5)}$$

sformons cette équation intégro-différentielle en un système de deux
tions intégrales en séparant les luminances diffusées ascendantes I^+
escendantes I^- avec les conditions aux limites (II-23) nous obtenons :

$$I^+_\nu(\tau_\nu;\mu,\phi) = \frac{1}{\mu}\int_{\tau_\nu}^{\tau_{\nu F}} J_\nu(\tau'_\nu\,;+\mu,\phi)\, \exp\left(-\frac{\tau'_\nu - \tau_\nu}{\mu}\right) d\tau'_\nu$$

$$I^-_\nu(\tau_\nu;-\mu,\phi) = \frac{1}{\mu}\int_o^{\tau_\nu} J_\nu(\tau'_\nu\,;-\mu,\phi)\, \exp\left(-\frac{\tau_\nu - \tau'_\nu}{\mu}\right) d\tau'_\nu \qquad \text{(III-6)}$$

ui donne en remplaçant la fonction source J_ν par sa valeur

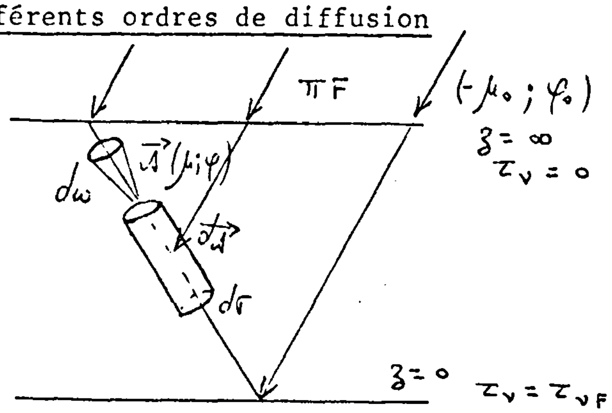
$$I_\nu^+(\tau_\nu;+\mu,\phi) = \frac{F}{4\mu}\, p(\mu,\phi;-\mu_o,\phi_o) \int_{\tau_\nu}^{\tau_{\nu F}} \bar{\omega}_{o\nu}(\tau_\nu') \exp\left(-\frac{\tau_\nu'}{\mu_o} - \frac{\tau_\nu'-\tau_\nu}{\mu}\right) d\tau_\nu'$$

$$+ \frac{1}{4\pi\mu} \int_{\tau_\nu}^{\tau_{\nu F}} \bar{\omega}_{o\nu}(\tau_\nu') \int_o^{2\pi} \int_{-1}^{+1} p(\mu,\phi;\mu',\phi')\, I_\nu(\tau_\nu';\mu',\phi') \exp\left(-\frac{\tau_\nu'-\tau_\nu}{\mu}\right) d\tau_\nu'\, d\mu'.d\phi' \tag{III-7}$$

$$I_\nu^-(\tau_\nu;-\mu,\phi) = \frac{F}{4\mu}\, p(-\mu,\phi;-\mu_o,\phi_o) \int_o^{\tau_\nu} \bar{\omega}_{o\nu}(\tau_\nu') \exp\left(-\frac{\tau_\nu'}{\mu_o} - \frac{\tau_\nu-\tau_\nu'}{\mu}\right) d\tau_\nu'$$

$$+ \frac{1}{4\pi\mu} \int_o^{\tau_\nu} \bar{\omega}_{o\nu}(\tau_\nu') \int_o^{2\pi} \int_{-1}^{+1} p(-\mu,\phi;\mu',\phi')\, I_\nu(\tau_\nu';\mu';\phi') \exp\left(-\frac{\tau_\nu-\tau_\nu'}{\mu}\right) d\tau_\nu'\, d\mu'\, d\phi'$$

Evaluation des luminances dues aux différents ordres de diffusion



Considérons à nouveau la couche me parallèle diffusante et absorte d'épaisseur optique totale $= \int_o^\infty \left(s(z) + k_\nu(z)\right) dz$ recevant sa face supérieure un éclairement de direction $(-\mu_o,\phi_o)$.
s allons évaluer les luminances dues aux différents ordres de diffusion supposant le sol noir et en supposant qu'il n'y a pas d'intensité dife arrivant sur la face supérieure de la couche.

1/ Luminance primaire

A l'altitude z' l'éclairement incident directement transmis, atténué la couche de z' à l'infini est

$$\pi F \exp\left(-\frac{1}{\mu_o}\int_{z'}^{\infty} \left(s(z'') + k_\nu(z'')\right) dz''\right) = \pi F \exp\left(-\frac{\tau_\nu'}{\mu_o}\right)$$

Considérons un élément de volume cylindrique dv, de section dσ de haur ds centré autour de la direction $\vec{s} = (\mu,\phi)$, à l'altitude z'. Le flux fusé dans l'élément d'angle solide dω centré autour de la direction $\vec{s}$, l'élément de volume dv est

$$d^2\phi = \pi F \exp\left(-\frac{\tau'_\nu}{\mu_o}\right) \frac{\varpi_{o\nu}(z')}{4\pi} \left(s(z') + k_\nu(z') \right) p(\mu,\phi;-\mu_o,\phi_o)\ dv\ d\omega$$

la luminance énergétique diffusée dans la direction $\vec{s}$ est

$$dI_{1\nu}(z';\mu,\phi) = \frac{d^2\ \phi}{d\sigma\ d\omega} = \frac{\pi F\ \varpi_{o\nu}(z')}{4\pi} \exp\left(-\frac{\tau'_\nu}{\mu_o}\right)\left(s(z')+k_\nu(z')\right)\ p(\mu,\phi;-\mu_o,\phi_o)\ ds$$

son parcours de z' à z cette luminance subit une atténuation

$$\exp\left(-\frac{1}{\mu}\left|\int_{z'}^{z}\left(s(z'') + k_\nu(z'')\right) dz''\right|\right) = \exp\left(-\frac{|\tau_\nu - \tau'_\nu|}{\mu}\right)$$

A une altitude quelconque z la luminance primaire dans la direction) est constituée par l'ensemble des luminances diffusées pour la premiè-ois aux différentes altitudes z' dans la direction (μ,ϕ) et atténuées le parcours (z',z). Nous séparerons la luminance diffusée vers le haut la couche $I_1^+(z;+\mu,\phi)$ qui est due à la diffusion de l'éclairement incident utes les altitudes z' < z et la luminance diffusée vers le bas $I_1^-(z;-\mu,\phi)$ à la diffusion de l'éclairement incident à toutes les altitudes z' > z. obtenons :

$$I^+_{\nu 1}(z;+\mu,\phi) = \pi F \int_o^z \frac{\varpi_{o\nu}(z')}{4\pi} \left(s(z')+k_\nu(z')\right) \exp\left(-\frac{\tau'_\nu}{\mu_o} - \frac{|\tau_\nu-\tau'_\nu|}{\mu}\right) p(+\mu,\phi;-\mu_o,\phi_o)\ \frac{dz'}{\mu}$$

$$I^-_{\nu 1}(z;-\mu,\phi) = \pi F \int_z^\infty \frac{\varpi_{o\nu}(z')}{4\pi} \left(s(z')+k_\nu(z')\right) \exp\left(-\frac{\tau'_\nu}{\mu_o} - \frac{|\tau_\nu-\tau'_\nu|}{\mu}\right) p(-\mu,\phi;-\mu_o\phi_o)\ \frac{dz'}{\mu}$$

qui s'écrit en fonction de la profondeur optique τ_ν :

$$I^{+}_{\nu 1}(\tau_\nu;+\mu,\phi) = \frac{\pi F}{4\pi\mu}\, p(+\mu,\phi;-\mu_o,\phi_o) \int_{\tau_\nu}^{\tau_{\nu F}} \bar{\omega}_{o\nu}(\tau'_\nu)\, \exp\left(-\frac{\tau'_\nu}{\mu_o} - \frac{|\tau_\nu-\tau'_\nu|}{\mu}\right) d\tau'_\nu$$

(III-8)

$$I^{-}_{\nu 1}(\tau_\nu;-\mu,\phi) = \frac{\pi F}{4\pi\mu}\, p(-\mu,\phi;-\mu_o,\phi_o) \int_{o}^{\tau_\nu} \bar{\omega}_{o\nu}\,(\tau'_\nu)\, \exp\left(-\frac{\tau'_\nu}{\mu_o} - \frac{|\tau_\nu-\tau'_\nu|}{\mu}\right) d\tau'_\nu$$

2/ Luminance d'ordre j+1

Soient $I^{+}_{\nu j}(z';+\mu',\phi')$ et $I^{-}_{\nu j}(z';-\mu',\phi')$ les luminances déjà diffusées ois, de directions respectives $(+\mu'\phi')$ et $(-\mu',\phi')$ à l'altitude z'. Calons les luminances à l'altitude z du rayonnement diffusé pour la $(j+1)^e$ s dans les directions $(+\mu,\phi)$ et $(-\mu,\phi)$.

A l'altitude z', l'éclairement d'ordre j reçu par un élément de volu- dv dans l'angle solide $d\omega'$ centré autour de la direction (μ',ϕ') est :

$$E_{\nu j} = I_{\nu j}(z';\mu',\phi')\, d\omega'$$

la luminance énergétique diffusée par cet élément de volume dans la di- tion (μ,ϕ) est

$$d^2 I_{\nu j+1}(z';\mu,\phi) = \frac{\bar{\omega}_{o\nu}(z')}{4\pi}\,(s(z')+k_\nu(z'))\; p(\mu,\phi;\mu',\phi')\; I_{\nu j}(z';\mu',\phi')\, d\omega'\, ds$$

tenant compte des luminances $I_{\nu j}$ provenant de toutes les directions de space, nous obtenons

$$dI_{j+1}(z';\mu,\phi) = \frac{\bar{\omega}_{o\nu}(z')}{4\pi}\,(s(z')+k_\nu(z')) \iint_{espace} p(\mu,\phi;\mu',\phi')\; I_{\nu j}(z';\mu',\phi')\, d\omega'\, ds$$

Et en poursuivant le même raisonnement que pour l'évaluation de la lu- ance primaire nous obtenons

$$I^{+}_{\nu j+1}(z';+\mu,\phi) = \int_o^z \frac{\overline{\omega}_{o\nu}(z')}{4\pi} (s(z')+k_\nu(z')) \exp\left(-\frac{|\tau'_\nu-\tau_\nu|}{\mu}\right)\int_o^{2\pi}\int_{-1}^{+1} I^{\pm}_{\nu j}(z';\pm\mu'\phi')$$

$$p(\mu,\phi;\pm\mu',\phi')\, d\mu'\, d\phi' \frac{dz'}{\mu}$$

$$^{-}_{\nu j+1}(z';-\mu,\phi) = \int_z^\infty \frac{\overline{\omega}_{o\nu}(z')}{4\pi} (s(z')+k_\nu(z')) \exp\left(-\frac{|\tau_\nu-\tau'_\nu|}{\mu}\right)\int_o^{2\pi}\int_{-1}^{+1} I^{\pm}_{\nu j}(z';\pm\mu',\phi')$$

$$p(-\mu,\phi;\pm\mu',\phi')\, d\mu'\, d\phi' \frac{dz'}{\mu}$$

n fonction de τ_ν,

$$^{+}_{\nu j+1}(\tau_\nu;+\mu,\phi) = \int_{\tau_\nu}^{\tau_{\nu F}} \frac{\overline{\omega}_{o\nu}(\tau'_\nu)}{4\pi\mu} \exp\left(-\frac{|\tau_\nu-\tau'_\nu|}{\mu}\right)\int_o^{2\pi}\int_{-1}^{+1} I^{\pm}_{\nu j}(\tau'_\nu;\pm\mu',\phi')$$

$$p(\mu,\phi;\pm\mu',\phi')\, d\mu'\, d\phi'\, d\tau'_\nu$$

(III-9)

$$^{-}_{\nu j+1}(\tau_\nu;\mu,\phi) = \int_o^{\tau_\nu} \frac{\overline{\omega}_o\, \tau'_\nu}{4\pi\mu} \exp\left(-\frac{|\tau_\nu-\tau'_\nu|}{\mu}\right)\int_o^{2\pi}\int_{-1}^{+1} I^{\pm}_{\nu j}(\tau'_\nu;\pm\mu',\phi')$$

$$p(-\mu,\phi;\pm\mu',\phi')\, d\mu'\, d\phi'\, d\tau'_\nu$$

uminance globale diffuse est la somme des luminances dues aux différents
es de diffusion :

$$I^{\pm}_\nu(\tau_\nu;\pm\mu,\phi) = \sum_{j=1}^{\infty} I^{\pm}_{\nu j}(\tau_\nu;\pm\mu,\phi) \qquad \text{(III-10)}$$

ombinaison des équations (III-8), (III-9) et (III-10) permet de retrou-
l'équation (III-7).
i qu'au chapitre II nous exprimerons la fonction de phase par la formule
46)

$$p(\mu,\phi;\mu',\phi') = \sum_{s=o}^{L} (2-\delta_{os}) \cos s(\phi-\phi') \sum_{\ell=s}^{L} \beta_\ell\, P^\ell_s(\mu)\, P^\ell_s(\mu') \qquad \text{(III-11)}$$

...eloppons l'intensité $I_{\nu j}(\tau_\nu;\mu,\phi)$ en série des cos $\sigma(\phi-\phi_o)$:

$$I_{\nu j}(\tau_\nu;\mu,\phi) = \sum_{\sigma=o}^{L} (2-\delta_{o\sigma})\, I^{\sigma}_{\nu j}(\tau_\nu;\mu) \cos \sigma(\phi-\phi_o) \qquad \text{(III-12)}$$

... systèmes (III-8) et (III-9) se transforment alors chacun en un système ...2(L+1) équations portant sur les $I^{s+}_{\nu j}$ et les $I^{s-}_{\nu j}$

$$I^{s+}_{1}(\tau_\nu;+\mu) = \frac{F}{4\mu} \sum_{\ell=s}^{L} \beta_\ell\, P^\ell_s(\mu)\, P^\ell_s(-\mu_o) \int_{\tau_\nu}^{\tau_{\nu F}} \varpi_{o\nu}(\tau'_\nu) \exp\left(-\frac{\tau'_\nu}{\mu_o} - \frac{|\tau'_\nu-\tau_\nu|}{\mu}\right) d\tau'_\nu$$

$$\text{(III-13)}$$

$$I^{s-}_{1}(\tau_\nu;-\mu) = \frac{F}{4\mu} \sum_{\ell=s}^{L} \beta_\ell\, P^\ell_s(-\mu)\, P^\ell_s(-\mu_o) \int_{o}^{\tau_\nu} \varpi_{o\nu}(\tau'_\nu) \exp\left(-\frac{\tau'_\nu}{\mu_o} - \frac{|\tau_\nu-\tau'_\nu|}{\mu}\right) d\tau'_\nu$$

$$I^{s+}_{j}(\tau_\nu;+\mu) = \frac{1}{2\mu} \int_{\tau_\nu}^{\tau_{\nu F}} \varpi_{o\nu}(\tau'_\nu) \int_{-1}^{+1} \sum_{\ell=s}^{L} \beta\, P^\ell_s(\mu)\, P^\ell_s(\mu')\, I^s_{\nu j-1}(\tau'_\nu;\mu') \exp\left(-\frac{|\tau_\nu-\tau'_\nu|}{\mu}\right) d\mu'\, d\tau'_\nu$$

$$\text{(III-14)}$$

$$I^{s-}_{j}(\tau_\nu;-\mu) = \frac{1}{2\mu} \int_{o}^{\tau_\nu} \varpi_{o\nu}(\tau'_\nu) \int_{-1}^{+1} \sum_{\ell=s}^{L} \beta_\ell\, P^\ell_s(-\mu)\, P^\ell_s(\mu')\, I^s_{\nu j-1}(\tau'_\nu;\mu') \exp\left(-\frac{|\tau_\nu-\tau'_\nu|}{\mu}\right) d\tau'_\nu\, d\mu'$$

...nous avons tenu compte de la condition d'orthogonalité

$$\int_o^{2\pi} \cos s(\phi-\phi') \cos \sigma(\phi'-\phi_o)\, d\phi' = \frac{2\pi\, \delta_{s\sigma}}{2-\delta_{o\sigma}} \cos s(\phi-\phi_o) \qquad \text{(III-15)}$$

...même qu'au chapitre II (formule (II-48) on montre que le calcul du flux ...de l'échauffement ne nécessite que la connaissance des fonctions I^s_ν telles ...$s = o$.

...les systèmes (III-8) (III-13) et (III-14) de 2(L+1) équations sur les ...nous n'aurons donc à résoudre que 2 systèmes de deux équations portant ...les fonctions $I^{o+}_{\nu j}$ et $I^{o-}_{\nu j}$. Ces systèmes s'écrivent, en laissant tomber ...indice (o)

$$I^{+}_{\nu 1}(\tau_\nu;+\mu) = \frac{F}{4\mu} \sum_{\ell=0}^{L} \beta_\ell \, P_\ell(+\mu) \, P_\ell(-\mu_o) \int_{\tau_\nu}^{\tau_{\nu F}} \overline{\omega}_{o\nu}(\tau'_\nu) \exp\left(-\frac{\tau'_\nu}{\mu_o} - \frac{|\tau'_\nu - \tau_\nu|}{\mu}\right) d\tau'_\nu$$

$$I^{-}_{\nu 1}(\tau_\nu;-\mu) = \frac{F}{4\mu} \sum_{\ell=0}^{L} \beta_\ell \, P_\ell(-\mu) \, P_\ell(-\mu_o) \int_{0}^{\tau_\nu} \overline{\omega}_{o\nu}(\tau'_\nu) \exp\left(-\frac{\tau'_\nu}{\mu_o} - \frac{|\tau'_\nu - \tau_\nu|}{\mu}\right) d\tau'_\nu \qquad \text{(III-16)}$$

⋮

$$I^{+}_{\nu j}(\tau_\nu;+\mu) = \frac{1}{2\mu} \int_{\tau_\nu}^{\tau_{\nu F}} \overline{\omega}_{o\nu}(\tau'_\nu) \exp\left(-\frac{|\tau'_\nu - \tau_\nu|}{\mu}\right) \sum_{\ell=0}^{L} P_\ell(-\mu)\beta_\ell \int_{-1}^{+1} P_\ell(\mu') \, I_{\nu j-1}(\tau';\mu') \, d\mu' \, d\tau'_\nu$$

$$I^{-}_{\nu j}(\tau_\nu;-\mu) = \frac{1}{2\mu} \int_{0}^{\tau_\nu} \overline{\omega}_{o\nu}(\tau'_\nu) \exp\left(-\frac{|\tau_\nu - \tau'_\nu|}{\mu}\right) \sum_{\ell=0}^{L} \beta_\ell \, P_\ell(\mu) \int_{-1}^{+1} P_\ell(\mu') \, I_{\nu j-1}(\tau';\mu') \, d\mu' \, d\tau'_\nu \qquad \text{(III-17)}$$

Le flux diffus à l'altitude z est alors :

$$F^{D}_{\nu}(z) = \int_{0}^{2\pi}\int_{-0}^{+1} \sum_{j=1}^{\infty} I^{+}_{\nu j}(\tau_\nu(z);+\mu) \, d\mu - \int_{0}^{2\pi}\int_{0}^{1} \mu \sum_{j=1}^{\infty} I^{-}_{\nu j}(\tau_\nu(z);-\mu) \, d\mu \qquad \text{(III-18)}$$

l'échauffement radiatif correspondant s'exprime à partir de la formule
-22)

$$h^{D}_{\nu}(z) = -\pi F \, s(z) \exp\left(-\frac{\tau_\nu(z)}{\mu_o}\right) + k_\nu(z) \int_{0}^{2\pi}\int_{0}^{1} \sum_{j=1}^{\infty} I^{+}_{\nu j}(\tau_\nu(z);+\mu) \, d\mu$$

$$+ k_\nu(z) \int_{0}^{2\pi}\int_{0}^{1} \sum_{j=1}^{\infty} I^{-}_{\nu j}(\tau_\nu(z);-\mu) \, d\mu \qquad \text{(III-19)}$$

flux directement transmis s'exprime à partir de la formule (II-29)

$$F^s_\nu(z) = \pi F \mu_o \exp\left(- \frac{1}{\mu_o} \int_z^\infty \left(s(z'') + k_\nu(z'') \right) dz'' \right)$$

l'échauffement radiatif correspondant par (II-30)

$$h^s_\nu(z) = - \frac{dF^s_\nu(z)}{dz} = \pi F \left(s(z)+k_\nu(z)\right) \exp\left(- \frac{1}{\mu_o} \int_z^\infty \left(s(z'')+k_\nu(z'')\right) dz'' \right)$$

Les équations (III-16) et (III-17) avec (III-18) et (III-19) permet-
si l'on connaît les fonctions $\tau_\nu(z)$ et $\omega_{o\nu}(z)$ de calculer le flux dif-
et l'échauffement radiatif à l'altitude z.

CALCUL DE LA LUMINANCE DIFFUSEE PAR UNE COUCHE HOMOGENE

Nous appliquerons d'abord la méthode au cas simple du rayonnement mono-
matique dans une couche homogène c'est à dire où $\bar{\omega}_o$ est indépendant de
titude, et d'épaisseur optique totale τ_F. Nous avons supprimé dans ce pa-
aphe l'indice ν pour alléger l'écriture. Nous exprimerons les résultats
onction de la profondeur optique τ. Dans ces conditions l'intégration des
tions (III-16) est immédiate et nous obtenons pour le terme indépendant
'azimuth

$$I^+_1(\tau;+\mu) = \frac{\varpi_o F}{4} \frac{\mu_o}{\mu+\mu_o} \sum_{\ell=o}^L \beta_\ell P_\ell(\mu) P_\ell(-\mu_o) \left[e^{-\tau/\mu_o} - \exp\left(\frac{\tau-\tau_F}{\mu} - \frac{\tau_F}{\mu_o} \right) \right]$$

$$I^-_1(\tau;-\mu) = \frac{\varpi_o F}{4} \frac{\mu_o}{\mu-\mu_o} \sum_{\ell=o}^L \beta_\ell P_\ell(-\mu) P_\ell(-\mu_o) \left(e^{-\frac{\tau}{\mu}} - e^{-\frac{\tau}{\mu_o}} \right) \tag{III-20}$$

es équations (III-17) deviennent

$$I^+_j(\tau;+\mu) = \frac{\varpi_o}{2\mu} \int_\tau^{\tau_F} \exp\left(- \frac{|\tau'-\tau|}{\mu} \right) \sum_{\ell=o}^L \beta_\ell P_\ell(+\mu) \int_o^1 P_\ell(-\mu') I^-_{j-1}(\tau';-\mu') \, d\mu' + \int_o^1 P_\ell(\mu') I^+_{j-1}(\tau';\mu') \, d\mu' \; d\tau'$$

$$I^-_j(\tau;-\mu) = \frac{\varpi_o}{2\mu} \int_o^\tau \exp\left(- \frac{|\tau'-\tau|}{\mu} \right) \sum_{\ell=o}^L \beta_\ell P_\ell(-\mu) \int_o^1 P_\ell(-\mu') I^-_{j-1}(\tau';-\mu') \, d\mu' + \int_o^1 P_\ell(+\mu') I^+_{j-1}(\tau';+\mu') \, d\mu' \; d\tau' \tag{III-21}$$

1/ Calcul numérique

Le programme de calcul des intensités et des flux diffusés a été écrit LGOL pour BULL M 40; on en trouvera l'organigramme en fin de ce travail, l'exposerons ici brièvement.

Le programme se divise en deux blocs principaux précédés des procédures tégration et de calcul des polynômes de LEGENDRE. Le premier bloc corres- au calcul des luminances primaires, le deuxième aux luminances multi- calculées de manière itérative jusqu'à la satisfaction d'un test de con- ence.

a/ Calcul des Intégrales

Les intégrales portant sur les directions μ sont calculées par quadratu- e GAUSS. Nous avons utilisé, le plus souvent, 8 points d'intégration e 0 et 1, les résultats sont très précis pour la fonction de phase à 8 β_ℓ nous considérons et le restent même lorsqu'on se contente de 6 points tégration : la différence des résultats dans les 2 cas est de 1 à 2 pour e. Il est évident que pour des fonctions de phase plus complexes il se- nécessaire de resserrer le pas d'intégration.

