

50376
1968
99

N° d'ordre 118

50.376
1968
99

THESES

présentée à la

Faculté des Sciences de l'Université de Lille
Centre de 3^{eme} Cycle d'Optique

en vue d'obtenir le titre de

DOCTEUR DE SPÉCIALITÉ EN PHYSIQUE
(Option Optique atmosphérique)

par

CLAUDE DEVAUX



CONTRIBUTION
A L'ÉTUDE DU TRANSFERT RADIATIF
DANS LES COUCHES MINCES DIFFUSANTES

Membres du Jury : M. PEREZ, Président
Mlle LENOBLE, Rapporteur
M. BECART, Examineur
M. LACOMBE, Invité

SOUTENUE LE 25 OCTOBRE 1968

UNIVERSITE DE LILLE
FACULTE DES SCIENCES

Doyens Honoraires

MM. H. LEFEBVRE - M. PARREAU.

Professeurs Honoraires

MM. ARNOULT - BEGHIN - BROUARD - CAU - CHAPPELON - CHAUDRON -
CORDONNIER - DEHEUVELS - DEHORNE - DOLLE - FLEURY - P. GERMAIN -
KAMPE DE FERIEF - KOURCANOFF - LAMOTTE - LELONG - Mme LELONG -
MM. MAZET - MICHEL - NORMANT - PARISELLE - PASCAL - PAUTHENIER - ROIG
ROSEAU - ROUBINE - ROUELLE - WIEMAN - ZAMANSKY.

Doyen

M. DEFRETIN , Professeur de Biologie et Physiologie animales.

Assesseurs

MM. HEUBEL - Professeur de Chimie Minérale.
LEBRUN - Professeur d'Electronique, Electrotechnique et Auto-
matique.

Professeurs

MM. BACCHUS	Mathématiques Appliquées.
BEAUFILS	Chimie.
BONNEMAN	Chimie.
BECART	Physique.
BLOCH	Biologie et Physiologie animales.
BONTE	Sciences de la Terre.
BOUGHON	Mathématiques pures.
BOUISSET	Biologie et Physiologie animales.
BOURIQUET	Biologie Végétale.
CELET	Sciences de la Terre.
CONSTANT	Electronique, Electrotechnique et Auto- matique.

MM. CORSIN	Sciences de la Terre.
DECUYPER	Mathématiques Pures.
DEDECKER	Mathématiques Pures.
DEFRETTIN	Biologie et Physiologie animales.
DEHORS	Electronique, Electrotechnique et Automatique.
DELATTRE	Sciences de la Terre.
DELEAU	Sciences de la Terre.
DELHAYE	Chimie.
DERCOURT	Sciences de la Terre.
DESCOMBES	Mathématiques Pures.
DURCHON	Biologie et Physiologie animales.
FOURET	Physique.
GABILLARD	Electronique, Electrotechnique et Automatique.
GLACET	Chimie.
GONTIER	Mathématiques Appliquées.
HEIM DE BALSAC	Biologie et Physiologie animales.
HEUBEL	Chimie.
HOCQUETTE	Biologie Végétale.
LEBEGUE	Botanique.
Mme LEBEGUE	Physique.
MM. LEBRUN	Electronique, Electrotechnique et Automatique.
Mle LENOBLE	Physique.
MM. LIEBAERT	Electronique, Electrotechnique et Automatique.
LINDER	Biologie Végétale.
LUCQUIN	Chimie.
MARION	Chimie.
MARTINOT-LAGARDE	Mathématiques Appliquées.
Mle MARQUET	Mathématiques Pures.
MM. MENNESSIER	Géologie.
MONTARIOL	Chimie.
MONTREUIL	Chimie.

MM. DUQUESNOY	Chimie.
GOUDMAND	Chimie.
GUILBAULT	Biologie et Physiologie animales.
GUILLAUME	Biologie Végétale.
HANGAN	Mathématiques.
HENRY	Physique.
HERZ	Mathématiques Appliquées.
HEYMAN	Physique.
HUARD DE LA MARRE	Mathématiques Appliquées.
JOLY	Biologie et Physiologie animales.
LABLACHE-COMBIER	Chimie.
LACOSTE	Biologie Végétale.
LAMBERT	Physique.
LANDAIS	Chimie.
LEHMANN	Mathématiques Pures.
Mme LEHMANN	Mathématiques Pures.
MM. LOUCHEUX	Chimie.
MAES	Physique.
METTETAL	Zoologie.
MONTEL	Physique.
NGUYEN PHONG CHAU	Mathématiques.
PANET	Electronique, Electrotechnique et Auto- matique.
PARSY	Mathématiques Pures.
RACZY	Physique.
ROBERT	Mathématiques Appliquées.
SAADA	Physique.
SEGARD	Chimie.
TUDO	Chimie Minérale Appliquée.
VIDAL	Electronique, Electrotechnique et Auto- matique.
Mme ZINN-JUSTIN	Mathématiques Pures.

MM. MORIAEZ	Physique.
MOUVIER	Chimie.
PARREAU	Mathématiques Pures.
PEREZ	Physique.
PHAM MAU QUAN	Mathématiques Pures.
POUZET	Mathématiques Appliquées.
PROUVOST	Sciences de la Terre.
SAVARD	Chimie.
SCHILTZ	Physique.
SCHALLER	Biologie et Physiologie animales.
Mme SCHWARTZ	Mathématiques Pures.
MM. TILLIEU	Physique.
TRIDOT	Chimie.
VAILLANT	Mathématiques Pures.
VAZART	Botanique.
VIVIER	Biologie et Physiologie animales.
WATERLOT	Sciences de la Terre.
WERTHEIMER	Physique.

Maîtres de Conférences

Mme BADIER	Physique.
Mle BASTIANI	Mathématiques Pures.
MM. BELLET	Physique.
BENABOU	Mathématiques Pures.
BILLARD	Physique.
BOILLET	Physique.
BUI TRONG LIEU	Mathématiques Pures.
CHERRUAULT	Mathématiques Pures.
CHEVALIER	Mathématiques.
DEVRAINNE	Chimie.
Mme DIXMIER	Mathématiques.
M. DOUCET	Chimie.
Mme DRAN	Chimie.

A mes PARENTS

A ma FEMME

Ce travail a été effectué au Laboratoire d'Optique Atmosphérique de la Faculté des Sciences de LILLE, sous la direction de Mademoiselle LENOBLE, Professeur. Qu'il me soit permis de lui exprimer mes sentiments de profonde reconnaissance pour les nombreux conseils et les encouragements qu'elle n'a cessé de me prodiguer.

Je prie Monsieur le Professeur PEREZ qui m'a fait l'honneur de présider le Jury d'accepter l'expression de ma respectueuse reconnaissance.

Monsieur BECART, Professeur, a accepté de juger mon travail qu'il trouve ici l'expression de ma gratitude.

Je remercie tout particulièrement Monsieur HERMAN qui a bien voulu me faire profiter de ses connaissances et dont les conseils m'ont toujours été précieux.