Pour le calcul des intégrales portant sur la profondeur optique τ, la rature de GAUSS n'est pas utilisable sans accroître considérablement le s de calcul. Pour plus de clarté nous exposerons brièvement cette métho- ar la suite lorsque nous traiterons du calcul des luminances multiples.

b/ Calcul des luminances primaires

Il se fait directement à partir des formules (III-20). Pour des ques- s de capacité de mémoire centrale et de rapidité de calcul nous n'avons pu stocker les valeurs des luminances $I_1(\tau;\mu)$. Nous les faisons donc imer immédiatement et nous calculons les intégrales

$$SIP\,(\tau;\ell) = \int_0^1 P_\ell(+\mu)\; I_1^+(\tau;+\mu)\; d\mu + \int_0^1 P_\ell(-\mu)\; I_1^-(\tau;-\mu)\; d\mu$$

nous pouvons stocker en mémoire centrale. Notons que

$$SIP(\tau;1) = \int_o^1 \mu\, I_1^+(\tau;\mu)\, d\mu - \int_o^1 \mu\, I_1^-(\tau;-\mu)\, d\mu$$

au facteur 2π près le flux primaire $FP(\tau)$ à la profondeur optique τ; de
le :

$$SIP(\tau;o) = \int_o^1 I_1^+(\tau;\mu)\, d\mu + \int_o^1 I_1^-(\tau;-\mu)\, d\mu$$

met le calcul de la contribution du rayonnement primaire à l'échauffement
iatif à la profondeur optique τ à partir de la formule (III-19) appliquée
cas où l'albédo ω_o est constant.

$$h_1^D(\tau) = -\pi F\, s(\tau) \exp\left(-\frac{\tau}{\mu_o}\right) + 2\pi\, k(\tau)\, SIP(\tau;o)$$

c/ Calcul des luminances multiples

Elles s'obtiennent à partir des formules (III-21) avec $j = 2,3$ etc ---.
pte tenu des fonctions $SIP(\tau,\ell)$ stockées en mémoire ces équations s'écri-
t :

$$I_2^+(\tau;\mu) = \frac{\bar{\omega}_o}{2\mu} \int_\tau^{\tau_F} \exp\left(-\frac{|\tau-\tau'|}{\mu}\right) \sum_{\ell=o}^{L} \beta_\ell\, P_\ell(+\mu)\, SIP(\tau';\ell)\, d\tau'$$

(III-22)

$$I_2^-(\tau;-\mu) = \frac{\bar{\omega}_o}{2\mu} \int_o^{\tau} \exp\left(-\frac{|\tau-\tau'|}{\mu}\right) \sum_{\ell=o}^{L} \beta_\ell\, P_\ell(-\mu)\, SIP(\tau';\ell)\, d\tau'$$

Les fonctions $SIP(\tau';\ell)$ varient lentement et de façon assez régulière
fonction de la profondeur optique alors que l'atténuation le long du che-
optique $\exp\left(-\frac{|\tau-\tau'|}{\mu}\right)$ décroît très rapidement en fonction de τ', nous
ns donc divisé les intervalles $[o,\tau]$ et $[\tau,\tau_F]$ en petits intervalles de
geur constante dans lesquels nous avons assimilé les fonctions $SIP(\tau,\ell)$
es fonctions linéaires de τ. Nous avons alors pu calculer analytiquement
ette approximation près les équations (III-22).

Posons $\tau_o = 0$ $\tau_a = \tau$ et $\tau_n = \tau_F$, $h = \tau_i - \tau_{i-1}$ la largeur de l'interval-
et

$$s^+(\tau_i) = \sum_\ell \beta_\ell P_\ell(+\mu)\ SIP(\tau_i;\ell)$$

$$s^-(\tau_i) = \sum_\ell \beta_\ell P_\ell(-\mu)\ SIP(\tau_i;\ell)$$

équations (III-22) deviennent :

$$I_2^+(\tau;+\mu) = \frac{\bar{\omega}_o}{2\mu} \sum_{i=a+1}^{n} \int_{\tau_{i-1}}^{\tau_i} \left(\frac{s^+(\tau_i)-s^+(\tau_{i-1}}{h}\tau' + \frac{s^+(\tau_{i-1})\tau_i - s^+(\tau_i)\tau_{i-1}}{h} \right) \exp\left(-\frac{\tau'-\tau_a}{\mu}\right) d\tau'$$

$$I_2^-(\tau;-\mu) = \frac{\bar{\omega}_o}{2\mu} \sum_{i=1}^{a} \int_{\tau_{i-1}}^{\tau_i} \left(\frac{s^-(\tau_i)-s^-(\tau_{i-1})}{h}\tau' + \frac{s^-(\tau_{i-1})\tau_i - s^-(\tau_i)\tau_{i-1}}{h} \right) \exp\left(-\frac{\tau_a-\tau'}{\mu}\right) d\tau'$$

qui donne après intégration

$$I_2^+(\tau;+\mu) = \frac{\bar{\omega}_o}{2} \sum_{i=a}^{n} \Bigg[s^+(\tau_{i-1}) \exp\left(-\frac{\tau_{i-1}-\tau_a}{\mu}\right) - s^+(\tau_i) \exp\left(-\frac{\tau_i-\tau_a}{\mu}\right) - \frac{\mu}{h}\left(s^+(\tau_{i-1}) - s^+(\tau_i)\right)\left(\exp\left(-\frac{\tau_{i-1}-\tau_a}{\mu}\right) - \exp\left(-\frac{\tau_i-\tau_a}{\mu}\right)\right)\Bigg]$$

(III-23)

$$I_2^-(\tau;-\mu) = \frac{\bar{\omega}_o}{2} \sum_{i=1}^{a} \Bigg[s^-(\tau_i) \exp\left(+\frac{\tau_i-\tau_a}{\mu}\right) - s^-(\tau_{i-1}) \exp\left(+\frac{\tau_{i-1}-\tau_a}{\mu}\right) - \frac{\mu}{h}\left(s^-(\tau_i) - s^-(\tau_{i-1})\right)\left(\exp\left(+\frac{\tau_i-\tau_a}{\mu}\right) - \exp\left(+\frac{\tau_{i-1}-\tau_a}{\mu}\right)\right)\Bigg]$$

Même que pour la diffusion primaire nous faisons immédiatement imprimer intensités et nous calculons les fonctions

$$SIM(\tau;\ell) = \int_o^1 P_\ell(+\mu)\ I_2^+(\tau;+\mu)\ d\mu + \int_o^1 P_\ell(-\mu)\ I_2^-(\tau;-\mu)\ d\mu$$

nous stockons en mémoire et nous avons encore 2π SIM(τ;1) = $F_2(\tau)$, flux la diffusion d'ordre 2 à l'altitude τ et SIM(τ;o) nous permet de calcul'échauffement radiatif correspondant.

Après avoir calculé les intensités à toutes les profondeurs optiques remplaçons les tableaux SIP(τ;ℓ) par les tableaux $SIM_1(\tau;\ell)$ ce qui nous et de calculer la diffusion d'ordre 3 et ainsi de suite; le calcul s'arnt lorsque

$$SIM_J(\tau;o) \leq \frac{1}{100} \sum_{j=2}^{J-1} SIM_j(\tau;o) + SIP(\tau;o)$$

toutes les valeurs de τ.

d/ Résultats

La formule (III-10) permet le calcul de l'intensité totale siffusée et nous ons

$$I(\tau;\mu) = \sum_{j=1}^{J} I_j(\tau;\mu)$$

Le flux à la profondeur τ est alors en tenant compte du flux directement mis

$$F(\tau) = \pi F \mu_o \exp\left(-\frac{\tau}{\mu_o}\right) + 2\pi\, SIP(\tau;1) + 2\pi \sum_{j=2}^{J} SIM_j(\tau;1)$$

échauffement

$$h(\tau) = k(\tau)\cdot \pi F \exp\left(-\frac{\tau}{\mu_o}\right) + 2\pi\, k(\tau)\, SIP(\tau;o) + 2\pi\, k(\tau) \sum_{j=2}^{J} SIM_j(\tau;o)$$

2/ Comparaison à la méthode des principes d'invariance (référence 20)

Nous avons comparé les résultats donnés par la méthode des ordres succede diffusion avec ceux que l'on peut obtenir en diffusion isotrope à r des tables déduites des principes d'invariance de CHANDRASEKHAR. Cette de permet de calculer facilement le rayonnement sortant d'une couche sante vers le haut et vers le bas.

Nous introduirons des fonctions de transmission T et de réflexion S défi-
par

$$I(o;+\mu,\phi) = \frac{1}{4\pi\mu} \; S(\tau_1;\mu,\phi;-\mu_o,\phi_o) \; \pi F \qquad \text{(III-24)}$$

$$I(\tau_1;-\mu,\phi) = \frac{1}{4\pi\mu} \; T(\tau_1;-\mu,\phi;-\mu_o,\phi_o) \; \pi F \qquad \text{(III-25)}$$

une diffusion isotrope les luminances sont indépendantes de ϕ les fonc-
S et T sont aisément calculables et donnent

$$\left(\frac{1}{\mu} + \frac{1}{\mu_o}\right) S(\tau_1;+\mu,-\mu_o) = \varpi_o \left[X(\mu)\, X(\mu_o) - Y(\mu)\, Y(\mu_o)\right] \qquad \text{(III-26)}$$

$$\left(\frac{1}{\mu_o} - \frac{1}{\mu}\right) T(\tau_1;-\mu,-\mu_o) = \varpi_o \left[Y(\mu)\, X(\mu_o) - X(\mu)\, Y(\mu_o)\right] \qquad \text{(III-27)}$$

fonctions X et Y étant définies par

$$X(\mu) = 1 + \frac{\varpi_o}{2}\, \mu \int_o^1 \frac{1}{\mu+\mu'} \left(X(\mu)\, X(\mu') - Y(\mu)\, Y(\mu')\right) d\mu' \qquad \text{(III-28)}$$

$$Y(\mu) = e^{-\tau_1/\mu} + \frac{\varpi_o}{2}\, \mu \int_o^1 \frac{1}{\mu-\mu'} \left(X(\mu')\, Y(\mu) - X(\mu)\, Y(\mu')\right) d\mu' \qquad \text{(III-29)}$$

Dans le cas de la diffusion isotrope nous possédons la table des fonc-
s $X(\mu)$ et $Y(\mu)$ établie pour différentes valeurs de ϖ_o (référence 21) ce
nous a permis de faire des comparaisons avec nos résultats.
Des formules (III-24), (III-25) et de (III-26), (III-27) nous obtenons

$$I(o;+\mu) = \frac{F}{4}\, \varpi_o \frac{\mu_o}{\mu+\mu_o} \left(X(\mu)\, X(\mu_o) - Y(\mu)\, Y(\mu_o)\right) \qquad \text{(III-30)}$$

3/ Précision du calcul des intégrales

Nous avons testé la précision du calcul des intégrales en calculant les
nsités, les flux et les échauffements pour des valeurs fixées de ϖ_o et

F en choisissant plusieurs pas d'intégration, les résultats sont repré-tés figures (11) et (12) respectivement pour $\tau_F = 2$, $\overline{\omega}_o = 0{,}98$ et pour 5, $\overline{\omega}_o = 0{,}95$ dans le cas d'une diffusion anisotrope avec la fonction phase $p(\Theta)$ de la figure (2). N et M sont respectivement le nombre de ts d'intégration sur τ et sur μ. La précision des intégrales sur μ dé-d essentiellement de la fonction de phase choisie. En diffusion aniso-pe on obient une approximation convenable si l'on choisit autant de points tégration qu'il y a de β_ℓ dans le développement de la fonction de phase. ait, pour la fonction de phase choisie qui comporte 8 β_ℓ la précision e meilleure que 0,5% pour M = 6. La précision des intégrales sur τ dé-d directement de τ_F, on obtient une précision de l'ordre de 0,5% pour un $\Delta\tau = 0{,}1$. On peut cependant estimer raisonnablement que pour des indica-es fortement anisotropes (comportant 40 β_ℓ ou plus) la précision des in-ales sur τ dépend de la fonction de phase ce qui complique considérable-le problème. Tous les tests ont été effectués en diffusion isotrope et la fonction de phase correspondant à la brume pour $\tau_F = 1$, 2, 5 avec 0,5 0,9, 0,95 et 0,98; nous avons représenté les résultats correspon-s à $\tau_F = 2$, $\overline{\omega}_o = 0{,}98$ et $\tau_F = 5$ $\overline{\omega}_o = 0{,}95$.

4/ Etude de la convergence de la méthode

On a comparé les luminances sortant au dessus et en dessous de la cou-calculées d'après cette méthode à celles obtenues à partir des principes variance de CHANDRASEKHAR pour $\tau_F = 1$ et $\omega_o = 0{,}9$ avec $\mu_o = 1$. Les résul-sont représentés figures (13) et (14) pour une diffusion isotrope.

Ainsi que le signale DAVE (référence 18) qui a étudié le cas des dif-ons isotropes et RAYLEIGH, les rapports des luminances dues aux diffusions essives $\dfrac{I_j(\tau;\mu)}{I_{j-1}(\tau;\mu)}$ tendent vers une valeur constante dans toute la cou-pour toutes les directions. Nous avons représenté figures (15) et (16) rapports $\dfrac{SIM_j(\tau;o)}{SIM_{j-1}(\tau;o)}$ respectivement pour $\tau_F = 1$, $\overline{\omega}_o = 0{,}9$ en diffusion i-ope et $\tau_F = 5$, $\overline{\omega}_o = 0{,}95$ en diffusion anisotrope. Le nombre d'itérations ssaires pour obtenir ce rapport constant à 1% près dépend évidemment de la tion de phase, de $\overline{\omega}_o$ et de τ_F. Ainsi pour $\tau_F = 1$ $\overline{\omega}_o = 0{,}9$ en diffusion i-ope on l'obtient au bout de 6 itérations alors qu'il en faut 13 pour 5, $\overline{\omega}_o = 0{,}9$ en diffusion anisotrope.

A la limite ce rapport tend vers la première valeur propre de l'opéra-
ur

$$J_i(\tau;-\mu_o) = e^{-\tau/\mu_o} + \int_o^{\tau_1} K(|t-\tau|)\; J_i(t;-\mu_o)\; dt$$

ec la fonction propre

$$K(t) = \int_o^{2\pi} \int_{-1}^{+1} p(\mu,\phi;\mu',\phi')\; e^{-t/\mu}\; \frac{d\mu}{\mu}\; d\phi$$

Ces valeurs propres ont été calculées par MULLIKIN (référence 22)
ur les diffusions isotropes et RAYLEIGH et ont été comparées aux rapports
s diffusions successives par DAVE. Dans la suite on a utilisé cette pro-
iété, calculant la limite de la série géométrique ainsi obtenue ce qui per-
t d'améliorer la précision du résultat obtenu tout en diminuant considéra-
ement le temps de calcul.

I/ CAS D'UNE COUCHE INHOMOGENE

Nous allons maintenant utiliser la méthode que nous venons de tester
ur calculer le flux diffus et l'échauffement radiatif, pour une couche
n homogène où le coefficient d'absorption varie en fonction de l'altitude.
s le cas $\mu_o = 1$, nous obtiendrons également la luminance diffuse que se
uit alors au terme indépendant de l'azimuth.

1/ Position du problème

Nous supposerons ainsi qu'au chapitre II que le nombre de particules
ffusantes varie exponentiellement avec l'altitude, dans ce cas le coeffi-
nt de diffusion varie avec l'altitude suivant la loi (II-15)

$$s(z) = so\; no\; \exp\left(-\frac{z}{H_1}\right) \qquad \text{(III-32)}$$

ous utiliserons la variable $\xi = \exp\left(-\frac{z}{H_1}\right)$.

En ce qui concerne l'absorption nous avons vu au chapitre I que l'inten- des raies importantes varie assez peu avec l'altitude nous négligerons cette variation en première approximation. La demi-largeur de la raie e en fonction de la pression et de la température suivant la loi (I-6)

$$\alpha(z) = \alpha_o \frac{p(z)}{p_o} \left(\frac{T_o}{T}\right)^{\frac{1}{2}} \qquad \text{(III-33)}$$

ression suit la loi $p(z) = p_o e^{-z/H}$.

Dans la basse atmosphère la température décroît d'environ a = 6,5 K tous km et reste stable aux environs de 216 K dans la troposphère. Nous pren- s T_o = 288 K au niveau du sol, les résultats étant peu sensibles à la va- de T_o; la troposphère commence à une altitude correspondant à une pres- approximative de 0,227 atmosphère. Ces données sont issues des tables nies par GOODY (référence 23). La température en Kelvin à l'altitude z rit donc

$$T(z) = T_o - a\,z = T_o + a\;H_1 \log \xi \qquad \text{(III-34)}$$

est exprimé en km.

emie largeur de raie s'exprime en fonction de ξ par la relation

$$\alpha(\xi) = \alpha_o\, \xi^{\frac{1}{\beta}} \quad (1+b \,\mathrm{Log}\, \xi)^{-\frac{1}{2}} \qquad \text{(III-35)}$$

$$= \frac{a\,H_1}{T_o}$$

La densité d'absorbant varie en fonction de l'altitude suivant la loi 18)

$$\rho(z) = \rho_o \exp\left(-\frac{z}{H_o}\right) = \rho_o\, \xi^{\frac{1}{\gamma}} \qquad \text{(III-36)}$$

2/ Calcul de la profondeur optique et de l'albédo aux différentes altitudes

On les calcule à partir des formules (III-2) et (III-4)

$$\tau_\nu(z) = \int_z^\infty \left(s(z) + k_\nu(z)\right) dz \qquad \text{(III-37)}$$

$$\omega_{o\nu}(z) = \frac{s(z)}{s(z) + k_\nu(z)} \qquad \text{(III-38)}$$

s pouvons séparer la profondeur optique absorbante $\tau_{abs\ \nu}$ et la profondeur ique diffusante τ_d

$$\tau_\nu(z) = \tau_{abs\ \nu}(z) + \tau_d(z) \tag{III-39}$$

Pour calculer la profondeur optique due à l'absorption nous utiliserons pproximation de CURTIS-GODSON

$$\tau_{abs\ \nu}(z) = \int_z^\infty k_\nu(z)\,dz = \int_z^\infty \frac{\sigma(z)\,\alpha(z)\,\rho(z)\,dz}{\pi\left((\nu-\nu_o)^2+\alpha^2(z)\right)} \simeq \frac{1}{\pi}\,\frac{\alpha_e\,u_e}{(\nu-\nu_o)^2+\alpha_e^2} \tag{III-40}$$

et α_e sont calculés à partir des relations (II-7) et (II-8) où nous né-gerons la variation de l'intensité σ en fonction de l'altitude

$$u_e = \int_z^\infty \sigma_o\,\rho(z)\,dz = \sigma_o\,\rho_o\,H_1\,\gamma\,\xi^{\frac{1}{\gamma}}$$

(III-41)

$$\alpha_e\,u_e = \int_z^\infty \sigma_o\,\rho(z)\,\alpha(z)\,dz$$

empérature est constante dans la troposphère; si ξ_2 est l'altitude où ence la troposphère nous aurons

$$\alpha_e\,u_e = H_1\int_{\xi_e}^{\xi} \alpha_o\,\rho_o\,\xi^{\frac{1}{\beta}+\frac{1}{\gamma}}\,(1+b\,\mathrm{Log}\xi)^{-\frac{1}{2}}\,\frac{d\xi}{\xi} + H_1\int_o^{\xi_2}\left(\frac{T_o}{T_t}\right)^{\frac{1}{2}}\alpha_o\,\rho_o\,\xi^{\frac{1}{\beta}+\frac{1}{\gamma}-1}\,d\xi$$

tilisant un développement limité au 2ème ordre de $(1+b\,\mathrm{Log}\xi)^{-\frac{1}{2}}$ et en égrant par parties nous obtenons

$$\alpha_e\,u_e = \frac{\sigma_o\,\alpha_o\,\rho_o\,H_1\,\beta\,\gamma}{\beta+\gamma}\,\xi^{\frac{1}{\beta}+\frac{1}{\gamma}}\left[1-\frac{b}{2}\left(\mathrm{Log}\,\xi-\frac{\beta\gamma}{\beta+\gamma}\right)\right.$$

$$\left.\times\left(1-\frac{3b}{4}\left(\mathrm{Log}\,\xi-\frac{\beta\gamma}{\beta+\gamma}\right)\right)+\frac{3b^2}{8}\left(\frac{\beta\gamma}{\beta+\gamma}\right)^2\right]+R \tag{III-42}$$

$$R = \frac{\sigma_o\,\alpha_o\,\rho_o\,H_1}{2}\,\frac{\beta\gamma}{\beta+\gamma}\,\xi_2^{\frac{1}{\beta}+\frac{1}{\gamma}}\left[\left(\mathrm{Log}\,\xi_2-\frac{\beta\gamma}{\beta+\gamma}\right)\left(1-\frac{3b}{4}\left(\mathrm{Log}\,\xi_2\right.\right.\right.$$

$$\left.\left.\left.-\frac{\beta\gamma}{\beta+\gamma}\right)\right)-\frac{3b}{4}\left(\frac{\beta\gamma}{\beta+\gamma}\right)^2\right]+\frac{\sigma_o\,\alpha_o\,\rho_o\,H_1\,\beta\,\gamma}{\beta+\gamma}\,\xi_2^{\frac{1}{\beta}+\frac{1}{\gamma}}\left(\sqrt{\frac{T_o}{T_t}}-1\right) \tag{III-43}$$

T_t est la température de la troposphère.

Dans le cas où l'on néglige la variation de la température avec l'alti-de ($b = o$ et $\xi_2 = o$) (III-42) se réduit à

$$\alpha_e \, n_e = \frac{\sigma_o \, \rho_o \, \alpha_o \, H_1 \beta\gamma}{\beta + \gamma} \, \xi^{\frac{1}{\beta} + \frac{1}{\gamma}} \qquad \text{(III-44)}$$

La profondeur optique diffusante se calcule plus simplement : si τ_{dF} t la profondeur optique diffusante totale, le coefficient de diffusion ant proportionnel à ξ nous obtenons

$$\tau_d(\xi) = \frac{\tau_{dF}(\xi - \xi_1)}{1 - \xi_1} \qquad \text{(III-45)}$$

$\tau_{dF} = \int_o^{z_1} s(z)\, dz$ est la profondeur optique diffusante totale de la ume d'épaisseur z_1; τ_{dF} a été désigné par τ_F dans le chapitre II. albédo s'obtient à partir de la formule (III-38) avec

$$k_\nu(\xi) = \frac{\sigma_o \, \alpha(\xi) \, \rho(\xi)}{\pi \left[(\nu - \nu_o)^2 + \alpha^2(\xi) \right]} \qquad \text{(III-46)}$$

$$s(\xi) = \frac{\tau_{dF}}{1 - \xi_1}$$

$$\omega_{o\nu}(z) = \frac{\tau_{dF} \, \pi \left[(\nu - \nu_o)^2 + \alpha^2(\xi) \right]}{\tau_{dF} \, \pi \left[(\nu - \nu_o)^2 + \alpha^2(\xi) \right] + (1 - \xi_1) \sigma_o \, \alpha(\xi) \, \rho(\xi)} \qquad \text{(III-47)}$$

3/ Calcul numérique

Nous avons utilisé une version modifiée du programme correspondant au s d'une couche homogène qui a déjà été exposé dans ce chapitre. Le calcul s luminances, du flux et de l'échauffement est effectué dans la couche dif-sante depuis $\tau_\nu(\xi_1)$ jusqu'à $\tau_{\nu F}$. On calcule les luminances diffusées au ssus de la brume $I^+_\nu(\tau_\nu(\xi);+\mu)$ où $\xi > \xi_1$ à partir des luminances $I^+_{\nu j}(\tau(\xi_1);+\mu)$ ffusées vers le haut au sommet de la brume

$$I^+_\nu(\tau_\nu(\xi);+\mu) = \sum_j I^+_{\nu j}(\tau_\nu(\xi_1);+\mu) \quad \exp\left(- \frac{\tau_\nu(\xi_1) - \tau_\nu(\xi)}{\mu} \right) \qquad \text{(III-48)}$$

Les équations (III-8) et (III-9) sont calculées avec un pas d'intégra-
[illegible]n constant sur τ_ν qui est obtenu à partir des formules (III-39), (III-40)
(III-45), ces relations sont inversées par dichotomie afin de calculer
[illegible] valeurs de ξ correspondantes; $\overline{\omega}_o(\tau_\nu)$ et $k_\nu(\tau_\nu)$ sont alors obtenus à par-
[illegible] des formules (III-46) et (III-47). Nous avons choisi un pas d'intégra-
[illegible]n sur ν serré au voisinage du centre de la raie et plus lâche dans les
[illegible]es afin de rendre compte de l'allure du phénomène en fonction de la fré-
[illegible]nce. Le reste du programme est sensiblement identique à celui exposé
[illegible]r une couche homogène.

4/ Résultats

On a posé $y = \dfrac{2(\nu-\nu_o)}{\delta}$ où $\delta = 5\ cm^{-1}$. y varie de -1 à + 1 ce qui permet [illegible]décrire la raie jusque loin du centre puisque y = 1 correspond à $\nu - \nu_o$ [illegible]3 α_o. Tous les résultats sont donnés pour y compris entre 0 et 1, la raie [illegible]nt symétrique par rapport à son centre (y=o).

Nous avons représenté figures (17), (18) et (19) respectivement les lu-[illegible]ances au niveau du sol $I^-_\nu(\tau_{\nu F};-\mu)$, au sommet de la brume $I^+_\nu(\tau_\nu(\xi_1);+\mu)$ [illegible]au dessus de la brume $I^+_\nu(\tau_\nu(\xi);+\mu)$ pour $\xi = 0,3$, en fonction de y pour [illegible]s valeurs de μ. La luminance transmise au niveau du sol est maximum pour [illegible]oche de - 1 ce qui correspond à la direction d'incidence privilégiée par [illegible]fonction de phase. Pour la même raison les luminances diffusées vers le [illegible] $I^+(\tau;+\mu)$ croîssent lorsque μ tend vers zéro. Le croisement des courbes [illegible] l'on remarque sur la figure (19) s'explique par le fait que si $\mu < \mu'$ [illegible]$(\xi_1);+\mu) > I^+(\tau(\xi_1);+\mu')$ mais l'absorption est en $\exp\left(-\dfrac{/\tau-\tau'/}{\mu}\right)$; elle [illegible]donc plus forte pour μ' que pour μ et en régime d'absorption forte les [illegible]nances les plus fortes sont obtenues à cette altitude pour $\mu = 1$. Dans [illegible]ailes l'absorption devient faible et les luminances les plus fortes cor-[illegible]ondent alors à $\mu = o$.

Le flux global est représenté figure (20) en fonction de y, au niveau [illegible]ol (ξ=1) et au milieu de la brume (ξ=0,6 z≃500 m). La brume a pour effet [illegible]e diminuer en valeur absolue. Au niveau du sol il n'y a pas de diffusion [illegible] le haut et cette direction est due à l'affaiblissement du flux directe-[illegible]t transmis à travers la brume, partiellement compensé par le flux diffusé le bas par la couche diffusante. Au milieu de la brume il s'y ajoute le diffusé vers le haut par les couches comprises entre le sol et l'altitu- nsidérée et compté positivement d'après nos conventions. Cet effet est igeable près du centre de la raie où la presque totalité du flux a été rbé par les couches supérieures de l'atmosphère, et plus important dans iles.

Sur la figure (21) on a représenté le flux global $F(\xi)$ en fonction de ξ plusieurs valeurs de y sans diffusion et avec diffusion. Au centre de la où l'absorption est très importante l'effet de la diffusion est tout à négligeable, il commence à être sensible pour $\nu-\nu_o \simeq 1,5\ \alpha_o$ où $F(\xi)$ diminué dans toute l'atmosphère mais plus au sol qu'aux altitudes élevées l'absorption est encore importante et elle croît lorsque z décroît. Dans iles de la raie ($y=0,3$ ou $\nu-\nu_o \simeq 7\ \alpha_o$) $F(\xi)$ est diminué sensiblement la même proportion à toutes les altitudes car l'absorption est alors faible et l'atténuation du flux au niveau du sol est due uniquement à la sion du flux incident vers le haut de l'atmosphère.

La diffusion du rayonnement par la brume se traduit par une augmentation 'échauffement radiatif à toutes les fréquences, plus importante au milieu de ume qu'au niveau du sol (figure (22)). A une altitude donnée l'échauffe- est proportionnel à la quantité d'énergie traversant un élément de vo- dv qui, en l'absence de brume, est directement proportionnelle à la trans- on et au coefficient d'absorption $k_\nu(z)$. La transmission croît lorsque croît et croît avec z, $k_\nu(z)$ décroît lorsque $\nu-\nu_o$ croît et décroît ue z croît, il y a donc un maximum de l'échauffement en fonction de la ence décalé vers le centre de la raie lorsque z croît. En présence de sion le maximum est légèrement décalé vers les ailes de la raie.

L'échauffement radiatif est tracé en fonction de ξ pour plusieurs valeurs figures (23), (24) et (25). Près du centre de la raie l'échauffement ra- f est maximum pour une altitude qui décroît lorsque $\nu-\nu_o$ croît. Plus du centre de la raie l'absorption est plus faible et l'énergie absorbée régulièrement avec $k_\nu(z)$ lorsque l'altitude décroît. En présence d'une l'échauffement est augmenté à toutes les altitudes bien que de façon igeable au voisinage du centre de la raie pour les altitudes élevées. Cette ntation est maximum pour une altitude qui décroît lorsqu'on s'éloigne du tre de la raie. L'interprétation est sensiblement la même qu'au chapitre mais en tenant compte de l'effet des diffusions multiples.

Au dessus de la brume le flux solaire incident n'est pas diminué, il ajoute le flux diffusé par la brume vers le haut de l'atmosphère : l'é-uffement augmente. Au milieu de la brume une partie du flux incident a diffusée mais on doit y ajouter le rayonnement diffus provenant de tou-les directions qui est au maximum dans les couches centrales de la bru-Au niveau du sol le flux directement transmis est atténué par toute la ne et le sol étant non réfléchissant l'énergie à cette altitude est beau-p plus faible qu'au centre de la brume et l'échauffement diminue bien que coefficient d'absorption augmente. Dans le cas considéré ici il reste su-ieur à l'échauffement sans diffusion, cela dépend essentiellement de la ction de phase et de la direction d'incidence qui est privilégiée par la ction de phase que nous avons choisi. Ici $\mu_o = 1$ représente la verticale endante et de ce fait la plus grande partie du rayonnement diffusé est gé vers le bas.

MOYENNE SUR LA RAIE

Nous allons calculer la valeur moyenne de l'échauffement radiatif sur un rvalle de 5 cm^{-1} ne contenant qu'une seule raie et comparer les résultats i obtenus avec ceux que l'on obtient à partir des valeurs monochromatiques l'échauffement obtenues au paragraphe III.

1/ Calcul de la transmission moyenne

Nous avons du calculer la valeur moyenne de la transmission sur l'inter-e considéré. Pour des raisons de commodité de calcul nous n'avons pas pu alculer pour toutes les directions μ données et pour tous les chemins op-es considérés, le temps de calcul devenant alors prohibitif. Nous avons s cherché à obtenir la meilleure approximation possible du flux directe-t transmis à la verticale et nous avons fait l'approximation suivante

$$T(z,z',\mu) = \frac{1}{\Delta\nu} \int_{\Delta\nu} \exp\left(- \frac{1}{\mu} \left| \int_z^{z'} k_\nu(z)\, dz \right| \right) d\nu \qquad \text{(III-49)}$$

$$= \exp\left(- \frac{\left| \tau_{abs}(z) - \tau_{abs}(z') \right|}{\mu} \right)$$

$\tau_{abs}(z)$ est la profondeur optique absorbante à la verticale à l'altitude

$$\tau_{abs}(z) = - \mathrm{Log}\left(\frac{1}{\Delta\nu}\int_{\Delta\nu} \exp\left(-\int_z^\infty k_\nu(z)\ dz\right) d\nu\right) \tag{III-50}$$

. Nous allons utilisé l'approximation de CURTIS-GODSON exposée au chapitre
aragraphe III pour calculer le trajet effectif équivalent. u_e et α_e sont
culés d'après les formules (III-40), (III-41) et (III-42) et pour un inter-
le $\Delta\nu$ ne contenant qu'une seule raie la transmission moyenne s'obtient à
tir de la relation (I-3)

$$T(z,\infty,1) = 1 - \frac{2\pi\ \alpha_e}{\Delta\nu}\ L\left(\frac{u_e}{2\pi\ \alpha_e}\right) \tag{III-51}$$

la profondeur optique absorbante $\tau_{abs}(z)$ s'écrit alors

$$\tau_{abs}(z) = - \mathrm{Log}\left[1 - \frac{2\pi\ \alpha_e}{\Delta\nu}\ L\left(\frac{u_e}{2\pi\ \alpha_e}\right)\right] \tag{III-52}$$

En régime d'absorption faible, c'est à dire si $\frac{u_e}{2\pi\alpha_e}$ est suffisamment
t $L\left(\frac{u_e}{2\pi\ \alpha_e}\right) \simeq \frac{u_e}{2\pi\ \alpha_e}$ et $\tau_{abs}(z) \simeq - \mathrm{Log}(1-u_e)$. Dans ce cas $\exp\left(-\frac{\tau_{abs}}{\mu}\right)$
$\simeq e^{-\frac{u_e}{\mu}}$ et l'approximation de la formule (III-49) est alors parfaitement
ble. Dans le cas d'un intervalle ne contenant qu'une seule raie l'absorp-
est évidemment d'autant plus faible que l'intervalle est grand. L'inter-
le de 5 cm^{-1} que nous avons choisi représente environ 45 α_o ce qui est
isamment grand pour justifier l'approximation (III-49). De plus dans
rume ce sont les couches diffusantes les plus proches de l'altitude consi-
ée et d'autant plus proches que μ est petit qui interviennent dans le cal-
des luminances diffusées.

2/ Calcul des luminances moyennes et de l'échauffement moyen

Dérivons l'expression (III-49) de la transmission par rapport à z nous
ons

$$\frac{dT}{dz} \simeq \frac{1}{\Delta\nu}\int_{\Delta\nu} k_\nu(z) \exp\left(-\int_z^\infty k_\nu(z)\ dz\right) d\nu$$

s calculerons alors le coefficient d'absorption moyen k(z) par l'appro-
ation suivante

$$k(z) = \frac{\frac{1}{\Delta\nu}\int_{\Delta\nu} k_\nu(z)\, \exp\left(- \int_z^\infty k_\nu(z)\, dz\right) d\nu}{\frac{1}{\Delta\nu}\int_{\Delta\nu} \exp\left(- \int_z^\infty k_\nu(z)\, dz\right) d\nu} = \frac{1}{T}\ \frac{dT}{dz}$$

Le calcul de k(z) est alors sensiblement identique à celui de la fonc-
n $R(\mu_o,\mu;\xi,\xi')$ du chapitre II (relation (II-43)) et nous obtenons en po-
t $\xi = \exp(-z/H_1)$

$$k(\xi) = \frac{\sigma_o \rho_o}{\Delta\nu}\ \xi^{\frac{1}{\gamma}} \exp\left(- \frac{u_e}{2\pi\ \alpha_e}\right) \left[I_o\left(\frac{u_e}{2\pi\alpha_e}\right) + \left(\frac{\alpha_o}{\alpha_e}\ \xi^{\frac{1}{\beta}} - 1\right) I_1\left(\frac{u_e}{2\pi\alpha_e}\right)\right] \frac{1}{T(z,\infty;1)} \qquad \text{(III-53)}$$

lbédo moyen $\bar{\omega}_o$ est alors

$$\bar{\omega}_o(\xi) = \frac{s(\xi)}{s(\xi)+k(\xi)}$$

approximations permettent alors de calculer l'échauffement radiatif
n à partir de (III-19) et de l'expression (II-30) de l'échauffement cor-
ondant au flux solaire directement transmis

$$h(\xi) = \pi F\ k(\xi)\ \exp\left(- \frac{\tau(\xi)}{\mu_o}\right) + 2\pi\ k(\xi) \int_{-1}^{+1} \sum_j\ I_j(\tau(\xi);\mu)\ d\mu \qquad \text{(III-54)}$$

$\tau(\xi) = \tau_{abs}(\xi) + \tau_d(\xi)$

la profondeur optique totale à l'altitude $z(\xi)$ pour une direction ver-
le. Les luminances moyennes $I_j(\tau(\xi);\mu)$ sont calculées à partir des rela-
s (III-16) et (III-17) en substituant aux grandeurs monochromatiques les
deurs moyennes calculées ci-dessus. Le programme de calcul est alors i-
tique à celui du paragraphe III.

Nous avons représenté, figure (26) les luminances $I^-(\tau_F;-\mu)$ au niveau

sol obtenues par cette méthode et à partir des résultats monochromati-
s du paragraphe III dont la valeur moyenne a été calculée numériquement

$$I^{-}(\tau_F;-\mu) = \frac{1}{\Delta\nu}\int_{\Delta\nu} \sum_j I_j^{-}(\tau_{\nu F};-\mu)\, d\nu$$

résultats concordent à moins de 0,5% près ce qui montre que les appro-
ations faites sur le calcul de la transmission étaient tout à fait rai-
nables pour le cas considéré.

Les échauffements radiatifs calculés sans diffusion et avec la brume
1 km du paragraphe III sont représentés figure (27) et comparés aux ré-
ltats obtenus à partir des résultats monochromatiques $h_\nu(\xi)$ intégrés nu-
riquement

$$h(\xi) = \frac{1}{\Delta\nu}\int_{\Delta\nu} h_\nu(\xi)\, d\nu$$

Puisque le calcul des luminances diffusées est effectué avec une très
ne précision on ne peut expliquer l'erreur d'environ 11% remarquable
r cette figure aussi bien en l'absence de brume qu'en présence de brume
e par une mauvaise approximation du coefficient d'absorption moyen k(z).
remarque d'ailleurs qu'en faisant subir à la courbe représentant l'é-
auffement moyen en présence d'une brume une homothetie de rapport 0,897
al au rapport des échauffements sans diffusion au sol calculés d'après
s résultats du paragraphe III et directement les résultats deviennent
ès satisfaisants, l'erreur n'excédant pas 2% or d'après la relation
II-54) $h(\xi)$ est directement proportionnel à $k(\xi)$.

C'est là un problème général auquel se heurtent toutes les méthodes de
lcul de transmission moyenne que ce soit pour une raie ou pour une bande;
meilleure approximation de la transmission conduit à une approximation
sez grossière du coefficient d'absorption moyen. Si l'on désire obtenir
s résultats avec une précsion meilleure que 10% il faudrait alors chercher
e méthode plus raffinée pour le calcul de $k(\xi)$; c'est un problème que nous
us proposons d'envisager dans l'avenir.

/ MOYENNE SUR UNE BANDE

L'approximation qui consiste à négliger les diffusions multiples n'est lable que si l'effet de la diffusion primaire sur l'échauffement radiatif t faible; or nous avons vu au chapitre II qu'en dehors des cas où la profondeur optique diffusante totale est très faible cet effet est relativement portant et pour des brumes assez épaisses il n'est sans doute pas possible négliger l'influence des diffusions multiples. Remarquons d'ailleurs que us avions alors trouvé en ne tenant compte que de la diffusion primaire e l'échauffement radiatif était augmenté dans le haut de l'atmosphère et minué au niveau du sol; lorsque nous avons étudié l'influence de la diffuon multiple sur l'échauffement provoqué par une raie d'absorption (chapie III, paragraphe III et IV) nous avons trouvé qu'il était augmenté à tous les altitudes. Nous calculerons donc maintenant l'influence des diffuons multiples sur l'échauffement radiatif moyen dû à l'absorption du rayonnement solaire par les bandes ν_1, ν_2 et $2\nu_3$ de la vapeur d'eau.

1/ Calcul des grandeurs moyennes

Nous ferons les mêmes approximations qu'au paragraphe précédent; ce qui us conduit à prendre

$$\tau_{abs}(z) = - \mathrm{Log}(T(z,\infty;1))$$

et $\bar{\alpha}_e$ étant définis par les formules (III-40), (III-41) et (III-42) à rtir des valeurs moyennes $\bar{\sigma}$ et $\bar{\alpha}$ de l'intensité et de la demie largeur de le dans la bande, définies par (II-5) et (II-6). La transmission moyenne r une bande d'absorption s'exprime par (II-3) et (II-40) et nous obtenons

$$\tau_{abs}(z) = \frac{2\pi\,\bar{\alpha}_e}{\delta}\; L\left(\frac{\bar{u}_e}{2\pi\,\bar{\alpha}_e}\right) \qquad \text{(III-55)}$$

δ est l'intervalle moyen entre les raies.

Le coefficient d'absorption moyen k(z) est calculé comme au paragraphe écédent car l'erreur de l'ordre de 10% que nous commettons ainsi reste torable alors que nous cherchons à évaluer l'effet relatif de la diffusion l'échauffement radiatif et non une valeur absolue de cet échauffement. s avons d'ailleurs vu au paragraphe IV que cette erreur dépendait très de la diffusion et que donc l'effet relatif restait le même. De plus alcul de l'échauffement au chapitre II est effectué d'une manière si- ire et nous aurons ainsi des résultats plus facilement comparables. ce cas le coefficient d'absorption s'exprime à partir de (II-43)

$$k(\xi) = \frac{\bar{\sigma}_o \rho_o}{\delta} \xi^{\frac{1}{\gamma}} \exp\left(-\frac{\bar{u}_e}{2\pi \bar{\alpha}_e}\right) \left[I_o\left(\frac{\bar{u}_e}{2\pi \bar{\alpha}_e}\right) + \left(\frac{\bar{\alpha}_o}{\bar{\alpha}_e} \xi^{\frac{1}{\beta}} - 1\right) I_1\left(\frac{\bar{u}_e}{2\pi \bar{\alpha}_e}\right)\right] \qquad \text{(III-56)}$$

ous obtenons l'albédo moyen

$$\bar{\omega}_o(\xi) = \frac{s(\xi)}{s(\xi)+k(\xi)}$$

L'échauffement radiatif s'exprime alors par la formule (III-54), les es étant les mêmes qu'au chapitre II. Nous avons étudié le cas d'une de 1 km, d'épaisseur optique diffusante totale τ_{dl} = 0,8 correspon- aux paragraphes III et IV pour μ_o = 1 et μ_o = 0,5 (figures (28) et (29)) cas d'une brume de 2 km avec τ_{dl} = 1,265 qui correspond à la même ité de diffusant et τ_{dl} = 1,6 qui correspond à la densité de diffusant um trouvée par ARNULF et BRICARD (référence 17). Les résultats pour 1 et μ_o = 0,5 sont donnés (figures (30) et (31)).

2/ Résultats et interprétation

Sur la figure (28) nous avons représenté les courbes correspondant à auffement radiatif calculé sans diffusion et en présence d'une brume u'on tient compte du gradient de température de l'atmosphère et lors- n'en tient pas compte. Les résultats sont très peu différents. L'é- fement est plus grand aux hautes altitudes lorsque la température est ante car alors l'absorption est plus grande, elle est plus faible au ar le rayonnement qui a subi une plus forte absorption y est moins

Sur la figure (38) qui représente l'échauffement radiatif obtenu dans cas d'une brume de 1 km pour $\mu_o = 1$, sans variation de température, nous ons fait figurer les résultats obtenus en diffusion primaire d'après la thode exposée au chapitre II et d'après celle du chapitre III. On remar- e ent:e ces résultats une différence qui reste cependant inférieure à 3%. le est dûe aux approximation que nous avons du faire, pour traiter le blème en tenant compte des diffusions multiples.

L'approximation la plus importante est celle qui concerne le calcul de transmission moyenne du rayonnement diffusé. Au chapitre II, en effet, nous liquions l'approximation de CURTIS-GODSON au chemin optique effectivement vi par le rayonnement depuis le haut de l'atmosphère, avec la direction jusqu'à l'altitude z' où il était diffusé, puis de z' à z avec la direc- n μ. Nous calculions alors $\bar{u}_e$ et $\bar{\alpha}_e$ par les formules (II-41) et (II-42)

$$\bar{u}_e = \frac{1}{\mu_o} \int_{z'}^{\infty} \bar{\sigma}_o \, \rho(z) \, dz + \frac{1}{\mu} \left| \int_{z'}^{z} \bar{\sigma}_o \, \rho(z) \, dz \right|$$

$$\bar{\alpha}_e \, \bar{u}_e = \frac{1}{\mu_o} \int_{z'}^{\infty} \bar{\sigma}_o \, \bar{\alpha}(z) \, \rho(z) \, dz + \frac{1}{\mu} \left| \int_{z}^{z'} \bar{\sigma}_o \, \bar{\alpha}(z) \, \rho(z) \, dz \right|$$

transmission jusqu'en z du rayonnement diffusé en z' était alors obtenue (II-3) et (II-46)

$$T = \exp\left(- \frac{2\pi \, \bar{\alpha}_e}{\delta}\right) L \left(\frac{\bar{u}_e}{2\pi \, \bar{\alpha}_e}\right)$$

Cette méthode conduisant à des calculs beaucoup trop longs nous avons tiliser l'approximation (III-49) qui introduit la profondeur optique rbante à la verticale $\tau_{abs}(z)$ $\bar{u}_e$ et $\bar{\alpha}_e$ sont alors calculés par (III-40) (III-41)

$$\bar{u}_e = \int_{z}^{\infty} \bar{\sigma}_o \, \rho(z) \, dz$$

$$\bar{\alpha}_e \, \bar{u}_e = \int_{z}^{\infty} \bar{\sigma}_o \, \rho(z) \, \bar{\alpha}(z) \, dz$$

la transmission jusqu'en z du rayonnement diffusé en z' s'écrit alors

$$T = \exp\left(- \frac{\tau_{abs}(z')}{\mu_o} - \frac{\left|\tau_{abs}(z') - \tau_{abs}(z)\right|}{\mu} \right)$$

$\tau_{abs}(z)$ s'exprime par (III-55)

$$\tau_{abs}(z) = \frac{2\pi\,\bar{\alpha}_e}{\delta}\; L\left(\frac{\bar{u}_e}{2\pi\,\bar{\alpha}_e}\right)$$

Ainsi que nous l'avons vu au paragraphe précédent cette approximation t responsable d'une imprécision qui augmente avec l'absorption; or dans cas d'une bande, l'absorption est beaucoup plus grande que dans le cas ne seule raie.

Sur la figure (29) nous avons représenté les résultats obtenus par tte méthode et par celle du chapitre II pour $\tau_{dl} = 0$ dans le cas où $= 0,5$. On remarque une différence assez importante, de l'ordre de 15 à au dessus de la brume et de 8% au niveau du sol. Elle est due à l'ap-oximation (III-49) sur la transmission moyenne, qui introduit une impré-ion sur le calcul de l'échauffement radiatif en l'absence de diffusion cette imprécision croît lorsque μ_o décroît, les résultats étant exacts ur $\mu_o = 1$. En présence d'une brume l'erreur sur le terme dû au flux di-ctement transmis est la même, mais son effet relatif sur le calcul de échauffement est plus important au dessus de la brume où l'absorption t prépondérante qu'au niveau du sol où le flux directement transmis étant ténué par toute la brume, c'est alors la diffusion qui domine. Nous avons nc corrigé les résultats obtenus en diffusion multiple en adoptant pour terme dû au flux directement transmis les résultats obtenus à partir de méthode du chapitre II, c'est à dire en ne faisant pas sur ce terme l'ap-oximation (III-49). Nous avons représenté les résultats ainsi obtenus sur figure (29) où nous avons également représenté les résultats obtenus en pliquant l'approximation (III-49) au flux directement transmis. Au niveau sol l'erreur est négligeable alors qu'au dessus de la brume la différence t sensible car c'est alors le terme dû au flus directement transmis qui est épondérant.

L'erreur introduite sur le calcul de l'échauffement dû au flux diffusé t beaucoup moins importante. En effet lorsque μ décroît ce sont des couches fusantes de plus en plus proches de l'altitude considérée qui interviennent d'autant plus que la densité de diffusant est grande. On peut alors estimer l'erreur sur le calcul de l'absorption moyenne sur le trajet (z-z') dimi- rapidement lorsque τ_{dl} augmente.

L'interprétation des résultats est sensiblement la même qu'au paragraphe et les gains d'énergie en degré par seconde sont donnés tableaux V et VI pectivement pour $H_1 = 1$ km et $H_1 = 2$ km. On remarque que pour $\mu_o = 1$ l'é- uffement en présence d'une brume est augmenté dans toute l'atmosphère; la ction de phase privilégiant la direction avant qui correspond ici à la ticale dirigée vers le bas, seule une faible partie du rayonnement ressort l'atmosphère, le reste subit un certain nombre de diffusions qui a pour et d'augmenter le flux d'énergie traversant un élément de volume donné, ffet de la diffusion étant maximum au milieu de la brume on trouve que l'é- uffement est partout augmenté et présente un maximum situé vers le centre la brume où la diffusion provoque une augmentation de l'échauffement de près 60% pour une brume de 2 km et $\tau_{dl} = 1,6$. On constate que l'échauffement ma- m croît en fonction de τ_{dl} et qu'au sol il décroît lorsque τ_{dl} augmente car s une plus grande partie du flux incident est diffusée dans les couches su- ieures. Pour $\mu_o = 0,5$ la direction privilégiée par la fonction de phase est , de la verticale et le flux sortant de l'atmosphère est beaucoup plus im- tant, l'accroissement est alors beaucoup plus grand au dessus de la brume Pour $\mu_o = 1$, le maximum est déplacé vers le haut de la brume et l'échauffe- t au sol est beaucoup plus faible.

TABLEAU V

ΔT en degré par seconde x 10^5			
o	z en m	$\tau_{d1} = 0$	$\tau_{d1} = 0,8$
	0	1,32	1,51
	500	1,34	1,85
	1000	1,38	1,65
	2000	1,37	1,48
	0	0,65	0,43
	5000	0,68	0,83
	1000	0,78	0,97
	2000	0,76	0,87

TABLEAU VI

ΔT en degré par seconde x 10^5				
	z en m	$\tau_{d1}=0$	$\tau_{d1}=1,265$	$\tau_{d1}=1,6$
	0	1,32	1,437	1,384
	500	1,34	1,928	1,992
	1000	1,38	2,044	2,169
	2000	1,37	1,736	1,818
	0	0,65	0,357	0,318
	500	0,68	0,639	0,598
	1000	0,78	0,903	0,875
	2000	0,76	1,014	1,060

CONCLUSION

Ce travail nous a permis de montrer que la diffusion du rayonnement so-
re par une brume modifiait sensiblement l'équilibre thermique de l'atmos-
re et qu'il n'était, en général, pas possible de se limiter à l'étude de
iffusion primaire.

Au cours de cette étude nous avons été amené à mettre au point une mé-
de de résolution de l'équation de transfert qui s'est avérée très souple
ploi et particulièrement bien adaptée au traitement sur ordinateur. En
iculier, dans le cas où le développement de la fonction de phase ne
orte pas trop de β_ℓ, elle permet d'étudier en un temps de calcul très
onnable le cas de couches inhomogènes avec une bonne précision. Remar-
s, cependant, qu'elle converge d'autant plus vite que l'absorption est
e et que dans le cas de milieux très faiblement absorbants elle nécessi-
lors un très grand nombre d'itérations ce qui conduit à de très longs
uls.

Nous avons également étudié la précision des méthodes de calcul des trans-
ions moyennes pour une raie et pour une bande d'absorption et nous avons
en évidence une imprécision assez importante concernant le calcul du coef-
ent d'absorption moyen obtenu à partir de ces méthodes.

Il serait, sans doute, intéressant d'étudier plus à fond l'influence des
s et des nuages sur le bilan énergétique de l'atmosphère. Il faudrait
étudier l'effet d'une couche diffusante sur l'échauffement radiatif en
ion de l'inclinaison du soleil au cours de la journée et pour un plus
domaine de longueur d'onde. Il faudrait, d'autre part, tenir compte de
ssion propre de l'atmosphère, de la couche diffusante et du sol. Il pour-
aussi être intéressant d'étudier plus spécialement le problème des brumes
à la pollution atmosphérique.

BIBLIOGRAPHIE

ERENCES GENERALES

J. LENOBLE - "Le rayonnement atmosphérique"
Cours de DEA d'Optique - Faculté des Sciences de Lille.

R.M. GOODY - "Atmosphéric Radiation" - Oxford Press (1964).

K.Ya KONDRAT'YEV - "Radiation heat exchange in the atmosphéric"
Pergamon Press - Oxford.

1 HERZBERG - "Molecular Spectra and Molecular Structure"
T II "Infrared and Raman Spectra of Polyatonics Molecules"
D. Van Nostrand Company Inc - Princeton New-Jersey.