Je ne saurai oublier toute la gratitude que je dois à Messieurs GUILLEMOT et MARENGO qui ont donné lieu à l'élaboration de toute une partie de mon travail grâce aux résultats théoriques qu'ils ont eu la gentillesse de me communiquer.

INTRODUCTION

Les mesures décrites ici portent essentiellement sur le régime de transfert du rayonnement lumineux dans des milieux diffusants et absorbants. Elles ont été effectuées afin d'établir une comparaison avec les résultats théoriques. Une telle comparaison avait déjà été entreprise par M. HERMAN {7} dans le cas particulier du régime asymptotique où les équations se simplifient et peuvent être résolues de façon exacte. Dans le cas général des couches finies la solution exacte n'est pas possible et diverses méthodes de solutions approchées ont été proposées. L'une d'entre elles, la méthode des harmoniques sphériques dont nous donnons un rappel en I^{ère} partie a été particulièrement développée au Laboratoire et nous a fourni les résultats théoriques.

Afin de mieux l'adapter à notre étude nous avons apporté quelques modifications à l'appareillage ayant servi à l'étude du régime asymptotique. Nous en donnons en seconde partie une description ainsi que la façon de réaliser le milieu diffusant et la méthode de mesure.

La comparaison entre les résultats théoriques et expérimentaux ayant d'abord fait apparaître un désaccord important nous avons été amenés à reprendre la détermination du milieu. On verra en III^{ème} partie que l'accord est alors satisfaisant si l'on prend, comme fonction de phase non pas celle prévue à partir de la granulométrie et de la théorie de Mie {1}, mais celle obtenue par des mesures directes en diffusion primaire.

Un léger désaccord existe seulement au voisinage de la surface, lorsque l'albédo diminue et que l'on vise vers le fond de la couche.

En corrigeant les valeurs expérimentales pour tenir compte au mieux de l'effet d'ombre du détecteur, qui joue essentiellement dans ces directions, on constate une amélioration non négligeable comme

on peut le voir en quatrième partie, mais le désaccord qui persiste alors doit vraisemblablement être attribué à une imprécision sur la détermination expérimentale de la fonction de phase.

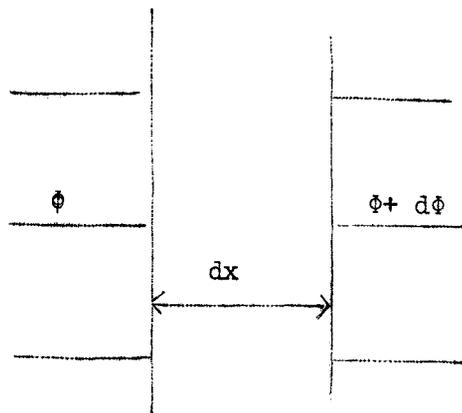
1 ère PARTIE

DEFINITIONS

et RAPPELS THEORIQUES SUR LA DIFFUSION

Avant de rappeler l'équation de transfert et sa résolution par la méthode des harmoniques sphériques, précisons préalablement la signification des grandeurs intervenant dans les calculs {2}

I / DEFINITION DE " L'ALBEDO POUR UNE DIFFUSION" /



Soit un flux Φ de rayonnement monochromatique se propageant par onde plane et tombant perpendiculairement sur une tranche d'épaisseur dx du milieu. A la sortie le flux est devenu $\Phi + d\Phi$ que nous écrirons $\Phi + d\Phi_1 + d\Phi_2$, où

(1.1)

(1.2) $d\Phi_1 = -b\Phi dx$ est le flux perdu par absorption

(1.3) $d\Phi_2 = -k\Phi dx$ est le flux perdu par diffusion

(1.4) Nous aurons donc $d\Phi = -(b+k)\Phi dx = -K\Phi dx$

Nous appellerons b coefficient d'absorption propre

k coefficient de diffusion

$K = k+b$ coefficient d'absorption totale

Nous appellerons "albedo pour une diffusion" le rapport

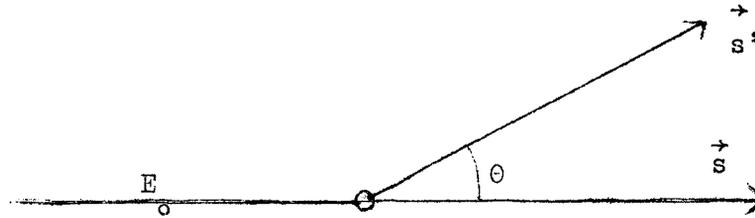
(1.5)

$$\frac{k}{K} = \frac{k}{k+b} = \omega_0$$

II / DEFINITION DE LA FONCTION DE DIFFUSION /

(1) Définition pour une particule

Nous ne considérerons ici que l'intensité totale de la lumière diffusée, sans tenir compte de son état de polarisation, ni de la modification de cet état par la diffusion.



L'intensité diffusée par une particule sphérique recevant l'éclairement E_0 d'une direction \vec{S} dans une direction \vec{S}' , faisant l'angle θ avec \vec{S} est

$$(1.6) \quad I(\theta) = E_0 \cdot f(\theta, r, m, \lambda)$$

$f(\theta, r, m, \lambda)$ est la fonction de diffusion. Elle dépend de la longueur d'onde λ du rayonnement incident, du rayon r , et de l'indice m de la particule. A partir de la fonction de diffusion $f(\theta)$, on définira la fonction de phase $P(\theta)$ par la relation

$$(1.7) \quad f(\theta) = \frac{k}{4\pi} P(\theta) = \frac{\omega_0}{4\pi} K P(\theta)$$

La fonction de phase $P(\theta)$ est alors normalisée avec

$$(1.8) \quad \int_0^{2\pi} \int_{-1}^{+1} P(\theta) \sin \theta \, d\theta \, d\phi = 4\pi, \text{ ce qui fixe}$$

$\beta_0 = 1$ si on suppose la fonction $P(\theta)$ développée sous la forme

$$(1.9) \quad P(\theta) = \sum_{\ell=0}^{\infty} \beta_{\ell} P_{\ell}(\cos \theta)$$

Dans le cas d'une particule sphérique de rayon r , le coefficient de diffusion k est relié au facteur efficace de diffusion K_d fonction de r , m , et λ et donné par la théorie de Mie, par la relation

$$(1.10) \quad k = \pi r^2 K_d$$

(2) Définition pour un élément de volume

Nous supposons toujours par la suite que les ondes diffusées par les différentes particules sont incohérentes, les particules étant réparties au hasard et à des distances réciproques très supérieures à leurs dimensions. L'intensité détectée est alors la somme des intensités diffusées par chacune des particules.

Si le milieu contient, par unité de volume, N particules sphériques de même rayon r , d'indice m et de section efficace de diffusion $K_d(m, r, \lambda)$, le coefficient de diffusion k est

$$(1.11) \quad k = N \pi r^2 K_d(m, r, \lambda)$$

et la fonction de phase $P(\theta)$ est celle des particules considérées

$$(1.12) \quad P(\theta) = \sum_{\ell=0}^{\infty} \beta_{\ell}(m, r, \lambda) P_{\ell}(\cos \theta)$$

Plus généralement les particules, toujours supposées sphériques, seront polydispersées. Soit $N(r) dr$ le nombre de particules de rayon compris entre r et $r + dr$, contenues dans l'unité de volume de la suspension. La fonction $N(r)$ définit la granulométrie du milieu. La densité en particules est :

$$N = \int_0^{\infty} N(r) dr$$

En l'absence de relations de phase, l'intensité diffusée dans la direction θ par un élément de volume dv est :

$$(1.13) \quad I(\theta) = \frac{dv E_0}{4\pi} \int_0^\infty \pi r^2 K_d(m, r, \lambda) N(r) \left\{ \sum_{\ell=0}^{\infty} \beta_\ell(m, r, \lambda) P_\ell(\cos \theta) \right\} dr$$

On voit donc que pour le milieu polydispersé, l'intensité diffusée est encore donnée sous la forme

$$(1.14) \quad I(\theta) = \frac{k \cdot dv}{4\pi} P(\theta) E_0$$

en prenant pour le coefficient de diffusion du milieu

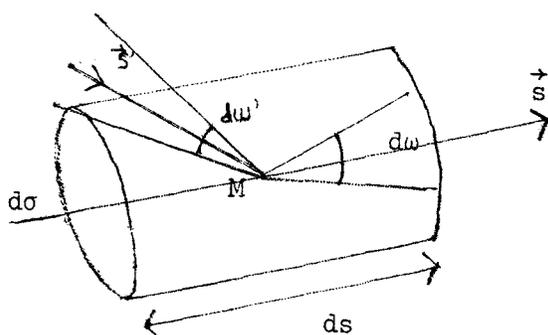
$$(1.15) \quad k = \int_0^\infty \pi r^2 K_d(m, r, \lambda) N(r) dr$$

la fonction de phase est développée suivant (1.9) avec

$$(1.16) \quad \beta_\ell = \frac{1}{k} \int_0^\infty \pi r^2 K_d(m, r, \lambda) \beta_\ell(m, r, \lambda) N(r) dr$$

III / EQUATION DE TRANSFERT DU RAYONNEMENT /

Soit $I(M, \vec{S})$ la luminance énergétique au point M du rayonnement se propageant dans la direction \vec{S} . L'équation de transfert qui régit cette luminance va s'obtenir en écrivant le bilan d'énergie dans un petit élément de volume cylindrique de base $d\sigma$ et de hauteur ds autour de la direction \vec{S} au point M



Flux entrant

$$\Phi_E = I(M, \vec{S}) d\omega d\sigma$$

où $d\omega$ est l'angle solide du pinceau

Figure I.1

Flux sortant :

$$(1.17) \quad \phi_S = \left\{ I(M, \vec{S}) + \frac{\partial I(M, \vec{S})}{\partial S} dS \right\} d\omega \quad d\sigma$$

Flux perdu par absorption et par diffusion

$$(1.18) \quad \phi_1 = K(M) \phi_E dS = K(M) I(M, \vec{S}) d\omega \quad d\sigma \quad dS$$

ou $K(M)$ est le coefficient d'absorption totale en M .

Un certain flux est gagné dans la direction de propagation \vec{S} soit par diffusion par l'élément de volume $d\sigma dS$ du rayonnement venant d'autres directions, soit par émission propre de cet élément de volume.

Nous écrirons ce flux

$$(1.19) \quad \phi_2 = K(M) J(M, \vec{S}) d\omega \quad d\sigma \quad dS$$

$J(M, \vec{S})$ étant la fonction source pour la direction \vec{S} au point M

La conservation de l'énergie exige

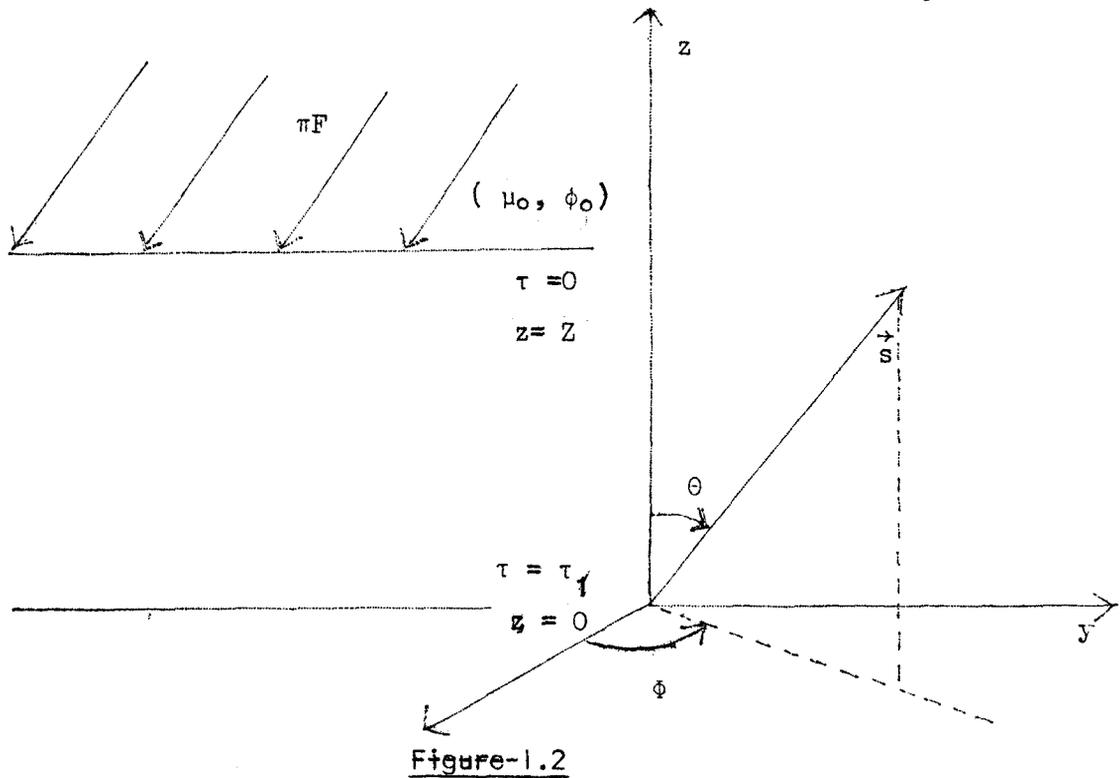
$$(1.20) \quad \phi_S = \phi_E - \phi_1 + \phi_2 ; \text{ ce qui après simplification nous donne l'équation générale de transfert}$$

$$(1.21) \quad \frac{\partial I}{\partial S}(M, \vec{S}) = -K(M) \{ I(M, \vec{S}) - J(M, \vec{S}) \}$$

Equation de transfert pour un milieu diffusant et absorbant.
Cas d'une couche plane, parallèle, homogène

Le cas le plus simple à envisager pour la résolution théorique de l'équation de transfert est celui d'un milieu homogène, constituant une couche diffusante plane infiniment étendue horizontalement, éclairée sur sa face supérieure par un faisceau de lumière parallèle. C'est ce milieu que nous avons étudié expérimentalement.