2 G. MIE - Ann. der Phys. 25, (1908), 377.

3 S. CHANDRASEKHAR - "Radiative Transfer"
Dover Publications - Oxford (1958).

4 R.M. GOODY - "Atmospheric Radiation" - 4 - 5 - P. 150.

5 R.M. GOODY - "Atmospheric Radiation" - 6 - 1 - 3 - P. 236.

6 DEIRMENDJIANN - "Electromagnètic Scattering on Spherical Polydispersions"
Elsevier - New-York.

7 J.C. GUILLEMOT - Thèse - Faculté des Sciences de Lille - (1966).

8 J. MARENGO - Thèse - Faculté des Sciences de Lille - (1968).

9 M. HERMAN - Thèse - Faculté des Sciences de Lille - (1968).

10 ANGOT - " Compléments de Mathématiques" - 10 - 5 - 11 -
Editions de la Revue d'Optique - Paris

11 KRYLOV - "Approximate Calculations of Integrals" - 12 -
Macmillan Company - London.

12 HOWARD - BURCH and WILLIAMS - "Infrared Transmission of Synthese Atmospheres" - Jl. Opt. Soc. Amer. - 46 -
P. 186,237,334,452 - (1956).

13 R.M. GOODY - "Atmospheric Radiation" 5 - 4 - 4 - P. 188.

14 Handbook of Geophysics - 16 - 16.

15 Handbook of Geophysics - 16 - 22.

16 M. DELONCLE - "Etude photoélectrique des aérosols volatils"
Revue d'Optique - (avril 1963).

ARNULF - BRICARD - CURE et VERET - "Recherches sur la transmission de la lumière par la brume et par le brouillard" - Revue d'Optique - (Mars 1959).

J.V. DAVE and W.H. WALKER - "Convergence of the itérative solution of the auxiliary equations for rayleigh scattering"- The Astrophysical Journal - vol. 144 n° 2 (May 1966).

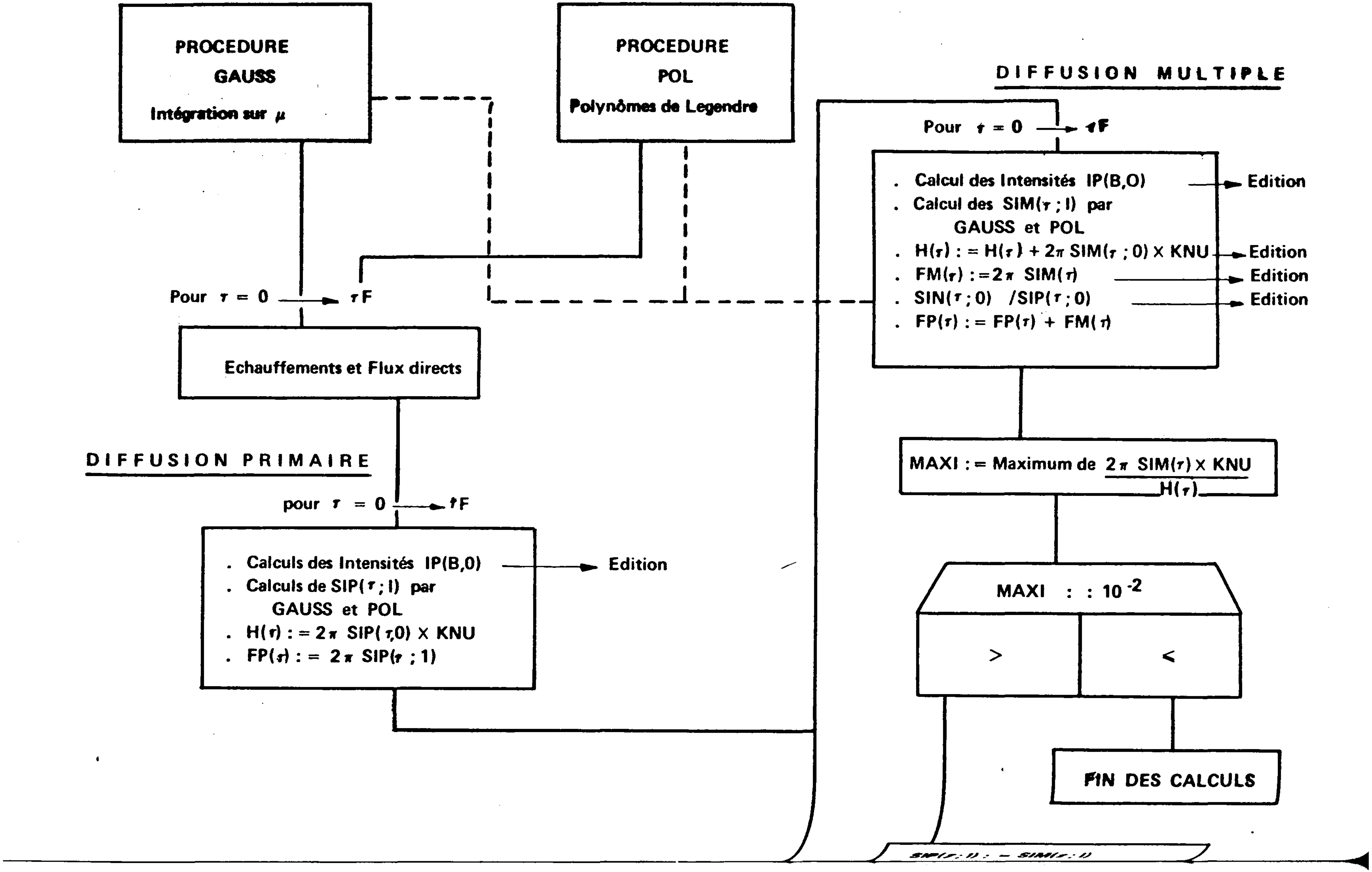
W.M. IRVINE and H.C. Van DE HULST - Mém. Soc. R. Sc. Liège - 24 - 78 - (1962).

S. CHANDRASEKHAR - "Radiative Transfer"

S. CHANDRASEKHAR - DONNA ELBERT and ANN FRANKLIN - "The X and Y functions for isotropic scattering" - Astrophysical Journal - (1952).

T.W. MULLIKIN and H.C. VAN DE HULST - Mém. Soc. R. Sc. Liège - 24 - 78 - (1962).

GOODY - "Atmospheric Radiation" - App. 5.


PROCEDURE
GAUSS
Intégration sur μ
PROCEDURE
POL
Polynômes de Legendre
DIFFUSION MULTIPLE
Pour τ = 0 → τF
. Calcul des Intensités IP(B,O)
Edition
. Calcul des SIM(τ ; l) par
GAUSS et POL
. H(τ) : = H(τ) + 2π SIM(τ ; 0) × KNU
Edition
. FM(τ) : = 2π SIM(τ)
Edition
. SIN(τ ; 0) /SIP(τ ; 0)
Edition
. FP(τ) : = FP(τ) + FM(τ)
Pour τ = 0 → τF
Echauffements et Flux directs
MAXI : = Maximum de 2π SIM(τ) × KNU / H(τ)
DIFFUSION PRIMAIRE
pour τ = 0 → τF
. Calculs des Intensités IP(B,0)
Edition
. Calculs de SIP(τ ; l) par
GAUSS et POL
. H(τ) : = 2π SIP(τ,0) × KNU
. FP(τ) : = 2π SIP(τ ; 1)
MAXI : : 10⁻²
>
<
FIN DES CALCULS
SIP(τ ; l) : = SIM(τ ; l)

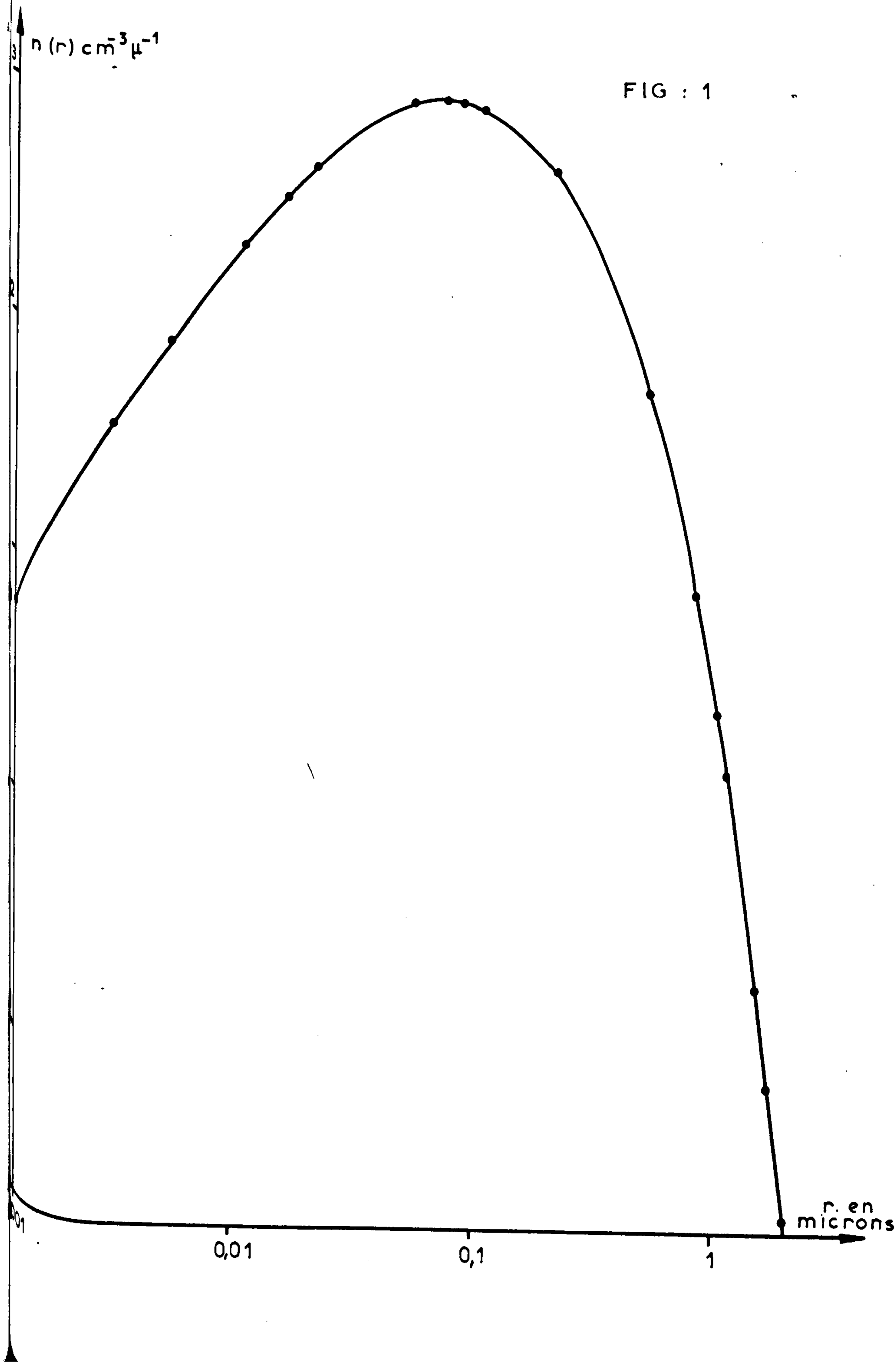


FIG : 1

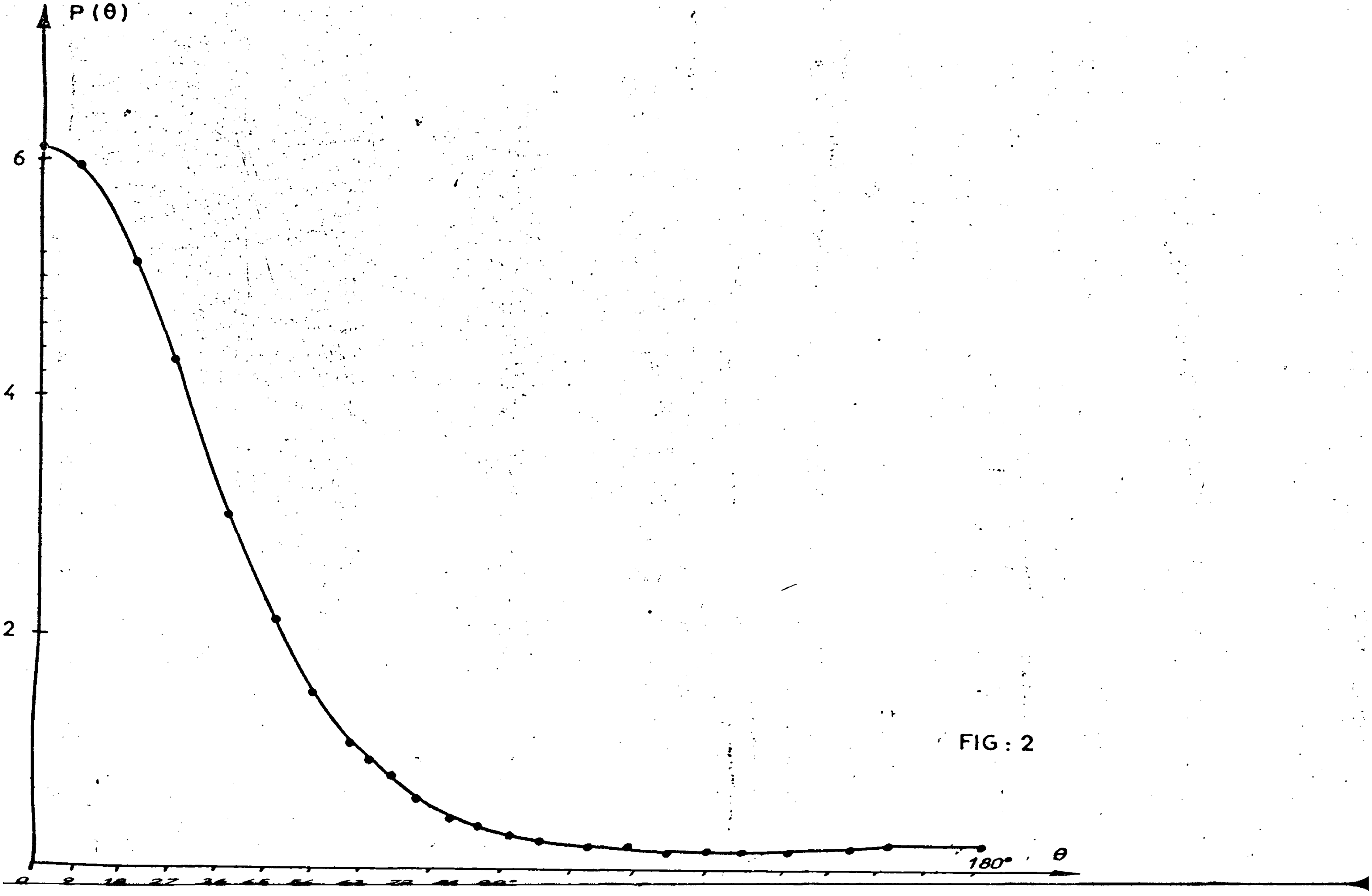
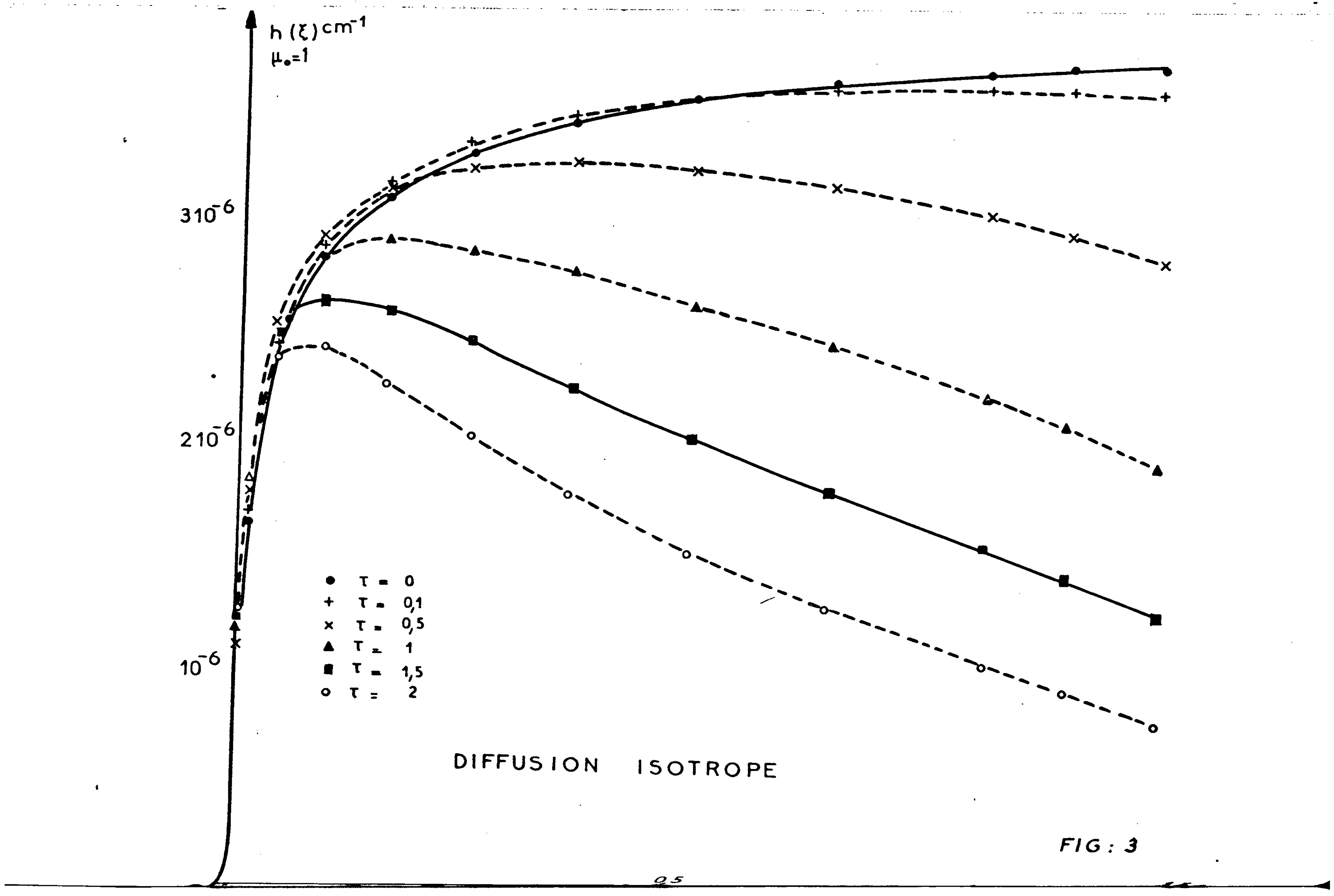


FIG : 2

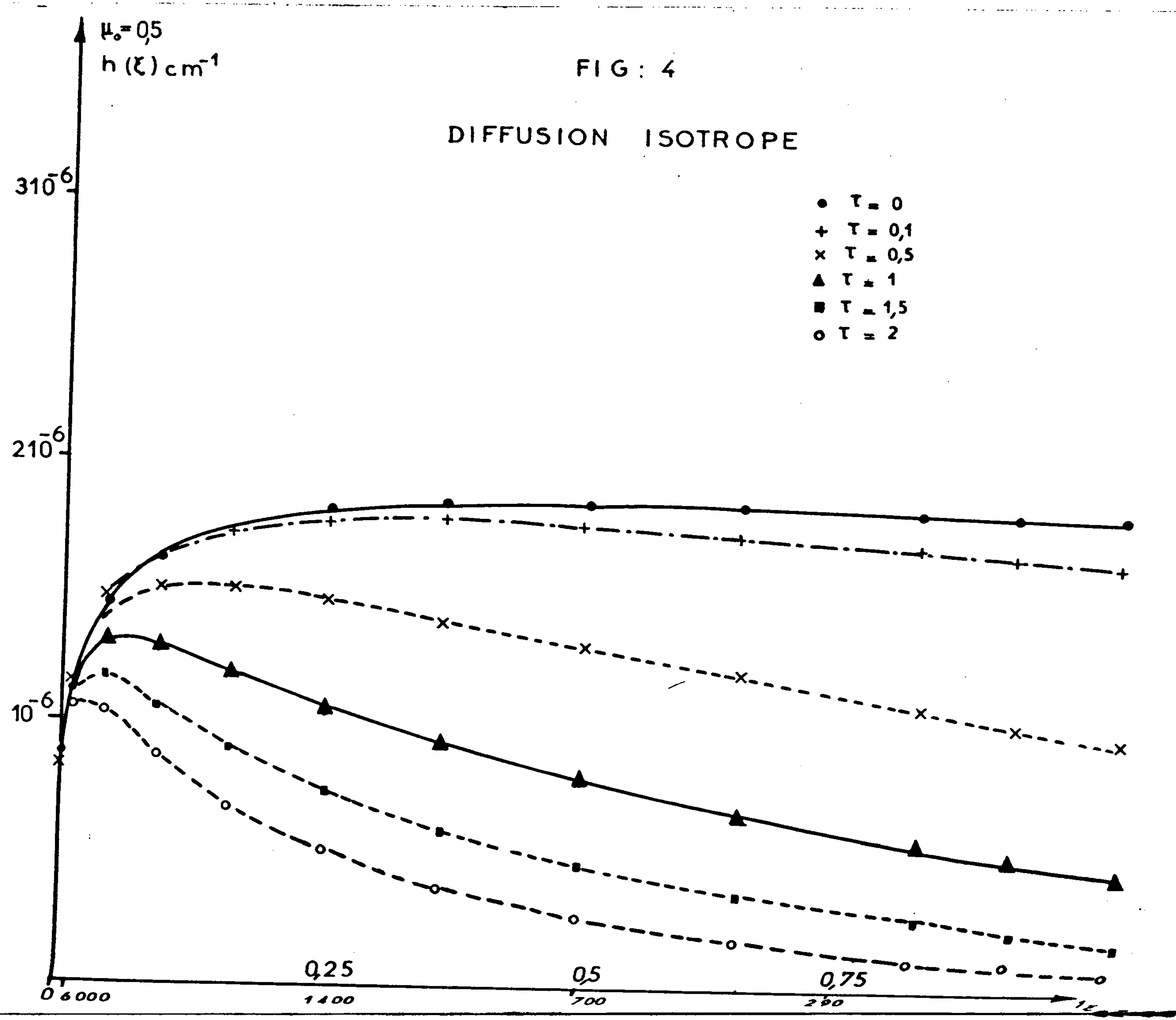


h (ξ) cm⁻¹
μ₀=1
310⁻⁶
210⁻⁶
10⁻⁶
τ = 0
τ = 0,1
τ = 0,5
τ = 1
τ = 1,5
τ = 2
DIFFUSION ISOTROPE
0,5