Comme nous nous sommes limité au rayonnement visible, l'émission propre est négligeable.



Une direction \vec{S} est repérée par (θ, ϕ) ou $(\mu = \cos \theta, \phi)$
 On définira par $\tau = (k+b)(Z-z) =$ l'épaisseur optique correspondant
 à la profondeur réelle $(Z-z)$. Un point M est repéré soit par sa cote
 z soit par $\tau = K(Z-z)$
 $\tau_1 = KZ$ sera l'épaisseur optique totale de la couche.
 Soit πF l'éclairement produit par le faisceau incident de direction
 (μ_0, ϕ_0) sur un plan perpendiculaire à cette direction sur la face
 supérieure de la couche. L'équation de transfert s'écrit alors :

$$(1.22) \quad \mu \frac{\partial I}{\partial \tau}(\tau; \mu, \phi) = I(\tau; \mu, \phi) - J(\tau; \mu, \phi)$$

Exprimons $J(\tau, \mu, \phi)$ dans le cas d'un milieu diffusant
 homogène.

Un élément de volume $d\sigma$ dS (FIG 1.1) reçoit d'une direction
 quelconque (μ', ϕ') un éclairement $I(\tau; \mu', \phi')$ $d\omega'$ et diffuse
 vers la direction (μ, ϕ) une intensité

$$(1.23) \quad I(\tau; \mu, \phi) d\omega = \frac{K \omega_0}{4\pi} P(\mu, \phi; \mu', \phi') d\sigma dS;$$

Il lui correspond un flux diffusé dans $d\omega$

$$(1.24) \quad d\phi = \frac{K \omega_0}{4\pi} I(\tau; \mu', \phi') P(\mu, \phi; \mu', \phi') d\omega' dS d\sigma d\omega$$

Le flux diffusé dû à toutes les directions (μ', ϕ') est

$$(1.25) \quad \phi = \frac{K \omega_0}{4\pi} dS d\sigma d\omega \int_{\text{espace}} I(\tau; \mu', \phi') P(\mu, \phi; \mu', \phi') d\omega'$$

Si on considère I comme la luminance du seul rayonnement diffus, le rayonnement directement transmis donne une contribution au flux diffusé dans la direction (μ, ϕ) égale à

$$(1.26) \quad \phi' = \frac{K \omega_0}{4\pi} \pi Fe^{\tau/\mu_0} P(\mu, \phi; \mu_0, \phi_0) dS d\sigma d\omega$$

La fonction source s'écrit alors

$$(1.27) \quad J(\tau; \mu, \phi) = \frac{\omega_0}{4\pi} \int_{\text{espace}} I(\tau; \mu', \phi') P(\mu, \phi; \mu', \phi') d\omega' + \frac{\omega_0}{4\pi} \pi Fe^{\tau/\mu_0} P(\mu, \phi; \mu_0, \phi_0)$$

Si on reporte (1.27) dans (1.22) on obtient finalement pour l'équation de transfert

$$(1.28) \quad \mu \frac{\partial I}{\partial \tau}(\tau; \mu, \phi) = I(\tau; \mu, \phi) - \frac{\omega_0}{4\pi} \pi Fe^{\tau/\mu_0} P(\mu, \phi; \mu_0, \phi_0) - \frac{\omega_0}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_{-1}^{+1} I(\tau; \mu', \phi') P(\mu, \phi; \mu', \phi') d\mu' d\phi'$$

avec les conditions aux limites fixant

$$(1.29) \quad I(\tau = 0; \mu < 0, \phi) : \\ \text{et } I(\tau = \tau_1; \mu > 0, \phi) :$$

IV / RESOLUTION DE L'EQUATION DE TRANSFERT PAR LA METHODE /
/ DES HARMONIQUES SPHERIQUES /

A. Développement en azimut

Nous supposons qu'on peut développer la fonction de phase en série de polynomes de Legendre, ce qui est pratiquement toujours valable, avec un nombre suffisant de termes; soit :

$$(1.30) \quad P(\theta) = \sum_{\ell=0}^L \beta_{\ell} P_{\ell}(\cos \theta)$$

avec $\beta_0 = 1$

Si $\theta = (\mu, \phi; \mu', \phi')$ on peut utiliser le théorème d'addition des polynomes de Legendre.

$$(1.31) \quad P_{\ell}(\cos(\mu, \phi; \mu', \phi')) = \sum_{\delta=0}^{\ell} (2 - \delta_{0\delta}) P_{\delta}^{\ell}(\mu) P_{\delta}^{\ell}(\mu') \cos \delta(\phi - \phi')$$

$$(1.32) \quad \text{avec } \delta_{0\delta} = 1 \text{ si } \delta = 0 \\ = 0 \text{ si } \delta \neq 0$$

$$(1.33) \quad \text{et } P_{\delta}^{\ell}(\mu) = \sqrt{\frac{\ell - \delta}{\ell + \delta}} (1 - \mu^2)^{\delta/2} \frac{d^{\delta}}{d\mu^{\delta}} P_{\ell}(\mu)$$

On a alors pour la fonction de phase

$$(1.34) \quad P(\mu, \phi; \mu', \phi') = \sum_{\delta=0}^L (2 - \delta_{0\delta}) \cos \delta(\phi - \phi') \sum_{\ell=\delta}^L \beta_{\ell} P_{\delta}^{\ell}(\mu) P_{\delta}^{\ell}(\mu')$$

Si on développe maintenant $I(\tau; \mu, \phi)$ en série de $\cos \delta(\phi - \phi_0)$ sous la forme

$$(1.35) \quad I(\tau; \mu, \phi) = \sum_{\delta=0}^{\infty} I^{\delta}(\tau; \mu) (2 - \delta_{0\delta}) \cos \delta(\phi - \phi_0)$$

En substituant à $P(\mu, \phi; \mu', \phi')$ et $I(\tau; \mu, \phi)$ les expressions (1.34) et (1.35), on voit que l'équation de transfert se sépare alors en $L + 1$ équations

$$(1.36) \quad \mu \frac{dI^\delta}{d\tau}(\tau, \mu) = I(\tau, \mu) - \frac{\omega_0}{4\pi} \pi F e^{\tau/\mu_0} \sum_{\ell=\delta}^L \beta_\ell P_\delta^\ell(\mu) P_\delta^\ell(\mu_0) \\ - \frac{\omega_0}{2} \sum_{\ell=\delta}^L \beta_\ell P_\delta^\ell(\mu) \int_{-1}^{+1} P_\delta^\ell(\mu') I^\delta(\tau; \mu') d\mu'$$

Pour $\delta = 0, 1, \dots, L$

B. Méthode des harmoniques sphériques {3}

Nous utiliserons cette méthode pour résoudre l'équation (1.36) pour chaque valeur de δ .

Developpons $I^\delta(\tau; \mu)$ en série de fonctions $P_\delta^\ell(\mu)$

$$(1.37) \quad I^\delta(\tau; \mu) = \sum_{n=\delta}^N (2n+1) A_\delta^n(\tau) P_\delta^n(\mu)$$

limité à l'ordre $N = 2p - 1 + \delta$ (p entier quelconque)

En reportant l'expression (1.37) dans (1.36) et en tenant compte de la relation de récurrence et de l'orthogonalité des P_δ^ℓ on obtient alors un système de $2p$ équations définissant les $A_\delta^\ell(\tau)$

$$(1.38) \quad \sqrt{(l+s)(l-s)} \frac{dA_\delta^l}{d\tau} + \sqrt{(l+s+1)(l-s+1)} \frac{dA_\delta^{l+1}}{d\tau} \\ = (2l+1) A_\delta^l - \omega_0 \beta_\ell A_\delta^l - \frac{\omega_0}{4} F e^{\tau/\mu_0} \beta_\ell P_\delta^\ell(\mu_0)$$

ou $l = \delta, \delta+1, \dots, N$

Pour tenir compte des L termes du développement de $P(\theta)$ il faut que $2p - 1 + \delta > L$

On est donc ramené à la résolution de $2p$ équations différentielles linéaires .

1 Solution générale du système homogène associé

On la cherche sous la forme

$$(1.39) \quad A_s^\ell(\tau) = g_s^\ell(v) e^{v\tau}$$

En portant (1.39) dans (1.38) on obtient

$$(1.40) \quad v \left(\sqrt{(\ell+s)(\ell-s)} g_s^{\ell-1} + \sqrt{(\ell+1+s)(\ell+1-s)} g_s^{\ell+1} \right) = (\{2\ell+1\} - \omega_0 \beta_\ell) g_s^\ell$$

ou $\ell = s, s+1, \dots, N$;

On a un système de $2p$ équations homogènes à $2p$ inconnues, qui définit tous les g_s^ℓ à partir de g_s^s que nous prendrons arbitrairement égal à 1, à condition que ces $2p$ équations soient compatibles. La condition de compatibilité est que le déterminant des coefficients soit nul; ce déterminant $d(v) = 0$ donne une équation caractéristique de degré p en v^2 , qui admet n paires de racines $v = \pm v_s^i$.

2. Solution particulière du système avec second membre

On a une solution de la forme

$$(1.41) \quad A_s^\ell(\tau) = h_s^\ell e^{\tau/\mu_0}$$

En portant (1.41) dans (1.38) on a un système de $2p$ équations qui définit les $2p$ inconnues h_s^ℓ

$$(1.42) \quad \frac{1}{\mu_0} \left(\sqrt{(\ell+s)(\ell-s)} h_s^{\ell-1} + \sqrt{(\ell+1+s)(\ell+1-s)} h_s^{\ell+1} \right) = (\{2\ell+1\} - \omega_0 \beta_\ell) h_s^\ell - \frac{\omega_0}{4} F \beta_\ell p_s^\ell(\mu_0)$$

3. Solution générale

La solution générale de l'équation (I.38) est donc

$$(1.43) \quad A_{\delta}^{\ell}(\tau) = \sum_{i=-p}^{+p} \ell_{\delta}^i g_{\delta}^{\ell}(v_{\delta}^i) e^{v_{\delta}^i \tau} + h_{\delta}^{\ell} e^{\tau/\mu_0}$$

où les ℓ_{δ}^i sont des constantes à déterminer en fonction des conditions initiales

Donc

$$(1.44) \quad I^{\delta}(\tau; \mu) = \sum_{n=\delta}^{2p-1+\delta} (2n+1) P_{\delta}^n(\mu) \left(\sum_{i=-p}^{+p} \ell_{\delta}^i g_{\delta}^n(v_{\delta}^i) e^{v_{\delta}^i \tau} + h_{\delta}^n e^{\tau/\mu_0} \right)$$

Cette méthode de résolution de l'équation de transfert avait été programmée par J.C GUILLEMOT et J. MARENGO [4.5] et des calculs ont été effectués avec les différents paramètres et les conditions aux limites correspondants aux milieux sur lesquels nous avons fait des mesures. Le fond de la couche étant limité par un fond noir, nous avons comme première condition $I(\tau=\tau_1, \mu > 0, \phi) = 0$

Le milieu expérimental étant constitué de particules diffusantes en suspension dans l'eau, il existe donc sur la face supérieure de la couche une surface de séparation entre le milieu diffusant d'une part et l'air d'autre part.

Nous aurons donc comme deuxième condition

$$\begin{aligned} I(\tau=0; \mu < 0, \phi) &= I(\tau=0; -\mu, \phi) & \text{si } -\cos \lambda < \mu < 0 \\ I(\tau=0; \mu < 0, \phi) &= \frac{3}{100} I(\tau=0; \mu, \phi) & \text{si } \mu < -\cos \lambda \end{aligned}$$

λ étant l'angle de réfraction limite pour les deux milieux air-eau.

II^{ème} PARTIE

APPAREILLAGE

REALISATION DU MILIEU TROUBLE

METHODE DE MESURES

I / APPAREILLAGE /

On cherche à réaliser une représentation satisfaisante d'une couche plane, parallèle, homogène, uniformément éclairée sur sa face supérieure par un faisceau parallèle. Le dispositif déjà décrit comporte : (Fig (II.1)). {7}

- une cuve (C) de section carrée de 1 m^2 de surface, de 25 cm de profondeur, dont les parois et le fond sont noircis et qui contient le milieu diffusant et absorbant.

- un phare (P) à miroir sphérique, qui donne à partir d'une lampe (L) de 1000 Watts un faisceau sensiblement uniforme et parallèle, d'orientation variable.

- un détecteur optique appelé "troublomètre" (T) qui amène sur un photomultiplicateur (1) le rayonnement diffus se propageant dans une direction (θ, ϕ) en un point M du milieu.

C'est un appareil à faible champ angulaire (3°), assurant une excellente transmission de la lumière par une tige de silice (2) placée à l'intérieur du corps de l'appareil. Un boîtier (3) permet d'insérer un filtre interférentiel sélectionnant une bande de longueurs d'onde suffisamment étroite. Un jeu de filtres gris (4) permet en outre de travailler dans une zone de sensibilité convenable du photomultiplicateur.

L'appareil de lecture est un milliampèremètre auquel est raccordé un enregistreur logarithmique.

En faisant coulisser l'ensemble de l'appareil à travers le joint étanche (5), on peut relever les luminances à des profondeurs variables. Enfin deux alidades (6), permettent l'une, de faire tourner l'ensemble du troublomètre autour de son axe vertical $y y'$ en repérant l'angle ϕ , l'autre, de faire pivoter la partie mobile de la tête de l'appareil autour de l'axe $x x'$ en repérant l'angle θ (Fig (II.2)).

II / REALISATION DU MILIEU TROUBLE /

Pour pouvoir varier facilement la paramètre ω_0 on est amené à réaliser avec deux produits différents les propriétés d'absorption

et de diffusion du milieu. Pour cela

- l'absorption, caractérisée par le coefficient b , est déterminée par une certaine quantité d'un colorant noir (triazolique de la benzidine) mis en solution dans l'eau.