FIG : 3

FIG : 4

DIFFUSION ISOTROPE



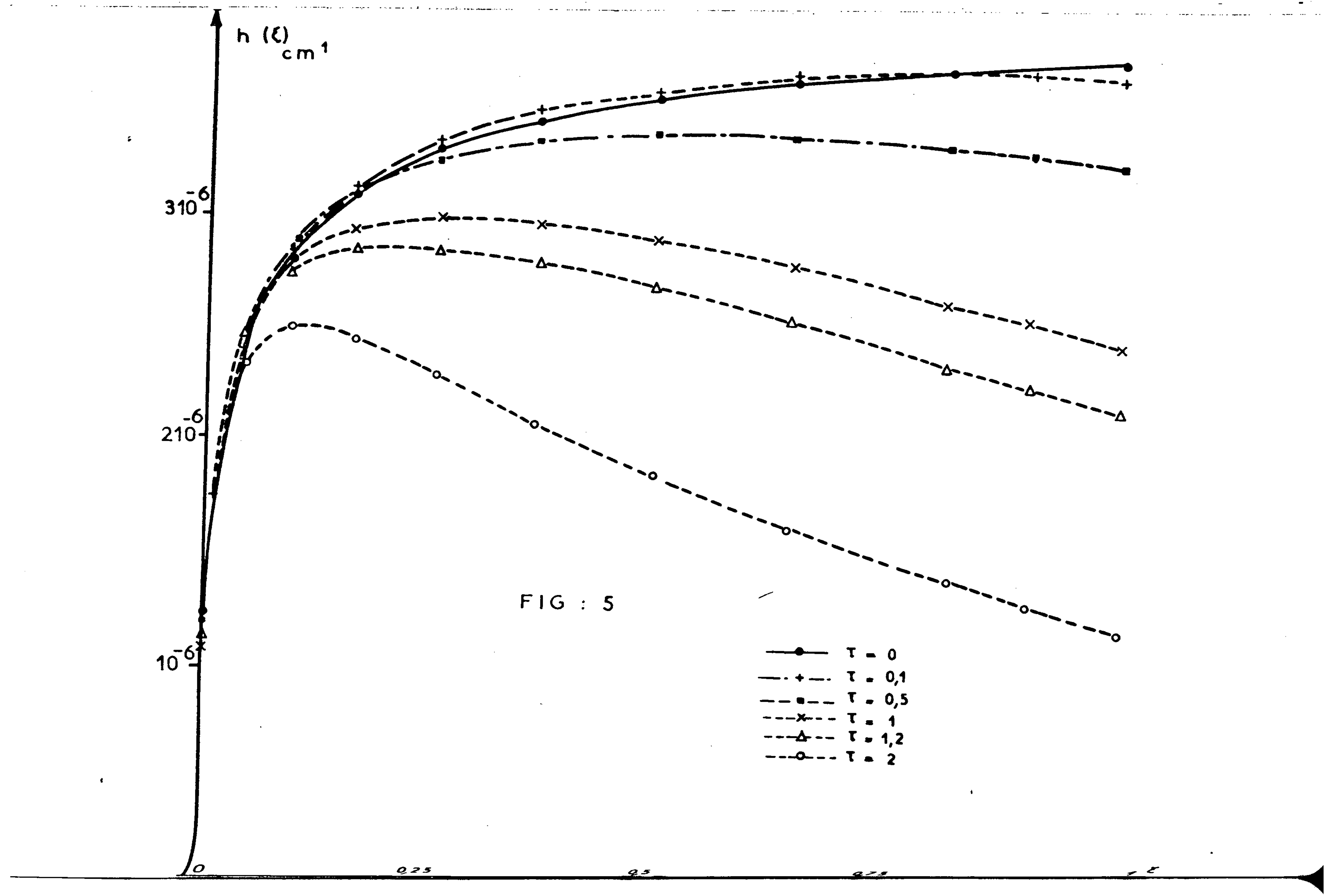
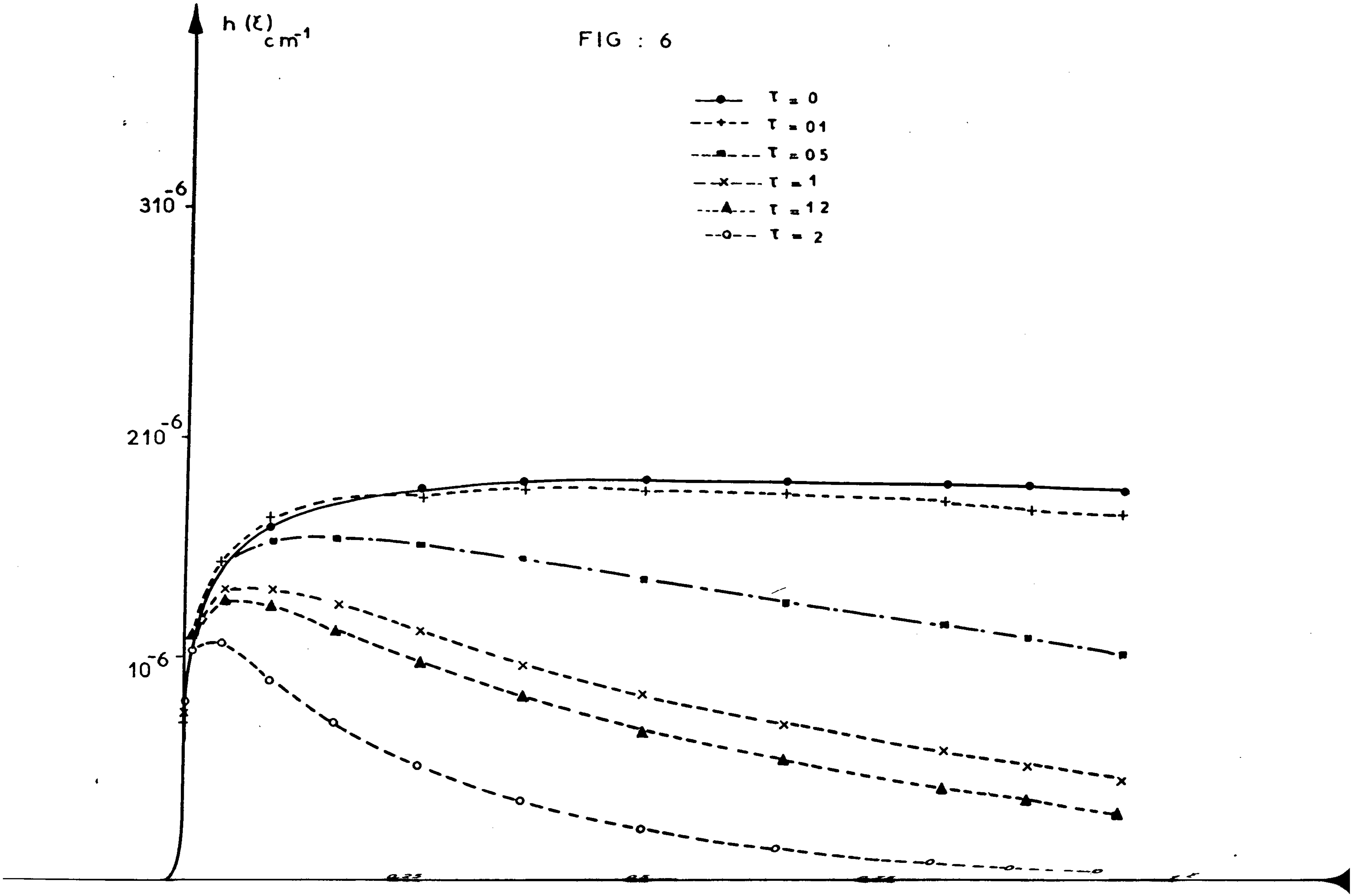
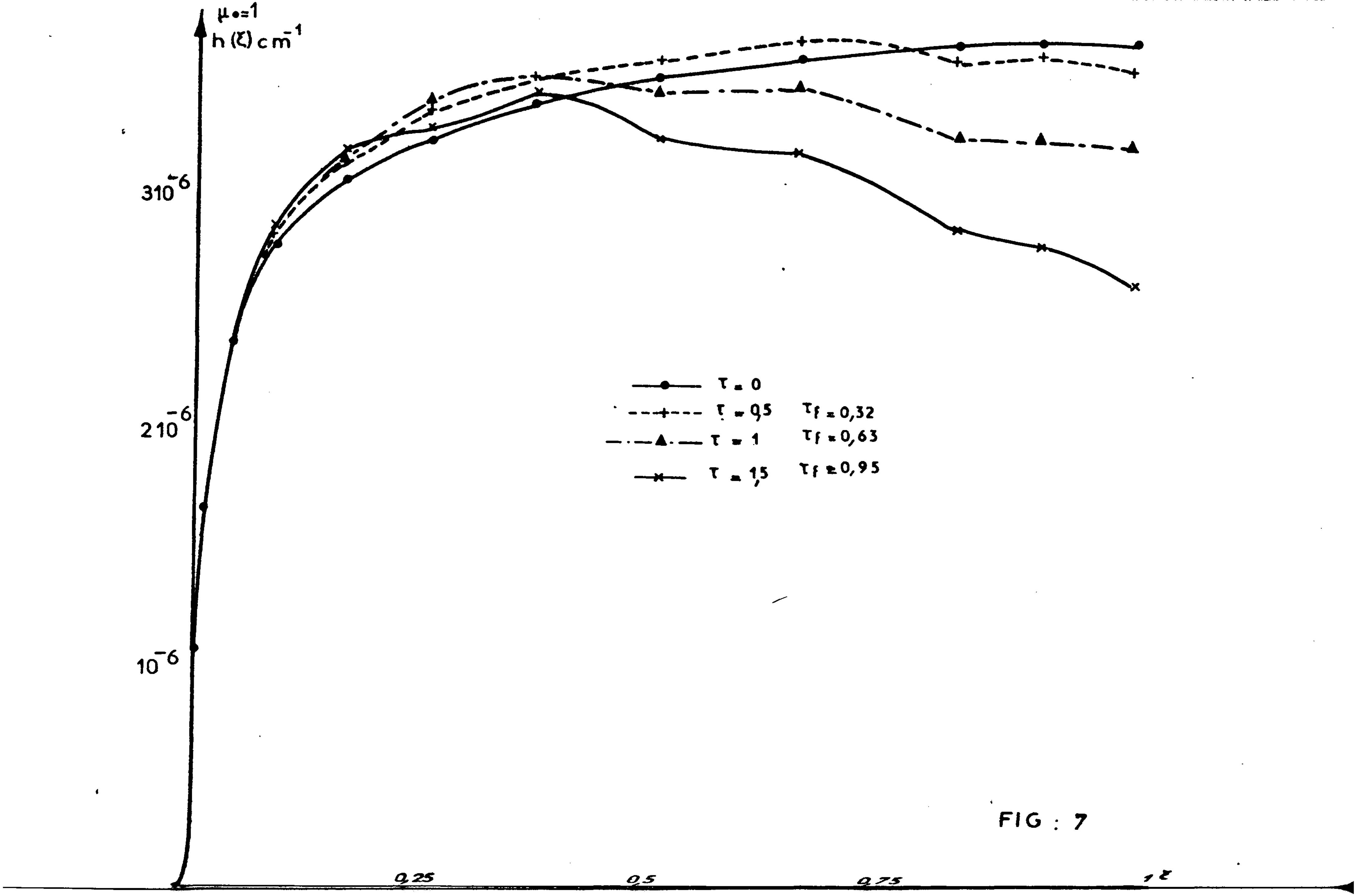


FIG : 5

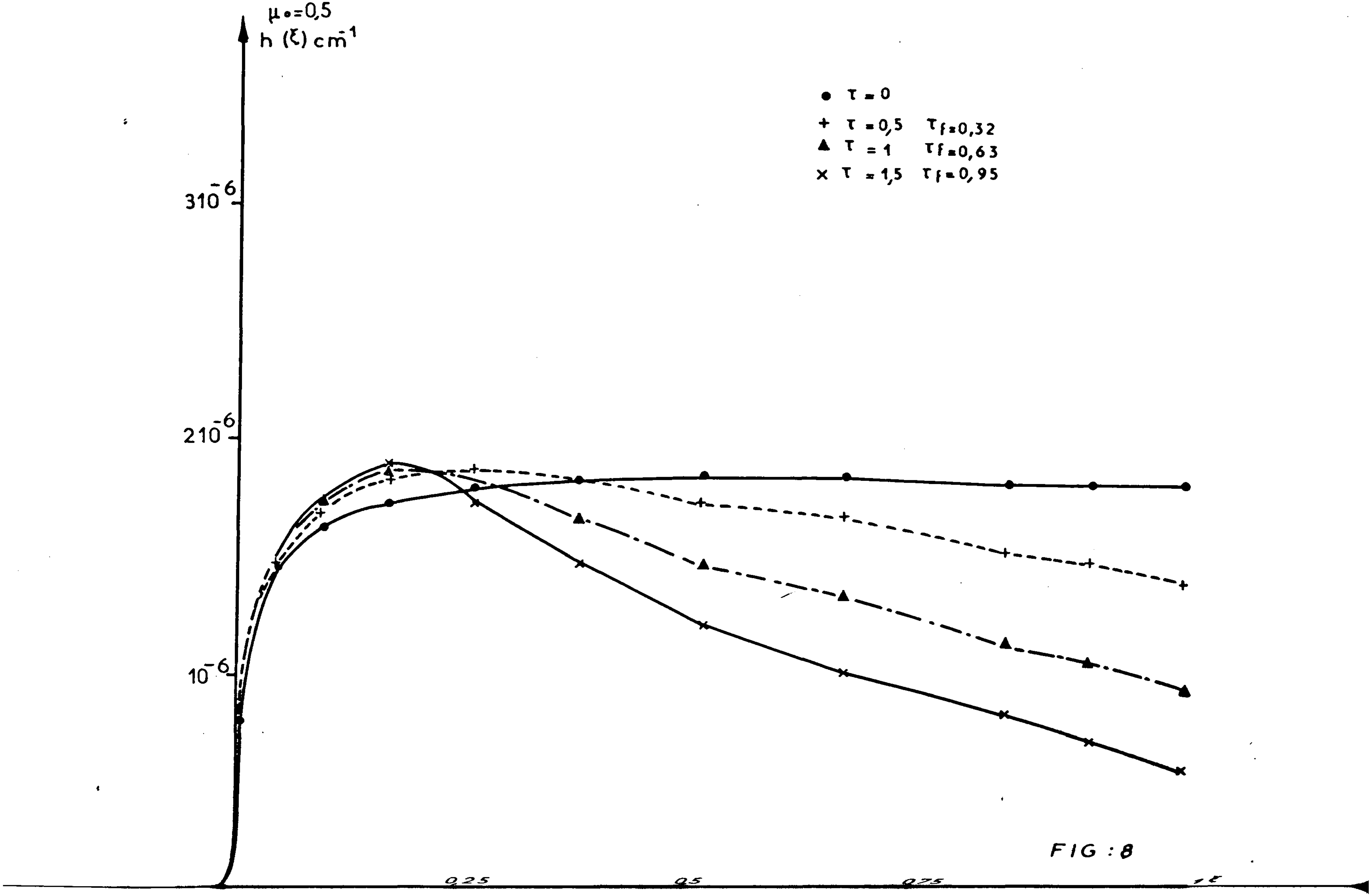
FIG : 6





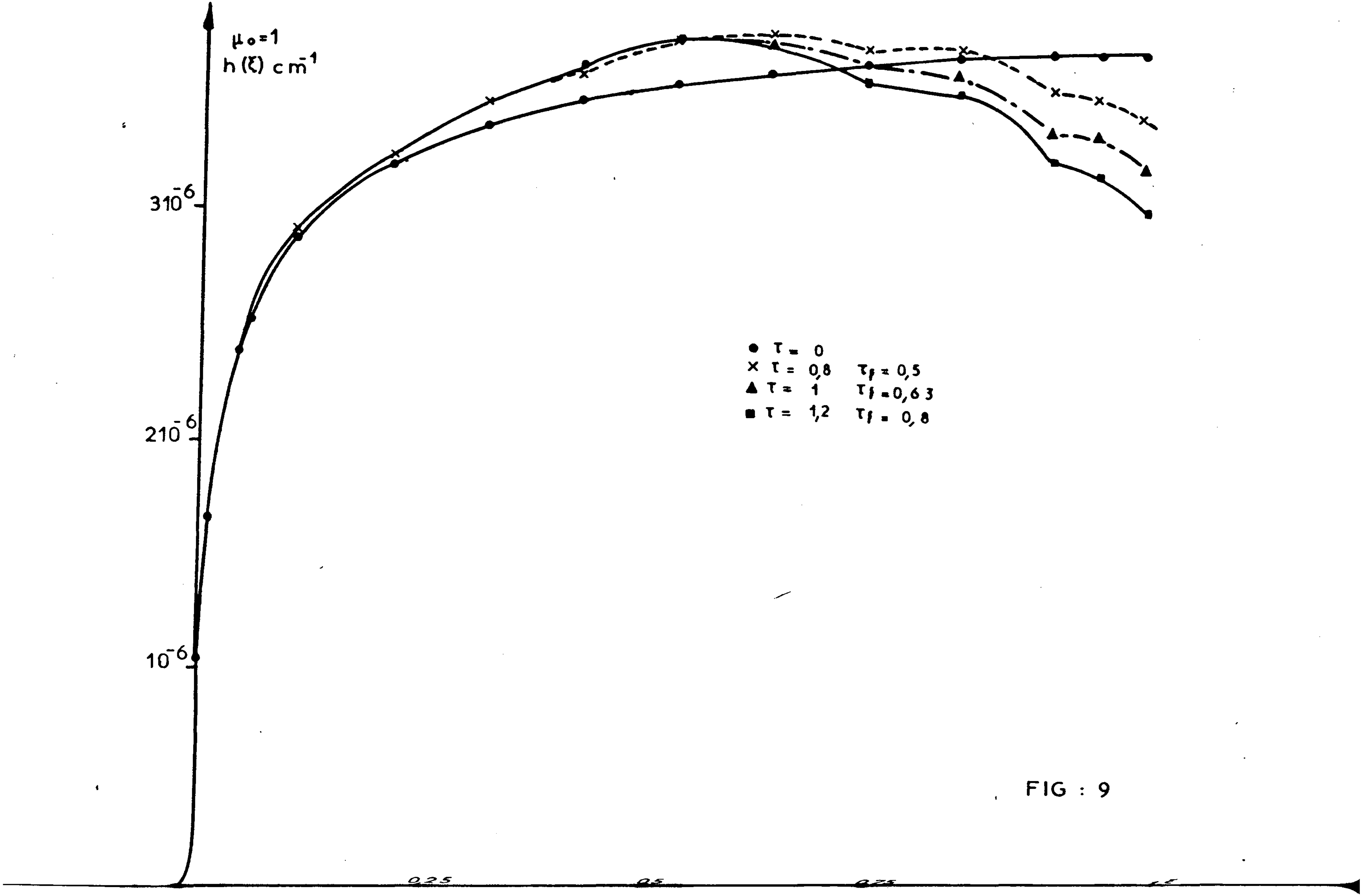
$\mu_0 = 1$
$h(\zeta)\ cm^{-1}$
$3\,10^{-6}$
$2\,10^{-6}$
10^{-6}
0,25
0,5
0,75
1 ζ
$\tau = 0$
$\tau = 0,5$ $\tau_f = 0,32$
$\tau = 1$ $\tau_f = 0,63$
$\tau = 1,5$ $\tau_f = 0,95$

FIG : 7



μ₀=0,5
h (ζ) cm⁻¹
3 10⁻⁶
2 10⁻⁶
10⁻⁶
0,25
0,5
0,75
1 ζ
• τ = 0
+ τ = 0,5 τf = 0,32
▲ τ = 1 τf = 0,63
× τ = 1,5 τf = 0,95

FIG : 8



μo=1
h (ζ) cm⁻¹
310⁻⁶
210⁻⁶
10⁻⁶
0,25
0,5
0,75
● τ = 0
× τ = 0,8 τf = 0,5
▲ τ = 1 τf = 0,63
■ τ = 1,2 τf = 0,8

FIG : 9

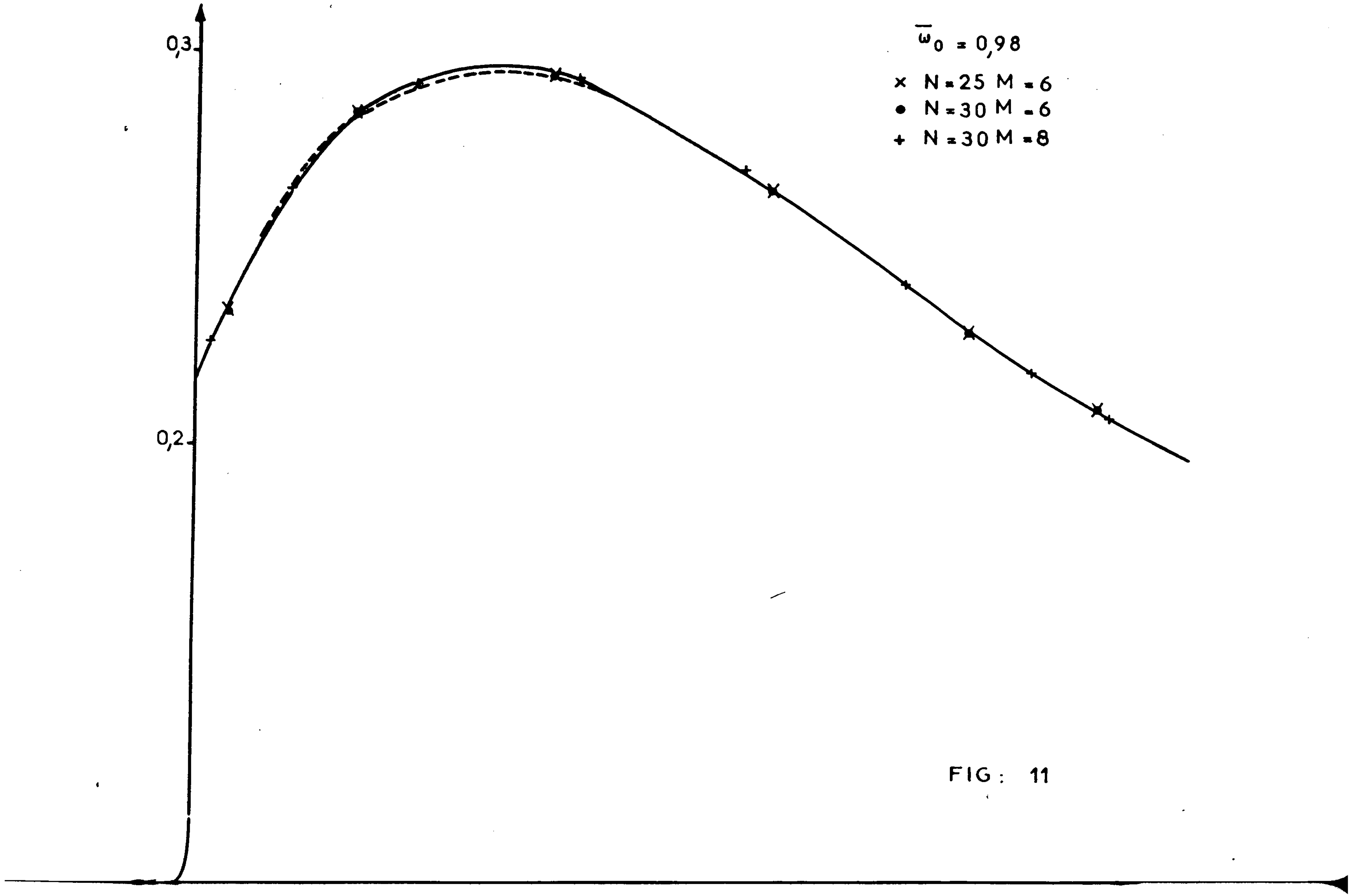


FIG : 11

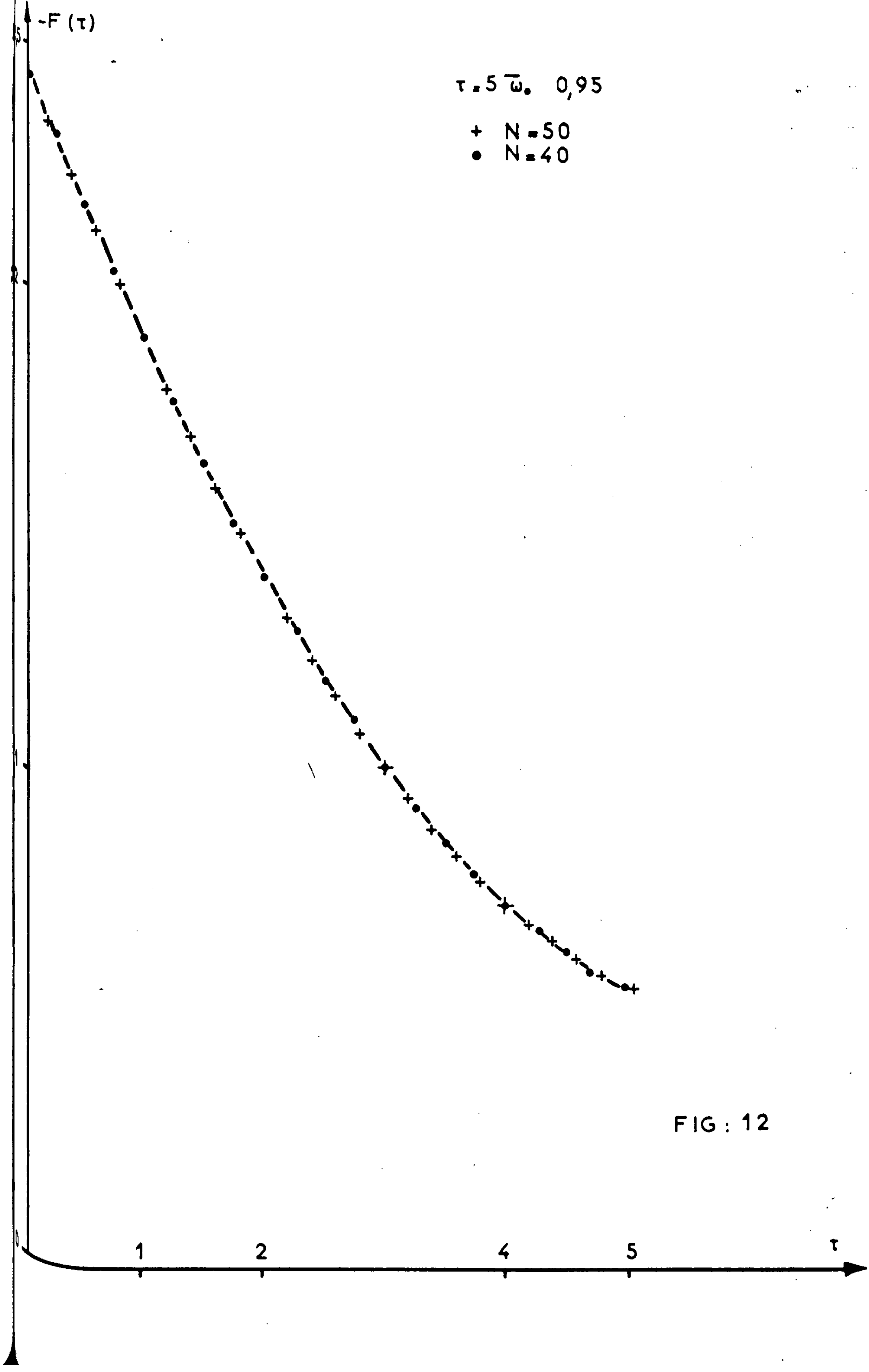


FIG : 12

FIG : 13

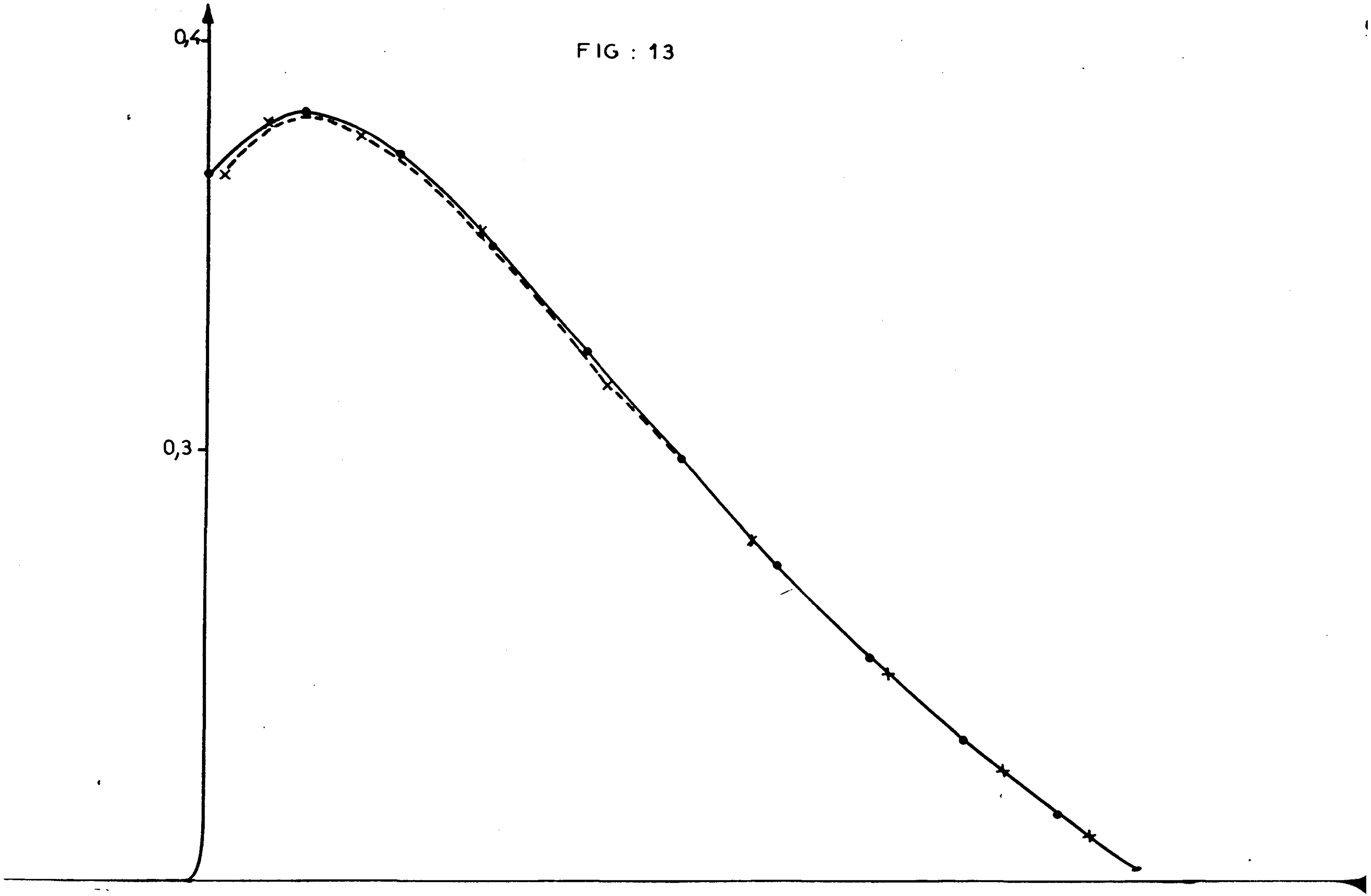


FIG : 14

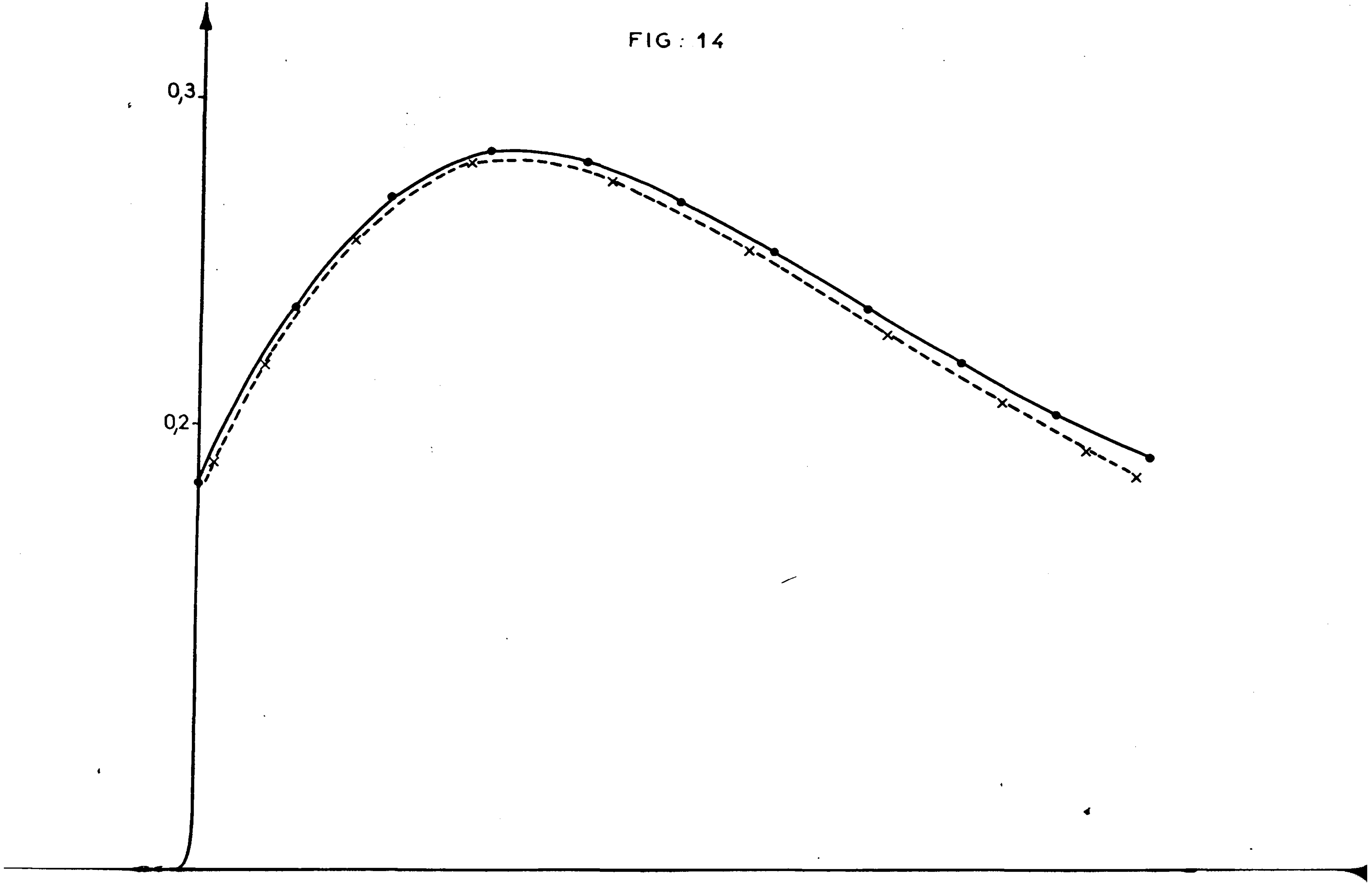
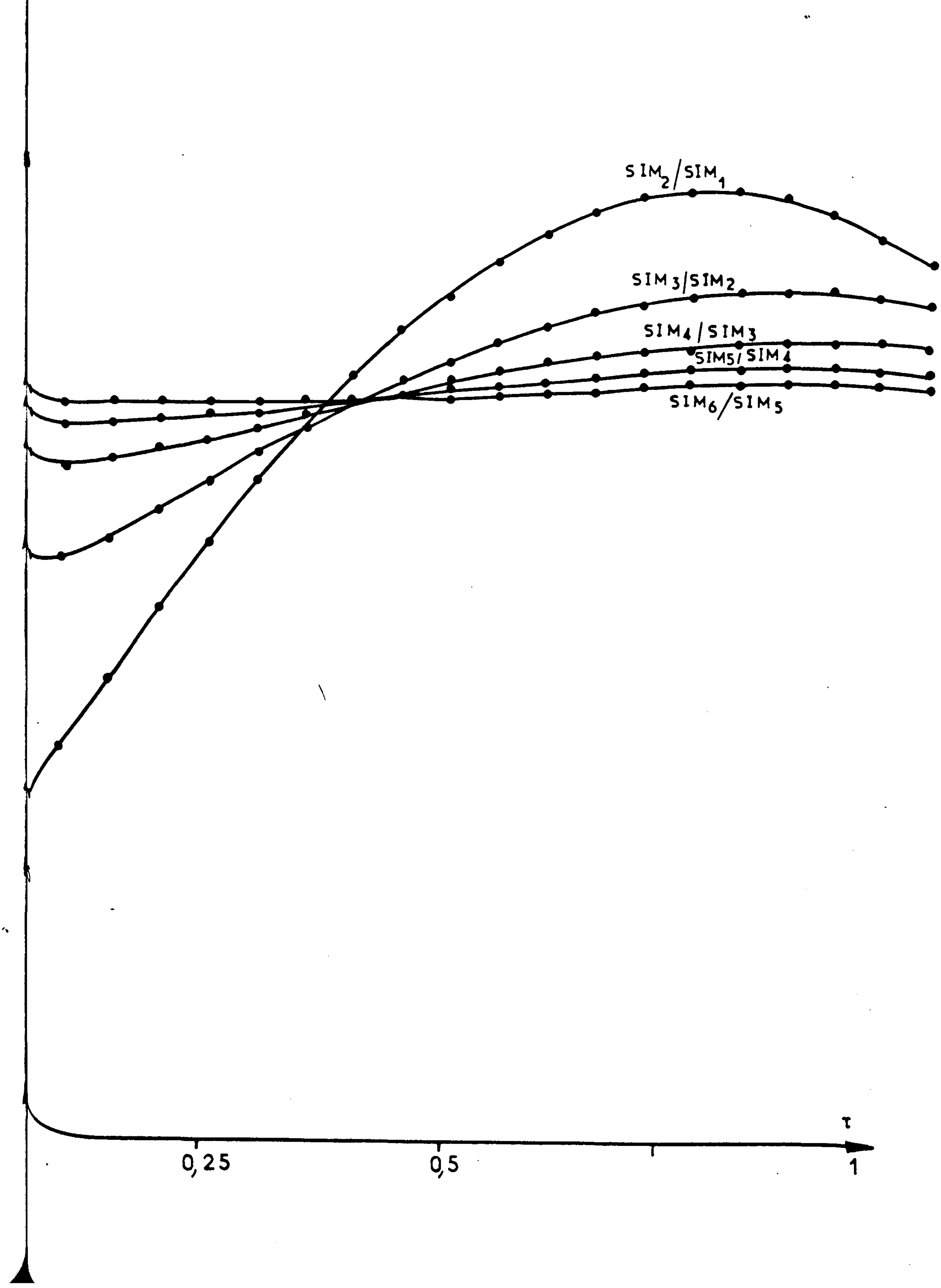


FIG : 15



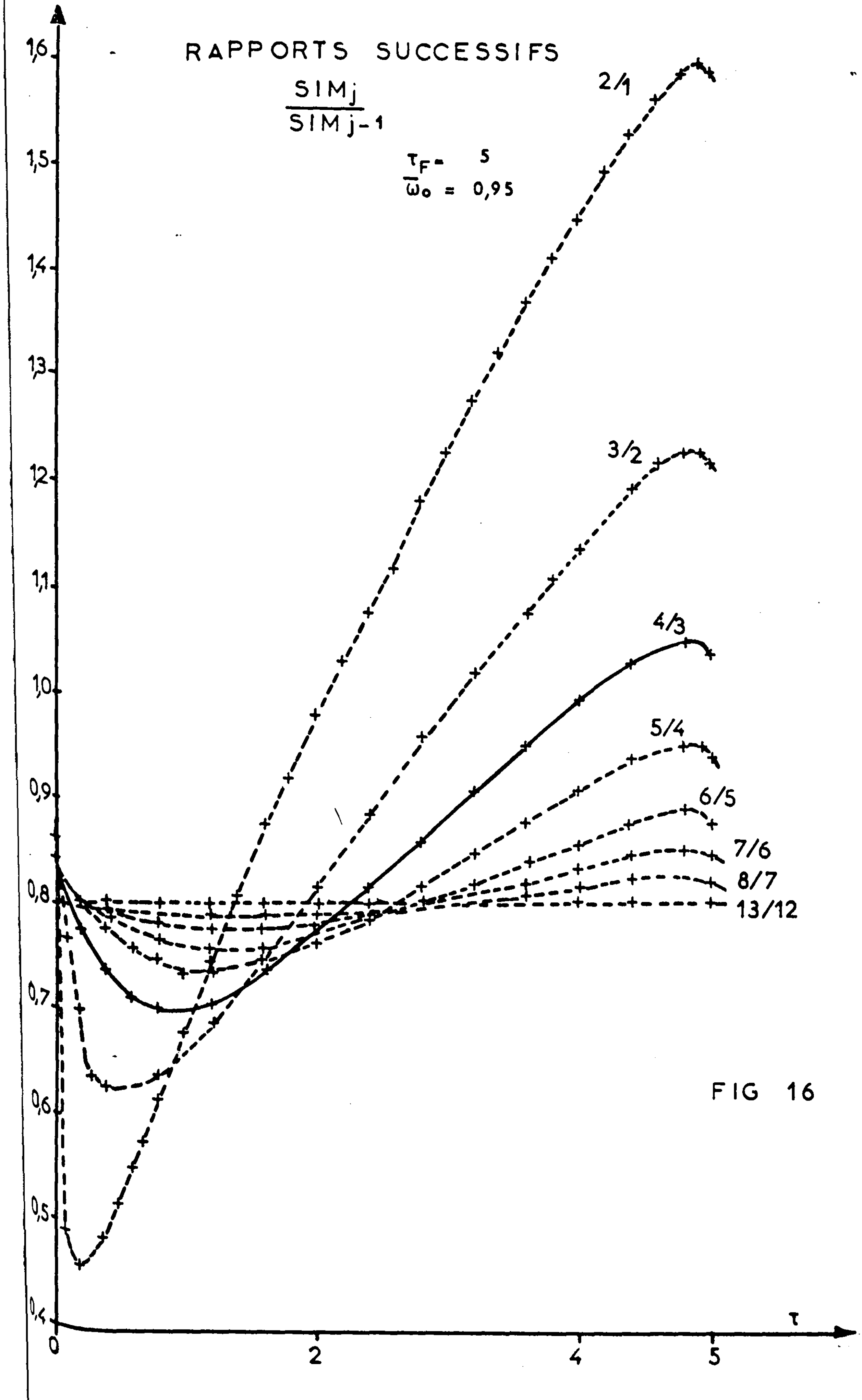

RAPPORTS SUCCESSIFS
$\frac{SIM_j}{SIM_{j-1}}$
$\tau_F = 5$
$\bar{\omega}_0 = 0,95$
2/1
3/2
4/3
5/4
6/5
7/6
8/7
13/12
1,6
1,5
1,4
1,3
1,2
1,1
1,0
0,9
0,8
0,7
0,6
0,5
0,4
0
2
4
5
τ