- le diffusant est ensuite mis en suspension dans cette solution. Il s'agit d'un afcolac (A.451) formé de particules sphériques d'acétate de polyvinyle en suspension dans l'eau et dont on a étudié la granulométrie sur des photographies prises au microscope électronique.

Les afcolacs présentent pour nous les intérêts suivants :

- ils sont très stables en suspension et décantent très peu,
- ils tolèrent bien l'addition de colorant noir qui nous permet de faire varier l'absorption,
- enfin les particules de ces suspensions sont d'apparence sensiblement sphérique et surtout de dimensions faibles ($0,1 \mu$ à 1μ) environ.

Ceci, nous le verrons plus loin, permet un développement théorique des indicatrices relativement court donc maniable.

L'indice de refraction de ces particules est en principe celui des différentes résines qui entrent en jeu dans leur composition, c'est à dire $m = 1,59$ par rapport à l'air soit $m = 1,20$ par rapport à l'eau.

III / DETERMINATION DES CARACTERISTIQUES DU MILIEU REALISE/

Pour définir le milieu sur lequel nous avons fait les mesures il nous faut connaître l'épaisseur optique totale de la couche τ_1 , le paramètre ω_0 et la fonction de phase $P(\theta)$.

1. Détermination de ω_0 et de τ_1

Pour déterminer ω_0 et τ_1 il faut connaître le coefficient de diffusion k et le coefficient d'absorption b . Pour cela on détermine, au diffusionomètre, utilisé en transmissiomètre, la valeur du coefficient de diffusion k en fonction de la concentration du diffusant.

Ceci suppose à priori que l'absorption propre de l'afcolac est négligeable. Nous discuterons plus loin de la validité de cette hypothèse. On détermine de la même façon le coefficient d'absorption b du colorant en fonction de sa concentration.

Connaissant les caractéristiques de la couche à réaliser (épaisseur optique totale τ_1 , albédo ω_0 et son épaisseur réelle Z) on peut déterminer les quantités de produit à utiliser.

L'épaisseur optique totale des couches réalisées est de l'ordre de 8. Le déplacement vertical de l'appareil limitant l'épaisseur géométrique de la couche à 15 cm, la connaissance de τ_1 fixe, le coefficient d'absorption totale K .

Si ω_0 est l'albédo à réaliser, avec la relation (1.5) il est alors possible de déterminer k et b . Les couches minces réalisées ont les caractéristiques suivantes :

$\tau = 8$	$\omega_0 = 1$	$K = 0,533 \text{ cm}^{-1}$	$K = 0,533 \text{ cm}^{-1}$	$b = 0$
$\tau_1 = 8$	$\omega_0 = 0,9$	$K = 0,533 \text{ cm}^{-1}$	$K = 0,480 \text{ cm}^{-1}$	$b = 0,053 \text{ cm}^{-1}$
$\tau_1 = 8,6$	$\omega_0 = 0,6$	$K = 0,573 \text{ cm}^{-1}$	$K = 0,344 \text{ cm}^{-1}$	$b = 0,229 \text{ cm}^{-1}$

La cuve ayant une surface carrée de 1m^2 , le volume d'eau utilisée est donc de 150 litres.

On dissout dans l'eau la quantité d'absorbant nécessaire. On mesure alors le coefficient b et on procède à son ajustement si nécessaire. On ajoute ensuite la quantité de diffusant déterminée au préalable et on contrôle au transmissiomètre le coefficient d'absorption totale du milieu. On brasse alors énergiquement le milieu que l'on laisse ensuite reposer quelques instants avant de commencer les mesures.

2. Détermination de la fonction de phase

Le premier problème qui se pose est que les suspensions d'Afcolac fournies dans le commerce ne sont pas calibrées et que les dimensions indiquées ne constituent qu'un ordre de grandeur. Nous sommes donc amenés à faire une étude par microscopie électronique des particules diffusantes. Il faudra ensuite déterminer la fonction de phase à partir de la granulométrie du produit, en supposant que les particules obéissent à la théorie de Mie.

a) Etablissement de la granulométrie

La répartition granulométrique du produit a été étudiée à partir de photographies (fig(11.3 et 11.4) prises au microscope électronique du C.E.N de Fontenay aux Roses grâce à l'amabilité de Monsieur le Professeur Madeline et de sa collaboratrice Mademoiselle Morel que nous remercions ici.

On a donc relevé sur les photographies le nombre de particules observées en fonction de leur diamètre. Celui-ci est en principe mesuré à $\pm 0,5\mu\text{m}$ ce qui donne pour la dispersion étudiée, 15 classes distinctes de comptage de particules. L'ensemble des photographies comporte pour ce produit 650 particules répertoriées ce qui donne une assez bonne détermination de la granulométrie sauf peut être sur les ailes de la courbe. A partir de ces dénombrements nous nous sommes contentés de prendre la courbe moyenne obtenue sans chercher à attribuer à la suspension une loi de distribution mathématique.

On a tracé sur la fig (11.5) la courbe granulométrique ainsi obtenue. On a tracé également (fig (11.6)) la courbe représentant le nombre de particules en fonction du paramètre α de la théorie de Mie qui est lié au rayon r de la particule par la relation

$$\alpha = \frac{2\pi r}{\lambda}$$

λ étant la longueur d'onde de la lumière dans le milieu entourant les particules et qui est ici l'eau.

b) Détermination de la fonction de phase

Pour déterminer la fonction de phase nous supposerons que les particules diffusantes sont sphériques (ce que semblent indiquer les figures (11.3) et (11.4)) et qu'elles obéissent à la théorie de Mie. Le calcul de l'Indicatrice théorique revient à déterminer les coefficients β_{λ} correspondant à la distribution obtenue au microscope électronique à partir des formules (1.15) et (1.16). On obtient une précision suffisante en approximant les intégrales par une simple méthode de trapèzes et en décomposant la granulométrie en p intervalles égaux de largeur Δr suffisamment faible. Le nombre $N(r_{\lambda}^i)$ de particules affectées au $i^{\text{ème}}$ intervalle, centré sur r_{λ}^i , est déterminé sur la courbe moyenne; on aura alors :

$$(11.1) \quad K = \Delta r \sum_{i=1}^p \pi r_i^2 K(m, r_i, \lambda) N(r_i)$$

$$(11.2) \quad \beta_\ell = \frac{\Delta r}{K} \sum_{i=1}^p \pi r_i^2 K(m, r_i, \lambda) \beta_\ell(m, r_i, \lambda) N(r_i)$$

Les coefficients $K(m, r_i, \lambda)$ et $\beta_\ell(m, r_i, \lambda)$ ont été calculés à partir des formules de Mie et tabulés par M. HERMAN {5} en particulier pour $\alpha = 0 \text{ --- } \frac{0,1}{20}$ et $m = 1,20$