FIG 16

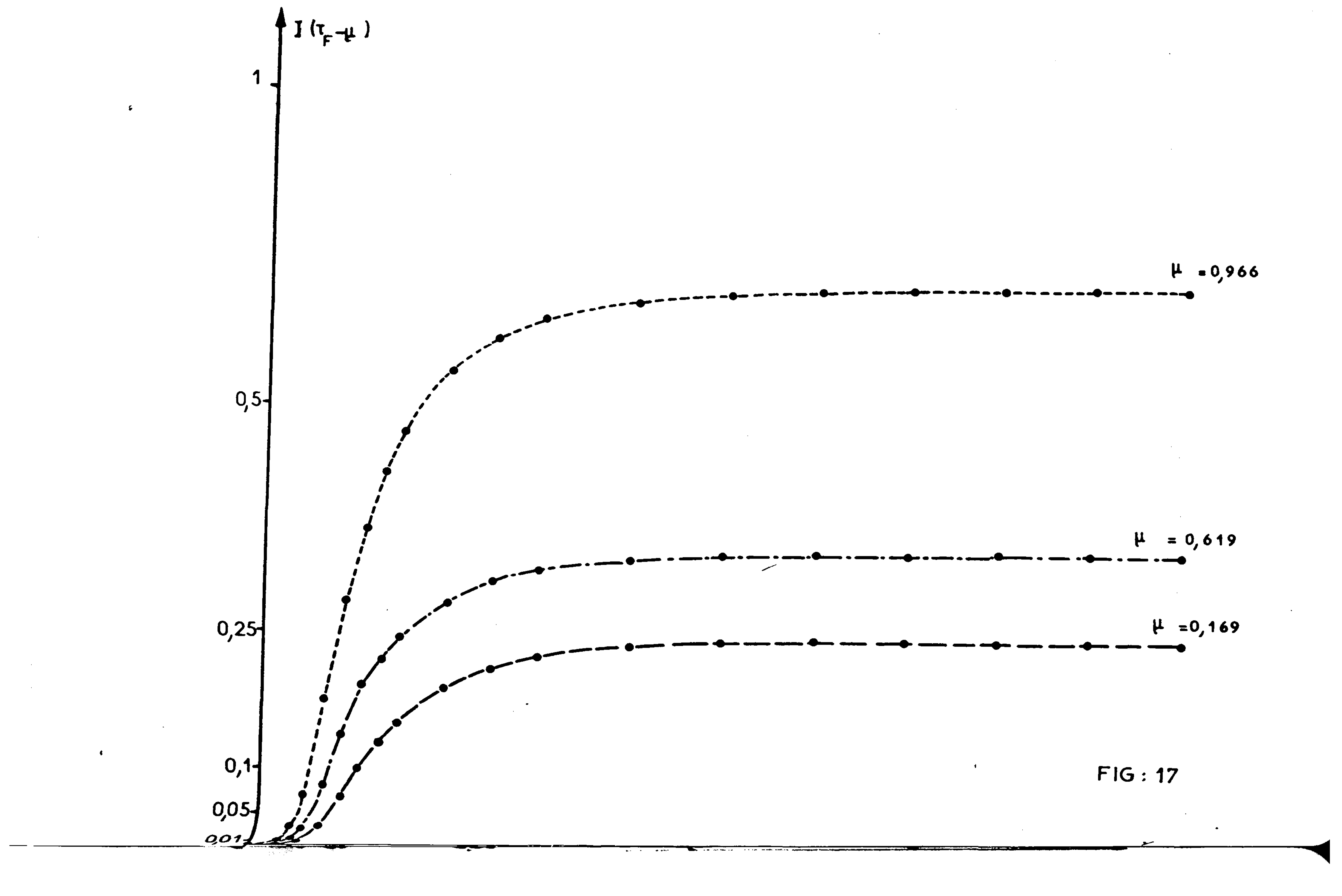


FIG : 17

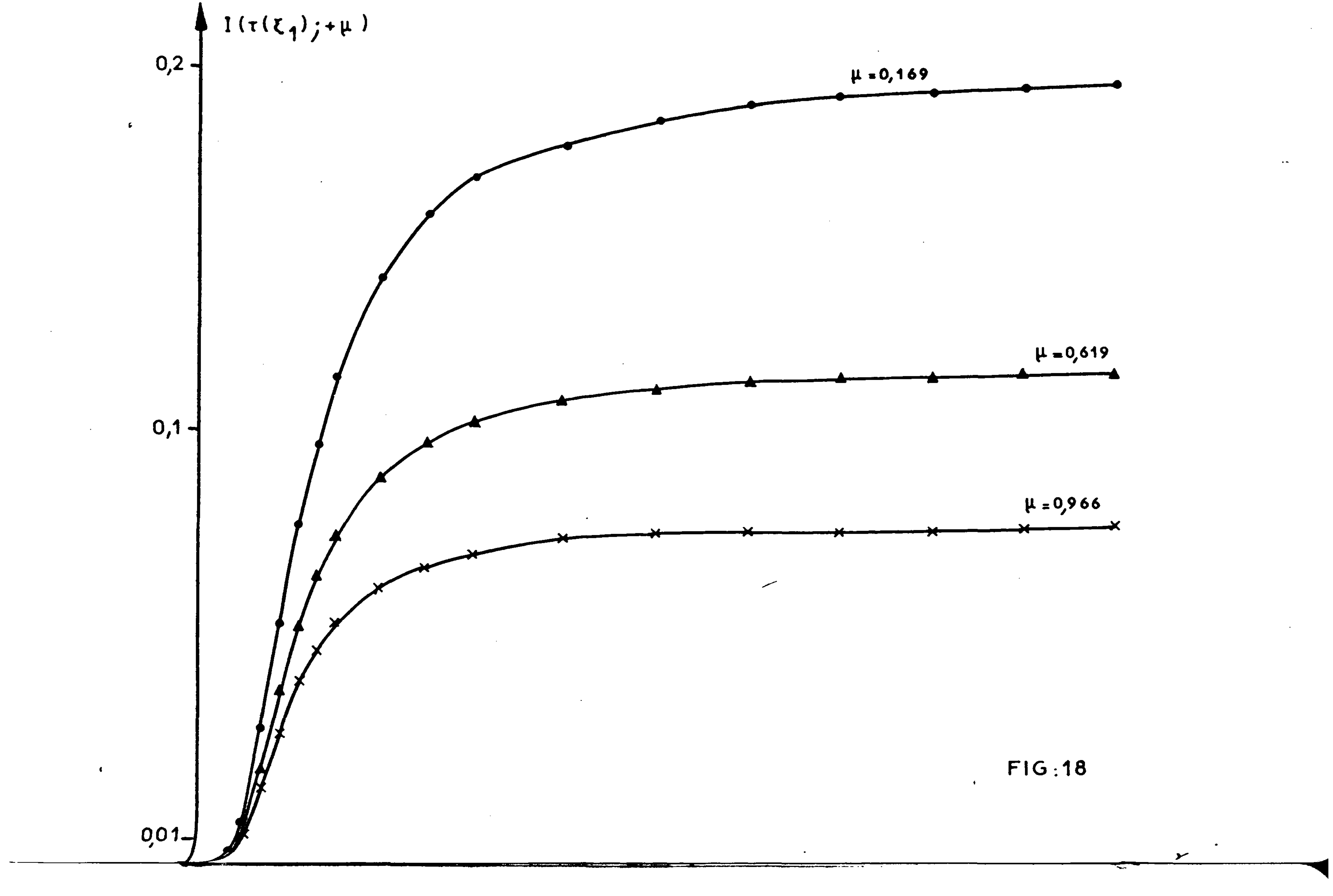


FIG: 18

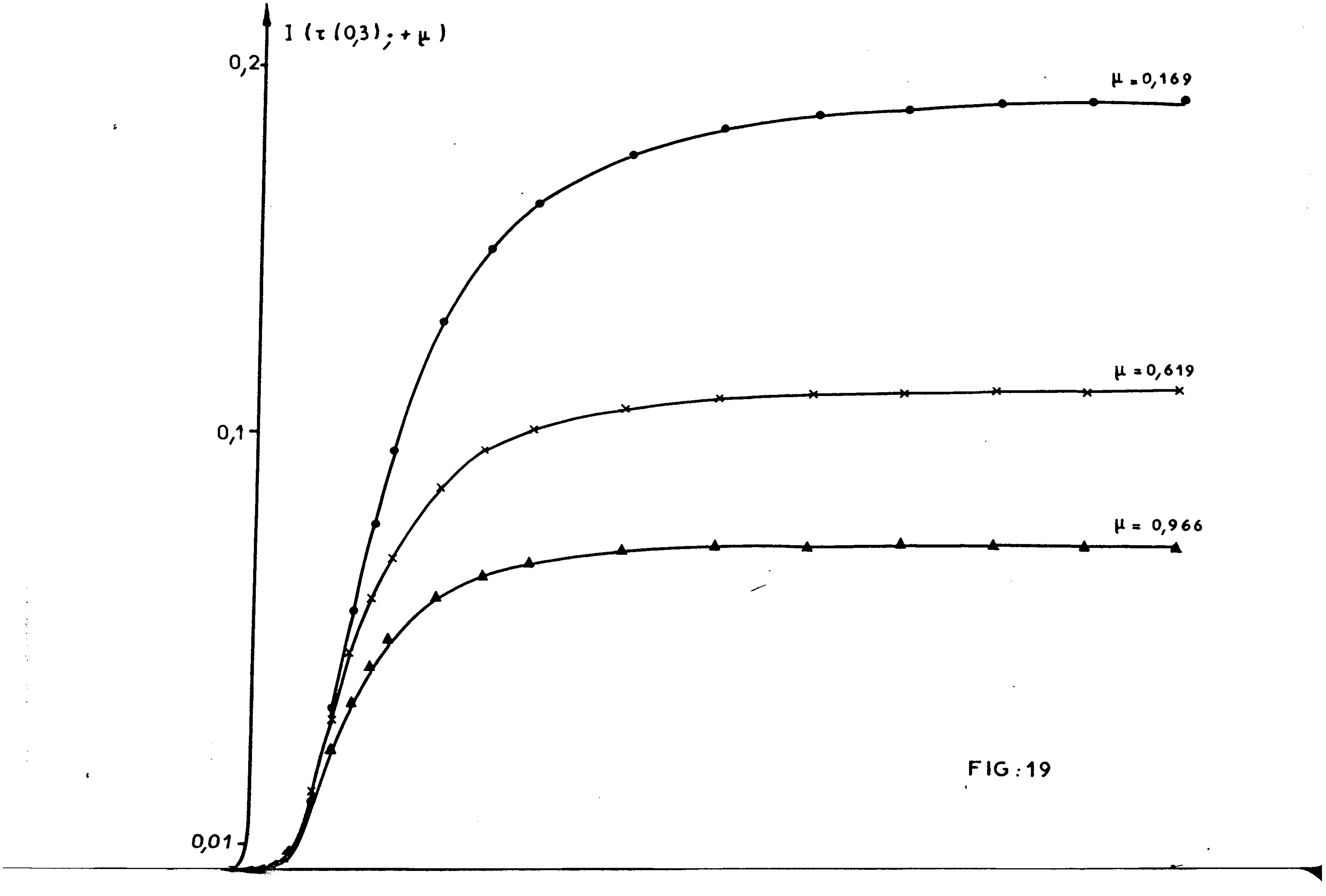


FIG : 19

FIG 20

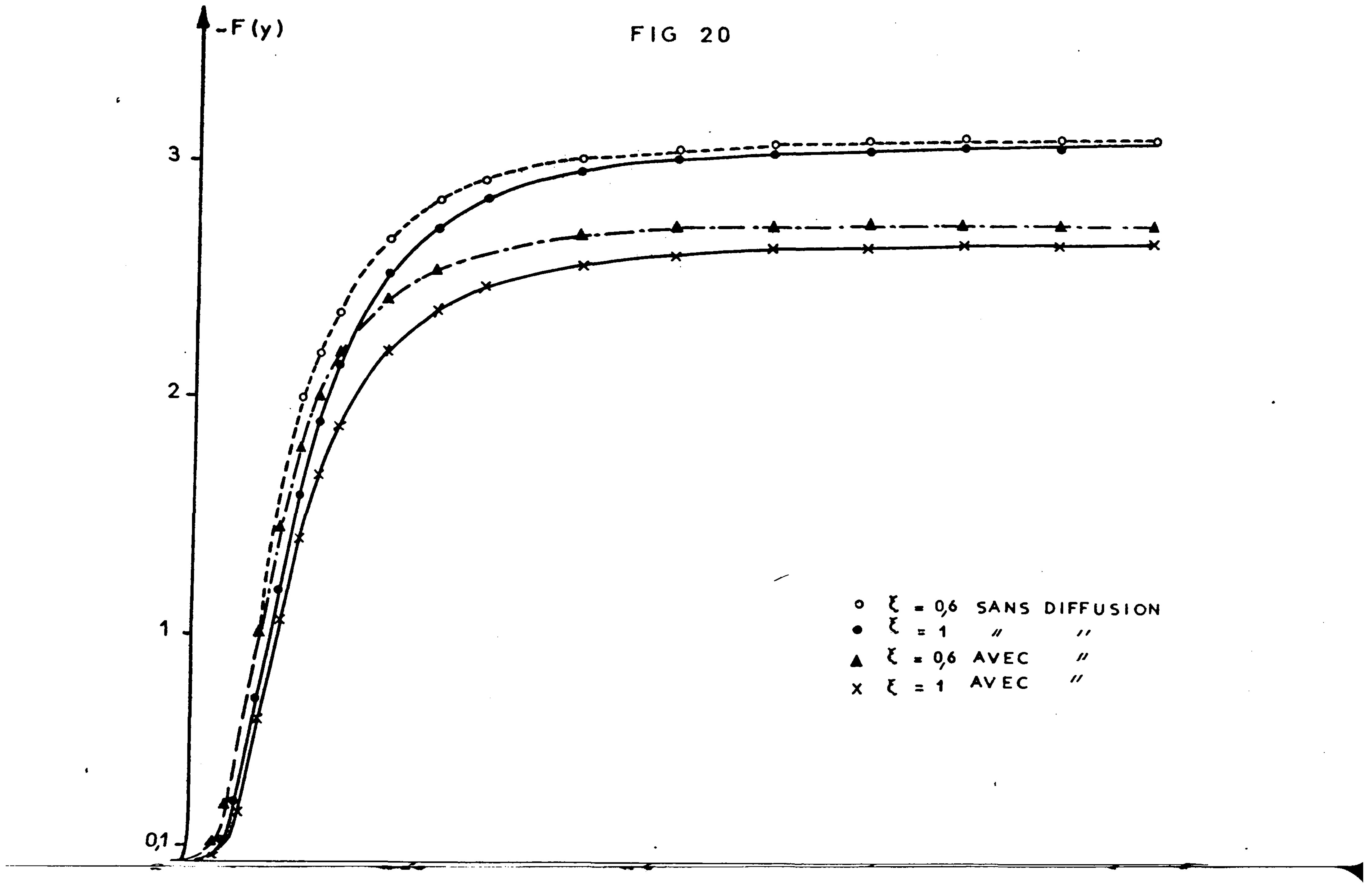
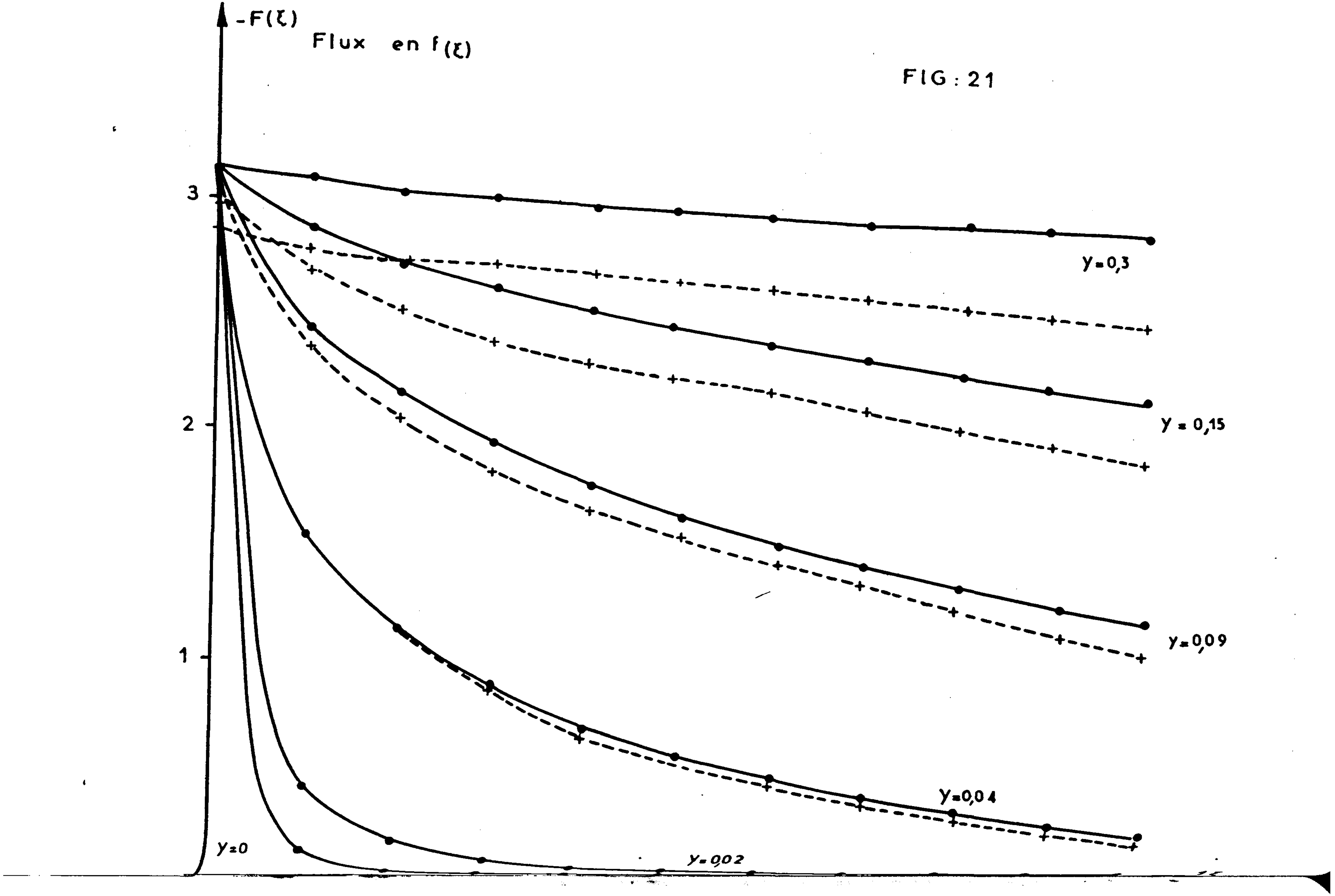
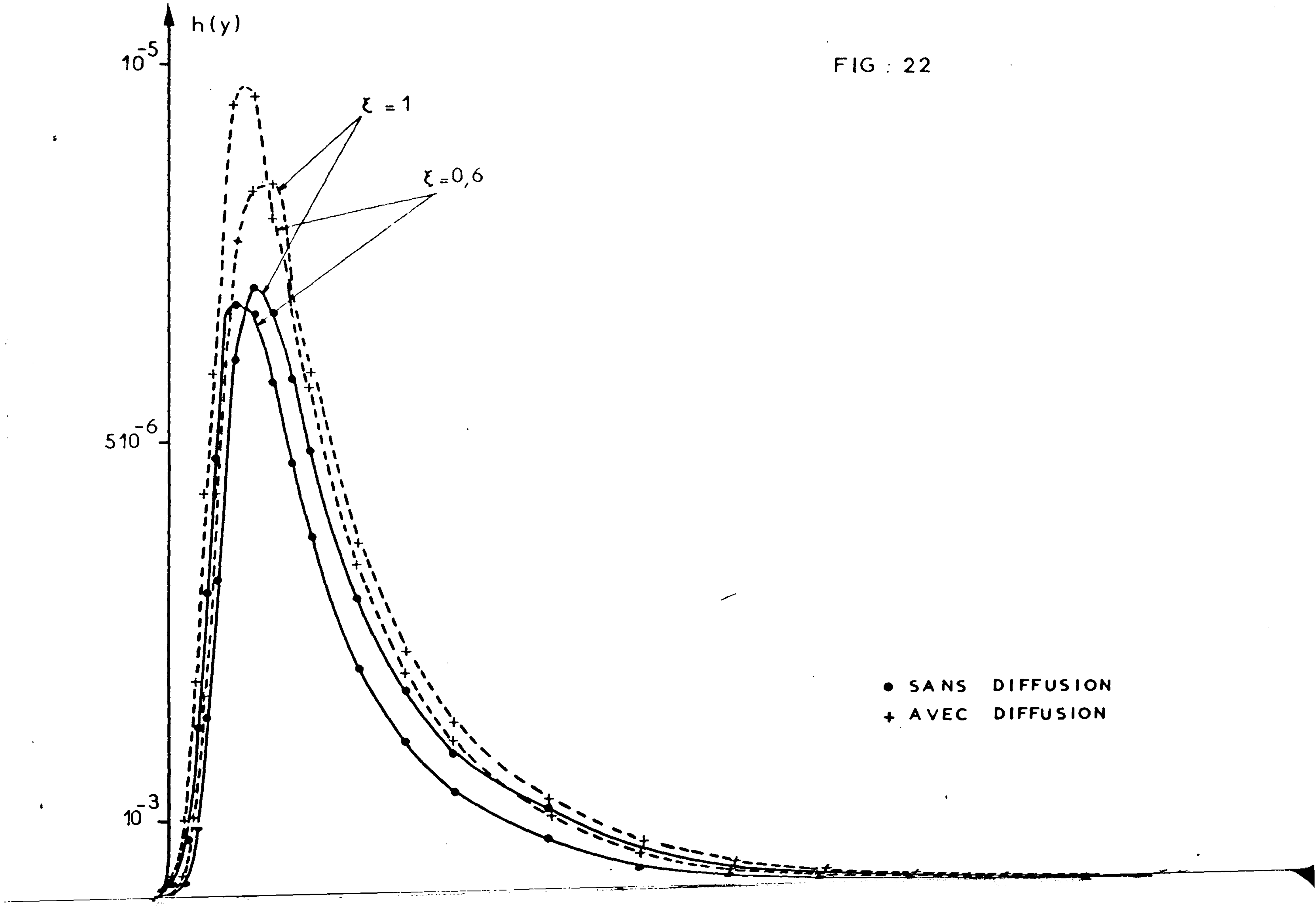
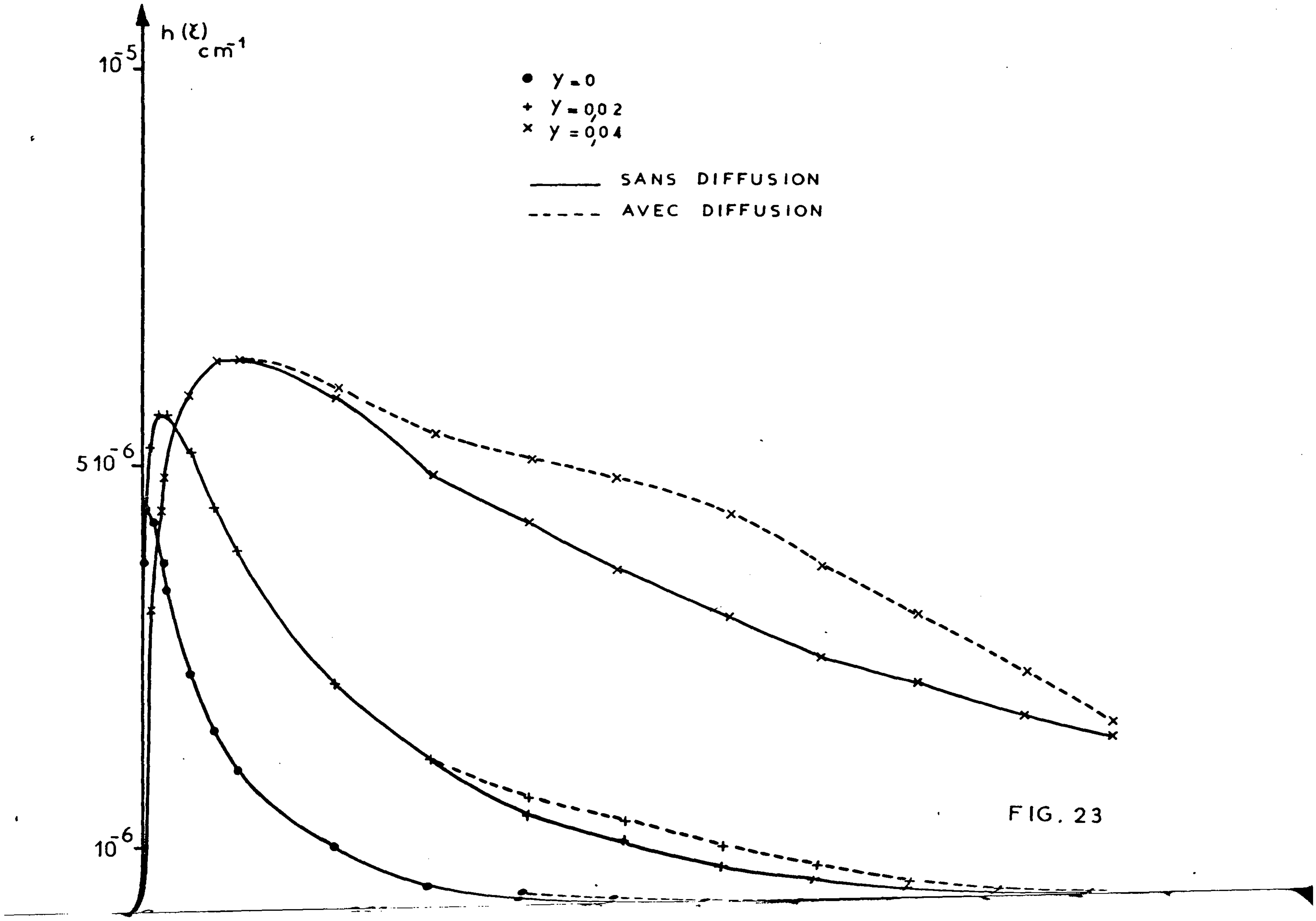


FIG : 21



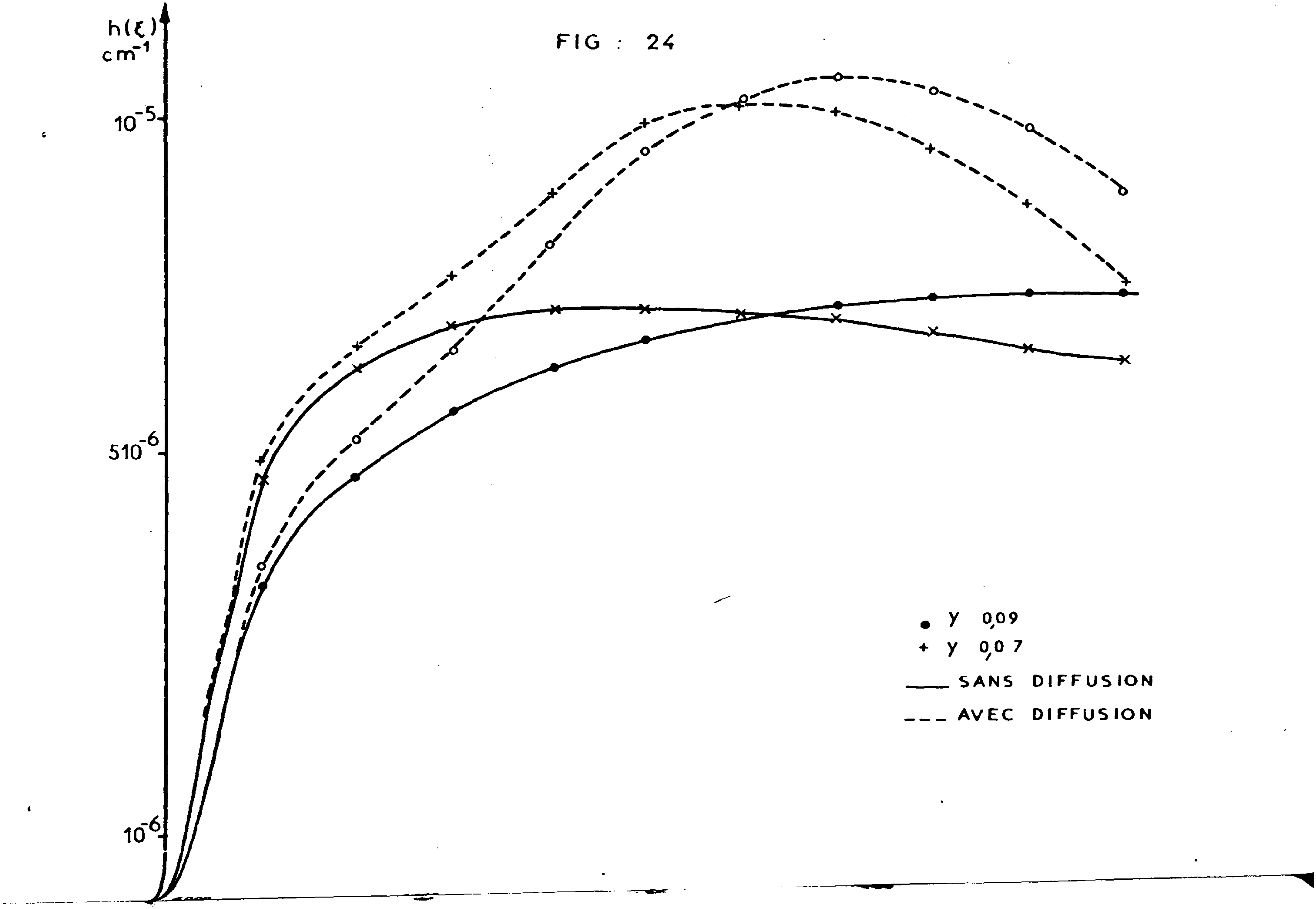

h(y)
10-5
5 10-6
10-3
FIG : 22
ζ = 1
ζ = 0,6
● SANS DIFFUSION
+ AVEC DIFFUSION

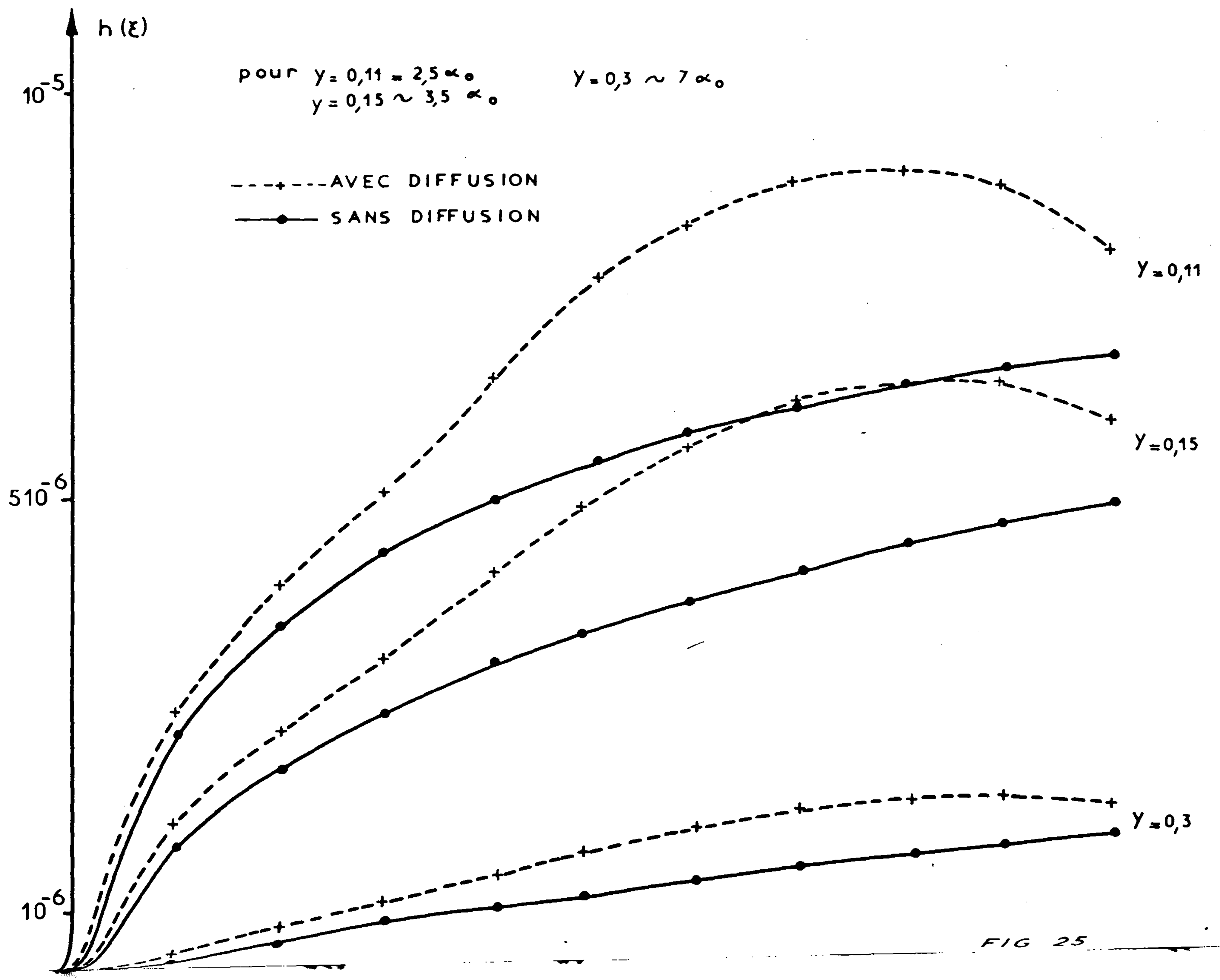


h (ζ) cm⁻¹
10⁻⁵
5 10⁻⁶
10⁻⁶
● y = 0
+ y = 0,02
× y = 0,04
SANS DIFFUSION
AVEC DIFFUSION

FIG. 23

FIG : 24





h (ξ)
10^{-5}
$5\,10^{-6}$
10^{-6}
pour y = 0,11 = 2,5 α₀
y = 0,15 ~ 3,5 α₀
y = 0,3 ~ 7 α₀
AVEC DIFFUSION
SANS DIFFUSION
y = 0,11
y = 0,15
y = 0,3