On a obtenu ainsi

β_0	= 1,0000	β_1	= 2,2376	β_2	= 2,3880
β_3	= 1,7612	β_4	= 0,9115	β_5	= 0,3734
β_6	= 0,1217	β_7	= 0,0314	β_8	= 0,0065
β_9	= 0,0011	β_{10}	= 0,0001		

Nous avons reporté ces coefficients β_ℓ sur la courbe représentant les variations des β_ℓ en fonction du paramètre α (Fig (11.7) courbe (a))

Nous avons tracé sur la figure (11.8) courbe (a) l'indicatrice de diffusion obtenue à partir de ces β_ℓ et de la formule (1.9)

IV / METHODE DE MESURES /

Ayant réalisé un milieu optiquement connu on l'éclaire avec le phare. Comme nous le verrons plus loin, nous avons fait des mesures essentiellement avec une incidence normale. On procède alors de la façon suivante : on relève dans un même plan vertical pour les différentes directions de visée, le courant débité par le photomultiplicateur et ce pour diverses profondeurs, s'échelonnant de la surface de la couche jusqu'au fond. On aura alors, à une constante d'appareil près, les valeurs correspondantes de la luminance $I(h, \theta, \phi)$

Si l'éclairement incident tombe normalement sur la face supérieure de la couche ($\mu_0 = -1$) le régime lumineux est alors théoriquement de symétrie de révolution autour de la verticale. Toutefois, l'éclairage n'étant pas uniforme, on a essayé de compenser au maximum ces défauts en prenant pour les mesures définitives de $I(h, \theta, \phi)$ la valeur moyenne des mesures effectuées dans 4 plans perpendiculaires.

III^{ème} PARTIE

RESULTATS EXPERIMENTAUX
COMPARAISON A LA THEORIE

Nous allons tout d'abord confronter nos résultats avec ceux prévus par la théorie.

Nous avons porté à titre d'exemple sur la figure (III.1) les résultats expérimentaux ainsi que les résultats théoriques obtenus comme nous l'avons expliqué en 1ère partie avec les β_L déduits de la granulométrie (IIème partie). Le milieu a les caractéristiques suivantes:

$$\begin{aligned} \text{Epaisseur optique totale } \tau_1 &= 8 \\ \omega_0 &= 0,90 \\ \mu_0 &= -1 \end{aligned}$$

Comme les mesures nous fournissent des valeurs relatives nous avons arbitrairement raccordé les courbes à $\tau = 2$, $\theta = 120^\circ$.

Pour cette direction il n'y a pas de rayonnement incident parasite. Comme l'on est relativement près de la surface, l'influence du fond s'il n'est pas parfaitement noir, doit être négligeable. Comme on peut le constater la comparaison fait état d'un assez grand désaccord. Si l'ombre du détecteur peut éventuellement expliquer le fait que la courbe expérimentale soit en dessous de la courbe théorique dans la zone ($\theta = 0^\circ$, $\theta = 50^\circ$) elle ne saurait justifier à elle seule la dissymétrie plus importante des diagrammes expérimentaux.

/ CAUSES D'ERREURS EXPERIMENTALES /

Nous sommes donc amenés à envisager quelles sont les diverses causes d'erreur : et tout d'abord à voir, si la représentation d'une couche plan-parallèle infinie horizontalement est satisfaisante.

a) Influence des parois

Tout d'abord l'étendue de la couche est limitée, la cuve ayant une section carrée de 1m de côté. Si l'influence des parois s'avère peu gênante pour l'étude des couches très épaisses [3] elle est ici sans doute très importante, l'épaisseur optique horizontale entre les parois et le centre de la cuve n'étant que 3 à 4 fois supérieure à l'épaisseur optique de la couche qui est de l'ordre de 8. D'autre part comme le diamètre du faisceau incident n'est que 80 cm, la couche n'est pas éclairée sur toute sa surface libre. Afin d'étudier l'importance de cet effet perturbateur nous allons observer comment sont modifiés les résultats lorsqu'il varie.

Pour cela on introduit dans la couche éclairée normalement des parois mobiles en tôle noircie. On relève à une profondeur moyenne l'intensité dans toutes les directions et ce pour diverses positions des parois. En se reportant à la figure (III.2) où on a tracé les diagrammes obtenus pour 3 positions des parois, on peut d'abord constater que plus la couche est étendue, plus on recueille de lumière lorsqu'on vise vers le bas : d'où la nécessité d'une couche aussi étendue que possible.

Ne pouvant augmenter le diamètre du faisceau lumineux nous allons remplacer les parois noires par des parois réfléchissantes, en verre miroir, qui permettent de réaliser un milieu infini horizontalement dans le cas d'une incidence normale et pour un facteur de réflexion des glaces égal à l'unité.

Il faut maintenant déterminer le positionnement optimum des glaces en opérant comme précédemment. Si on se reporte à la figure (III.3) qui représente la variation de l'intensité en fonction de l'écartement des glaces, il semble que la dimension optimum soit de 30 à 35 cm ce qui correspond à un minimum des défauts d'uniformité de l'éclairage incident. Pour une dimension supérieure, la luminance décroît. En effet une étude du faisceau au moyen d'une cellule photoélectrique montre que celui-ci n'est pas uniforme et que l'éclairage incident décroît très vite en dehors d'une plage de 40 cm de diamètre environ, centrée sur le périscopie.

D'autre part quand la distance des parois devient inférieure à 25 cm on constate la même décroissance et ce pour deux raisons : il y a d'abord un effet d'ombre de la lampe. Ensuite si les glaces permettent de réaliser un milieu infini horizontalement, elles multiplient aussi à l'infini le nombre de troublomètres immergés dans la couche et le rapport du volume de l'appareil au volume du diffusant augmente quand les parois se rapprochent (la fig (III.4)) représente schématiquement la multiplication des troublomètres par suite des réflexions pour une distance des parois égale à 25 cm et 35cm).

Remarquons que le fait de remplacer les parois de verre miroir par des parois tapissées de mylar argenté analogue à celui utilisé dans la chambre à brouillard de Sud-Aviation, n'a, à la précision des mesures, apporté aucune modification aux résultats.

b) Influence du fond

Dans les calculs théoriques on a posé comme condition aux limites

$$I(\tau = \tau_1; \mu > 0, \phi) = 0 \quad (\text{fond noir})$$

Or le fond présente une faible réflexion diffuse dont l'influence vraisemblablement peu importante en surface, peut devenir prépondérante aux profondeurs optiques plus grandes.

Pour étudier son importance nous avons cette fois rempli la cuve d'eau pure et nous avons relevé dans la couche ainsi constituée la répartition angulaire du rayonnement incident donné par le phare (fig III.5) ainsi que la luminance diffuse du fond dans 2 plans perpendiculaires (fig III.6)). On voit que l'on peut considérer que le fond à une réflexion diffuse suivant la loi de Lambert; il faut maintenant définir la valeur du coefficient de réflexion ρ . Celui-ci est caractérisé par

$$\rho = \frac{\phi \text{ réfléchi}}{\phi \text{ reçu}}$$

$$\rho = \frac{\int_0^{2\pi} \int_0^1 I(\mu, \phi) d\mu d\phi}{\int_0^{2\pi} \int_0^{-1} \mu I(\mu, \phi) d\mu d\phi} = \frac{I_f}{\int_0^{-1} \mu I(\mu) d\mu}$$

Où I_f est la luminance réfléchie par le fond

Pour évaluer $\int_0^{-1} \mu I(\mu) d\mu$ nous avons préféré donner à $I(\mu)$ une forme analytique, le pic aigu présenté par la fonction rendant l'intégration graphique ou par une méthode de quadrature trop imprécise.