FIG 25

FIG : 26

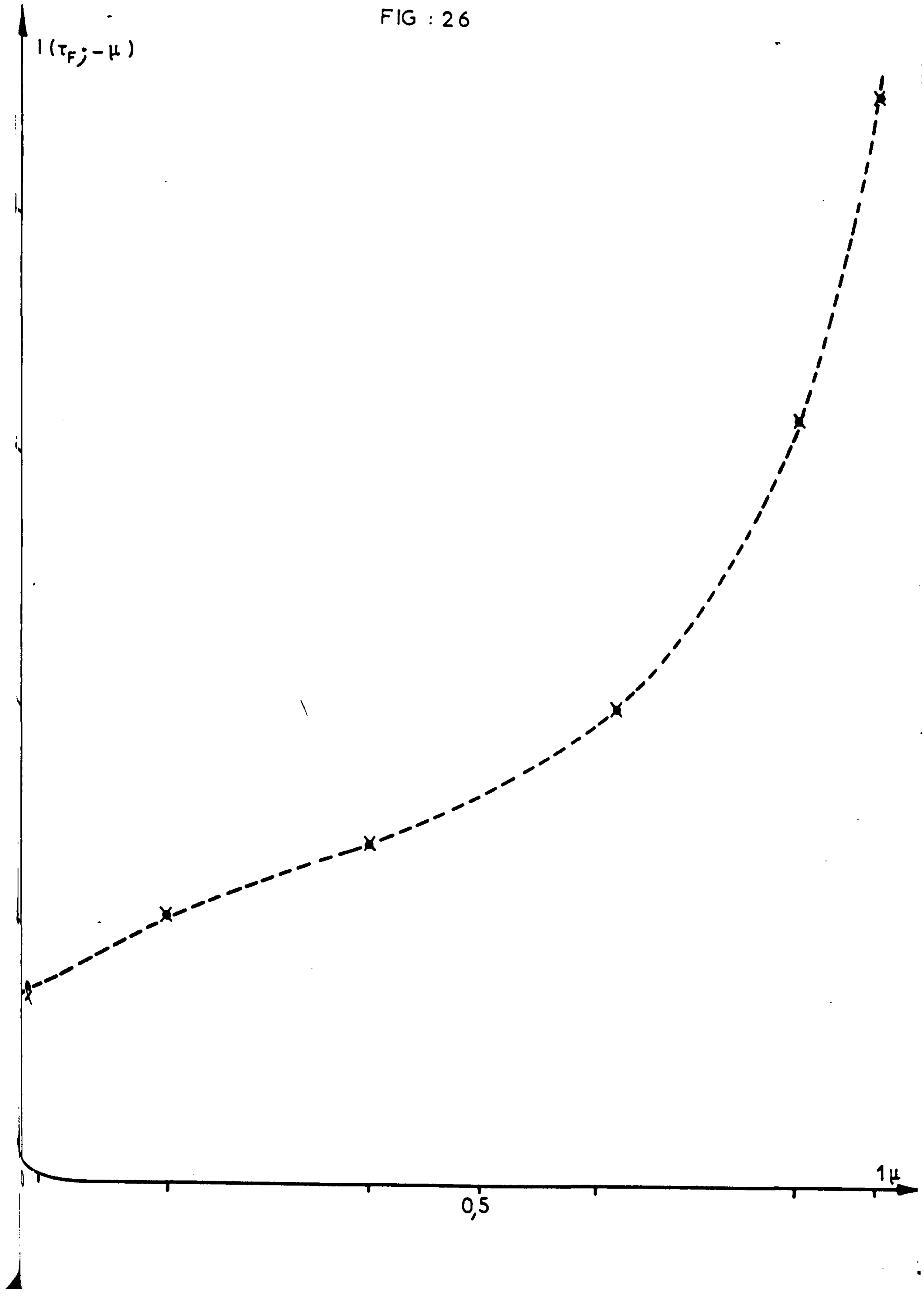
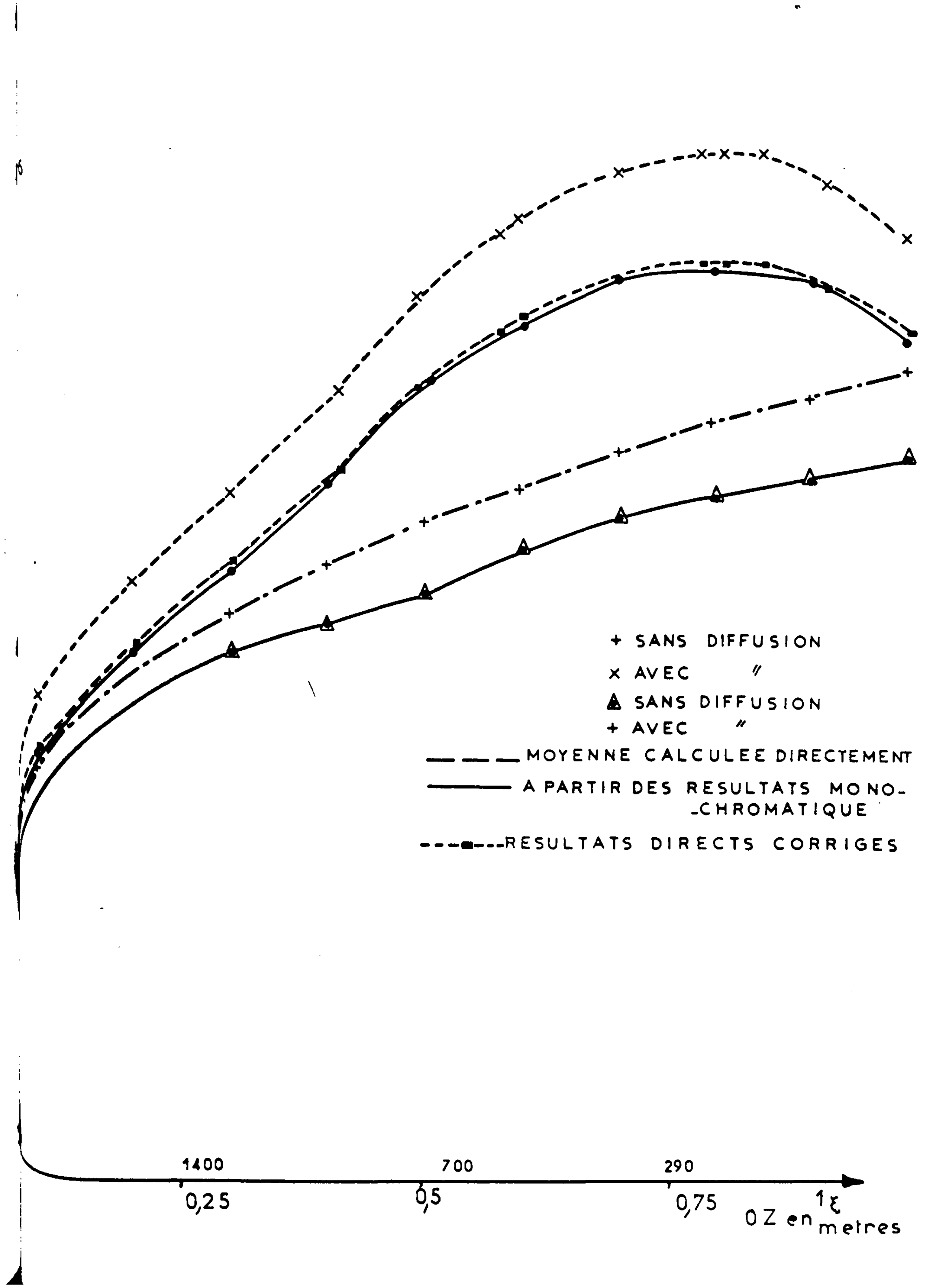


FIG : 27



+ SANS DIFFUSION
× AVEC "
▲ SANS DIFFUSION
+ AVEC "
MOYENNE CALCULEE DIRECTEMENT
A PARTIR DES RESULTATS MONO-CHROMATIQUE
RESULTATS DIRECTS CORRIGES
1400
700
290
0,25
0,5
0,75
1 ξ
OZ en metres

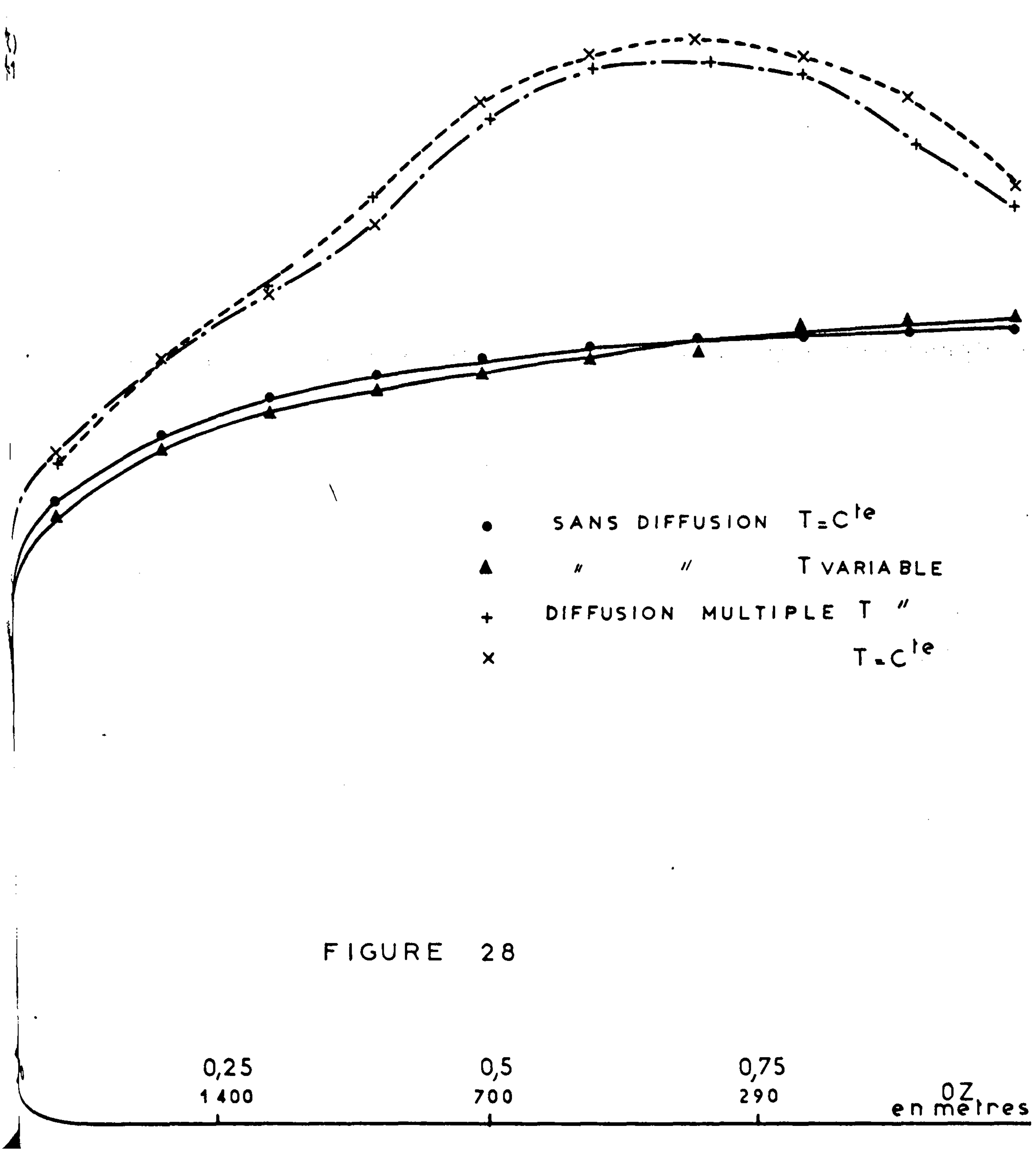

SANS DIFFUSION T=C^te
" " T VARIABLE
DIFFUSION MULTIPLE T "
T=C^te
0,25
1 400
0,5
700
0,75
290
OZ
en metres

FIGURE 28

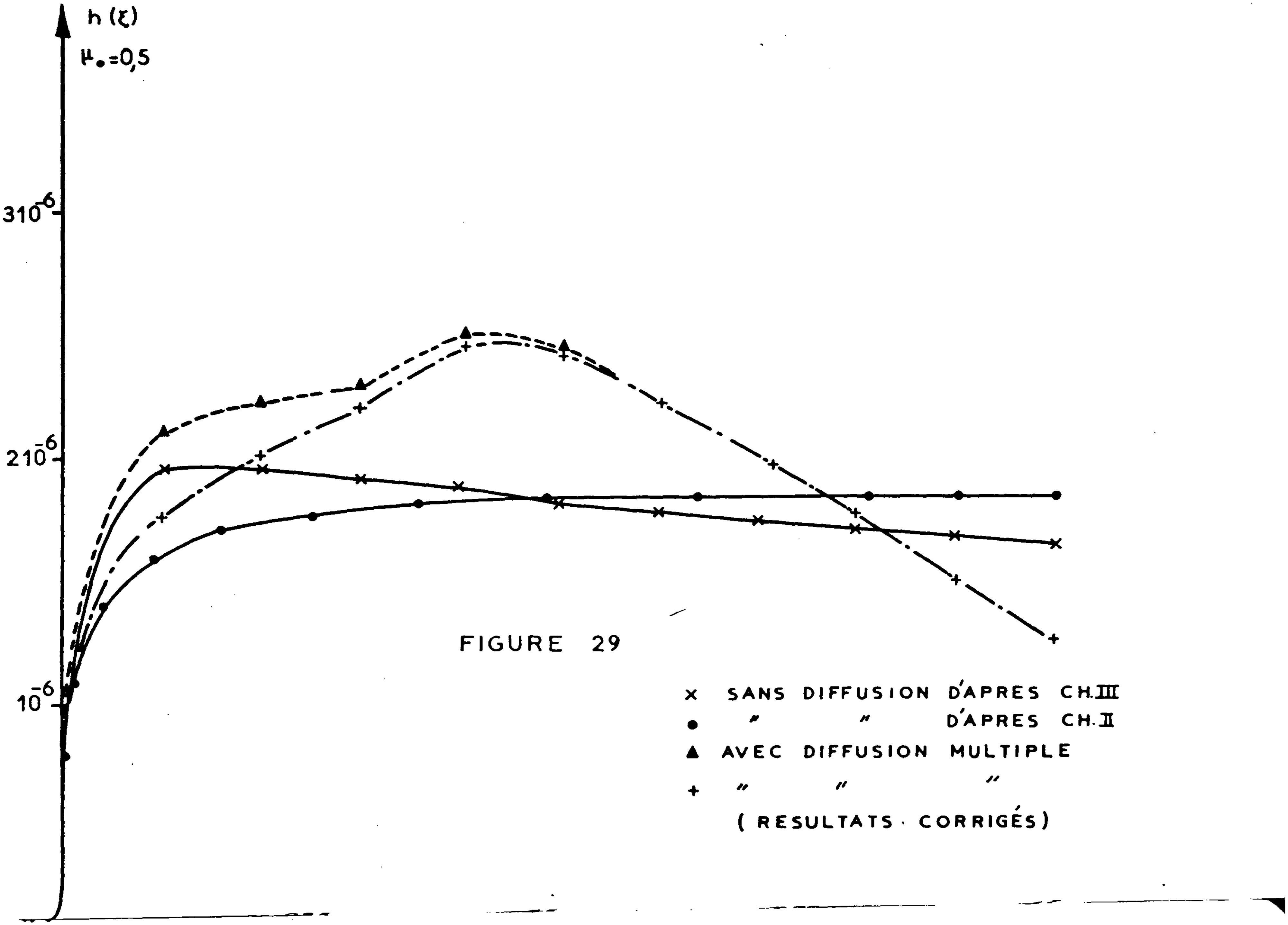
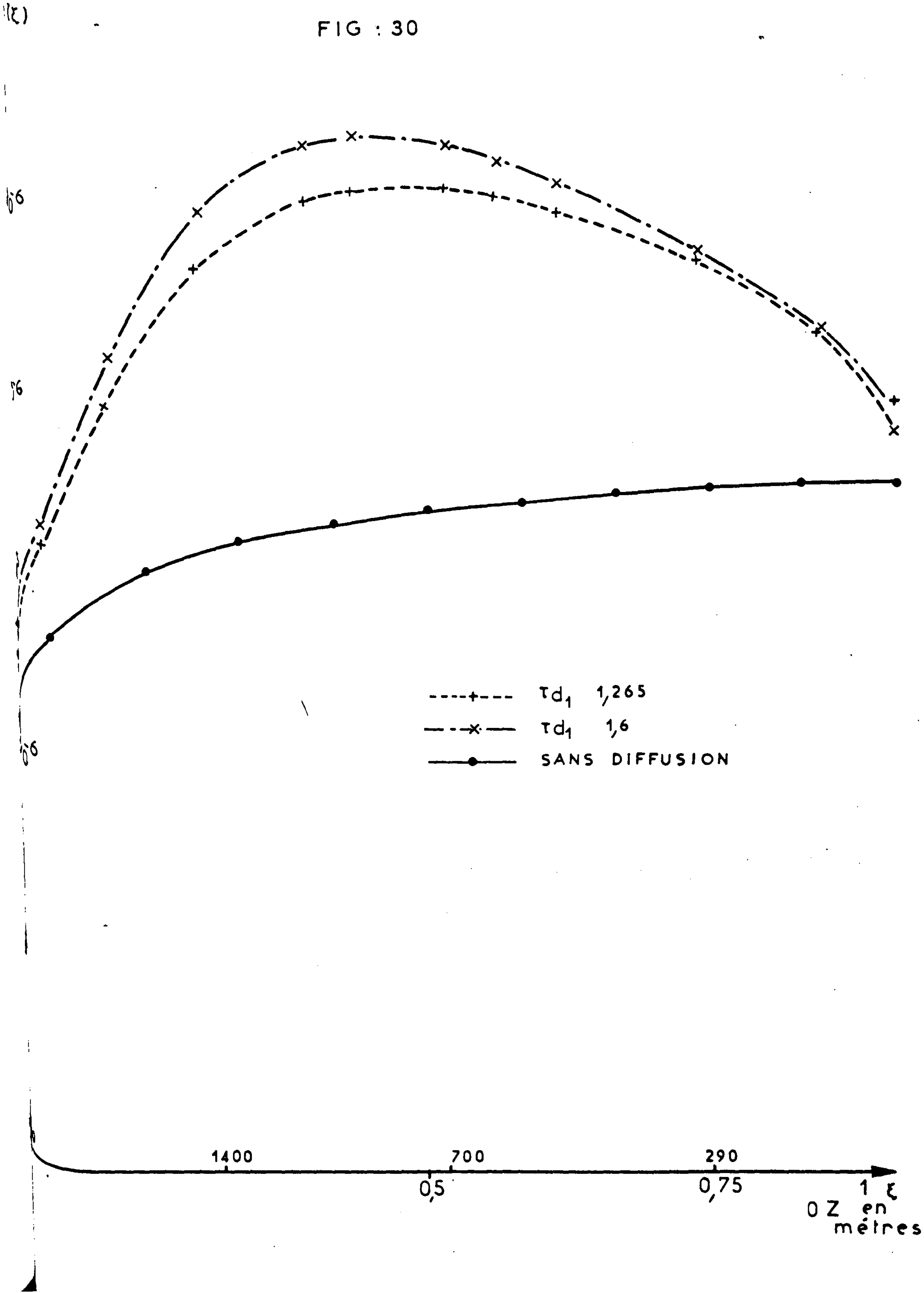

h (ξ)
μ₀=0,5
3 10⁻⁶
2 10⁻⁶
10⁻⁶
× SANS DIFFUSION D'APRES CH.III
● " " D'APRES CH.II
▲ AVEC DIFFUSION MULTIPLE
+ " " "
(RESULTATS CORRIGÉS)

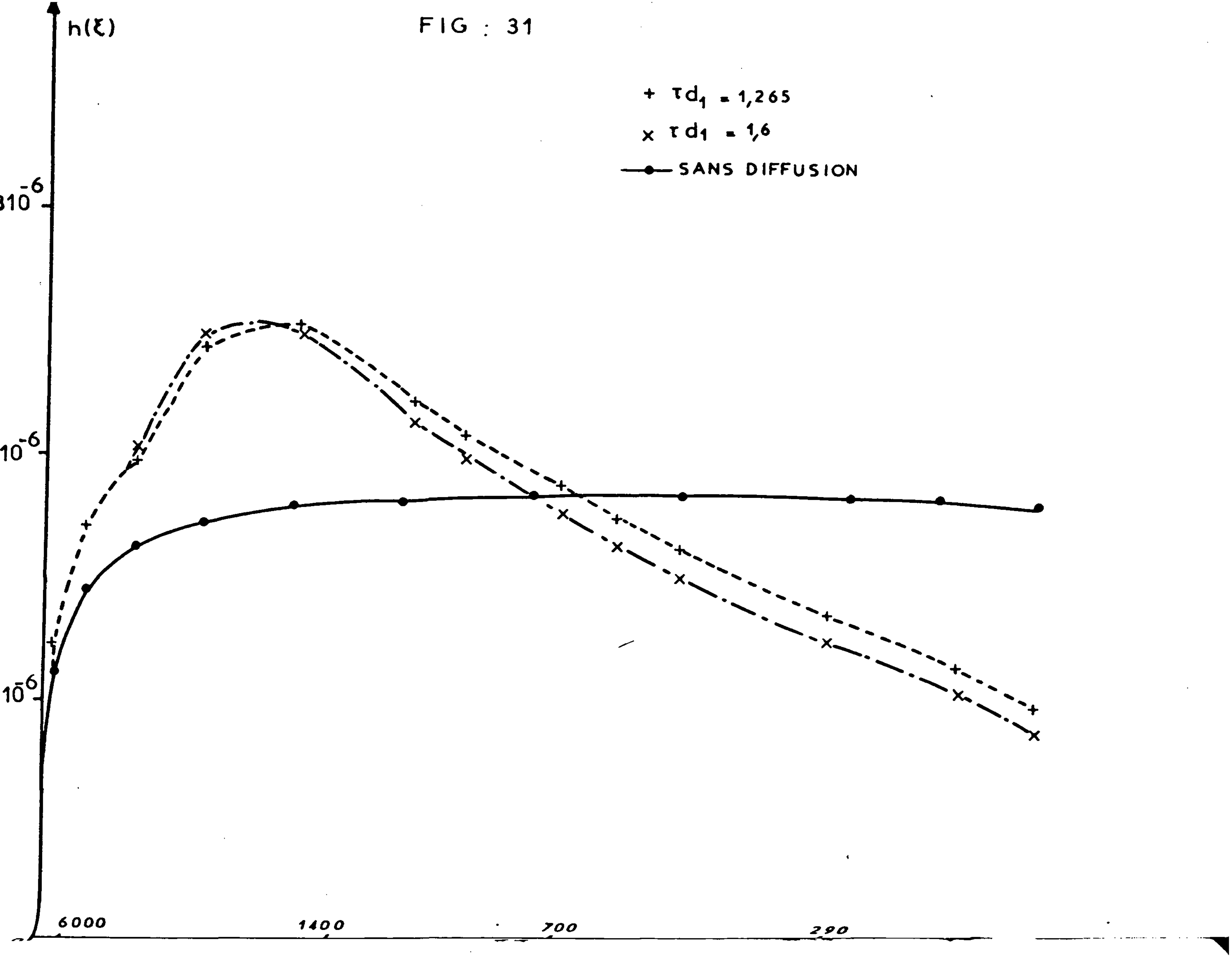
FIGURE 29

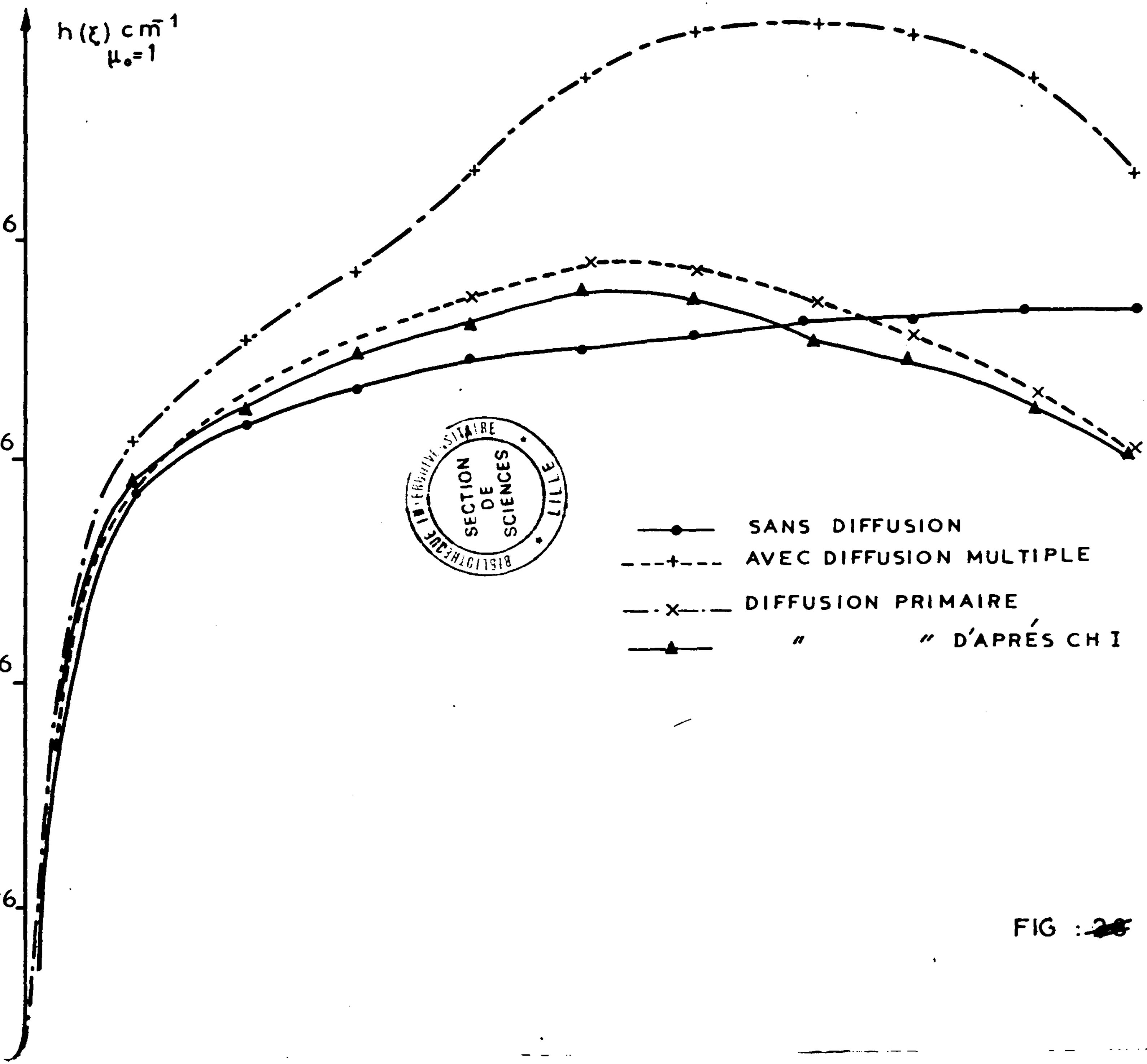
FIG : 30



τd1 1,265
τd1 1,6
SANS DIFFUSION
1400
700
290
0,5
0,75
1 ξ
0 Z en métres

FIG : 31


h(ξ)
+ τd1 = 1,265
x τd1 = 1,6
SANS DIFFUSION
310⁻⁶
210⁻⁶
10⁻⁶
6000
1400
700
290



h (ξ) cm⁻¹
μ₀=1
4 10⁻⁶
3 10⁻⁶
2 10⁻⁶
10⁻⁶
SANS DIFFUSION
AVEC DIFFUSION MULTIPLE
DIFFUSION PRIMAIRE
" " D'APRÉS CH I

FIG : ~~28~~ 32