Nous avons donc cherché à représenter $I(\mu)$ par des fonctions du type $Ae^{-K(1-\mu)^2}$ qui donnent pour $\mu=0$ une courbe à tangente horizontale et respectent assez bien l'allure de $I(\mu)$. On approxime de façon satisfaisante la courbe expérimentale par la somme des deux fonctions du type précité. Les constantes A et K sont déterminées pour les points $\theta = 180^\circ$ et $\theta = 170^\circ$ pour la première fonction. La seconde fonction elle

représente la fonction $I(\mu)$ dans la zone ($\theta = 170^\circ$, $\theta = 90^\circ$).

On aura

$$I(\mu) \approx 5 \cdot 10^6 e^{-2 \cdot 10^4 (1-\mu)^2} + 10^4 e^{-18,4 (1-\mu)^2}$$

$$\begin{aligned} \int_0^1 \mu A e^{-K(1-\mu)^2} d\mu &= \frac{A}{2K} \int_0^1 e^{-K(1-\mu)^2} 2K(1-\mu) d\mu \\ &+ A \int_0^1 e^{-K(1-\mu)^2} d\mu \\ &= \frac{A}{2K} (1 - e^{-K}) + \frac{A}{2} \sqrt{\pi/K} \operatorname{erf}(\sqrt{K}) \end{aligned}$$

Avec les valeurs de A et K choisies on obtient

$$\rho \approx 0,016 \quad \text{soit } \rho \neq 0,02$$

La réflexion du fond se traduira par la nouvelle condition aux limites

$$I(\tau_1; \mu > 0, \phi) = \frac{\phi \text{ réfléchi}}{\pi} = \frac{\rho}{\pi} F(\tau_1)$$

ou $F(\tau_1)$ est le flux descendant au fond de la couche. Les calculs repris en donnant à ρ la valeur 0,02 confirment bien qu'en surface, on ne constate aucune modification.

Sur les figures (III.7) et (III.8) nous avons porté les diagrammes de luminance théoriques en donnant à ρ la valeur 0 et 0.02 et ce pour $\omega_0 = 0.6$ et $\omega_0 = 0.985$. On constate que la correction apportée au voisinage du fond est très importante, mais qu'elle décroît très vite quand on s'en éloigne. Même en majorant fortement cette correction, en donnant à ρ la valeur 0.10, on constate qu'elle devient négligeable pour τ voisin de 5.

Il serait évidemment souhaitable à l'avenir de tenir compte dans la programmation de la réflexion du fond. Nous l'avons provisoirement négligée étant donné qu'elle ne modifie sensiblement les résultats qu'au voisinage de celui-ci où l'encombrement de l'appareil ne permet pas de faire des mesures.

c) Influence du détecteur optique

La dernière perturbation systématique de la ^{mesure} est due à la présence même du détecteur à l'intérieur du milieu.

Les faces de ce détecteur ont été noircies pour éviter les réflexions parasites de sorte que la présence du troublomètre revient à ôter un certain volume diffusant au voisinage immédiat du point où l'on fait la mesure.

Le fait déjà plusieurs fois signalé que le régime lumineux en un point du milieu trouble soit principalement régi par les points voisins va jouer ici défavorablement, et l'on doit s'attendre à ce que cette élimination d'un volume diffusant, au voisinage du point où on fait la mesure, perturbe le diagramme expérimental. Des faces réfléchissantes sur les parois latérales du troublomètre compenseraient sans doute partiellement ce défaut de volume, mais outre que les réflexions deviendraient gênantes pour les études de régime moins symétriques, le volume immédiatement situé derrière la glace d'entrée du détecteur ne peut être remplacé par aucun artifice et joue un rôle primordial. Dans l'étude expérimentale du régime asymptotique, en couches épaisses, nous avons montré qu'on pouvait s'affranchir de cette erreur en extrapolant les mesures à une concentration nulle, donc à un volume optique occupé par l'appareil nul {8}.

Mais cette façon de procéder n'est plus possible pour l'étude des couches d'épaisseur optique totale bien définie. Pour diminuer la concentration du milieu nous serions en effet amenés à réaliser des couches d'épaisseur réelle de plus en plus grande; ce que ne permet pas la faible latitude de déplacement du détecteur (fig (III.9)).

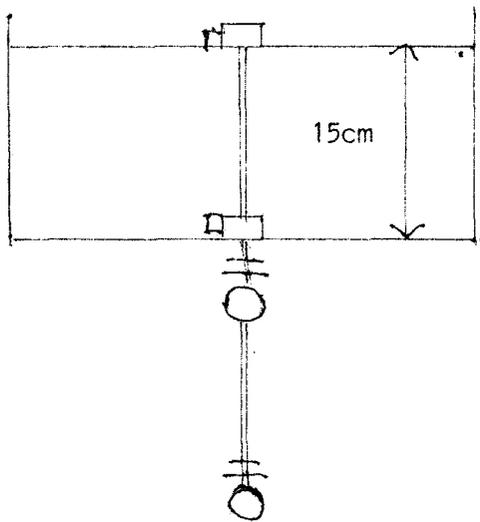


FIG (III.9)

Il convient toutefois de remarquer que les coefficients d'absorption totale utilisés ici sont bien plus faibles (de 10 à 100 fois) que dans le cas des couches épaisses précédemment citées.

Le régime lumineux en un point dépendra donc d'un volume diffusant beaucoup plus étendu. Étant donné alors l'ordre de grandeur des améliorations apportées par l'extrapolation à une concentration nulle, dans le cas du régime asymptotique {8}, et le rapport des coefficients

d'absorption on pourrait s'attendre à un effet quasi négligeable de l'appareil, dans le cas des couches minces.

Mais cette fois-ci l'effet d'ombre d'appareil dont nous étudierons l'importance plus loin, va intervenir et perturber les résultats surtout au voisinage de la surface où l'éclairement incident est encore peu atténué.

Toutefois le fait de travailler avec un faible coefficient d'extinction va nous permettre de négliger une autre correction de la mesure, correspondant à l'erreur systématique due à la dimension non négligeable de la glace d'entrée de l'appareil. En effet si on considère comme linéaires les variations de $I(\mu)$ sur l'intervalle étroit du champ angulaire $\Delta \omega$ de l'appareil, le flux détecté à une profondeur h_0 dans une direction θ n'est pas rigoureusement proportionnel à la luminance $I(h_0, \theta)$ mais vaut

$$\Phi_1 = \Delta \omega \iint_S I(M, \theta) dS$$

où M est un point courant de la surface S de la glace d'entrée (fig (III.10)).

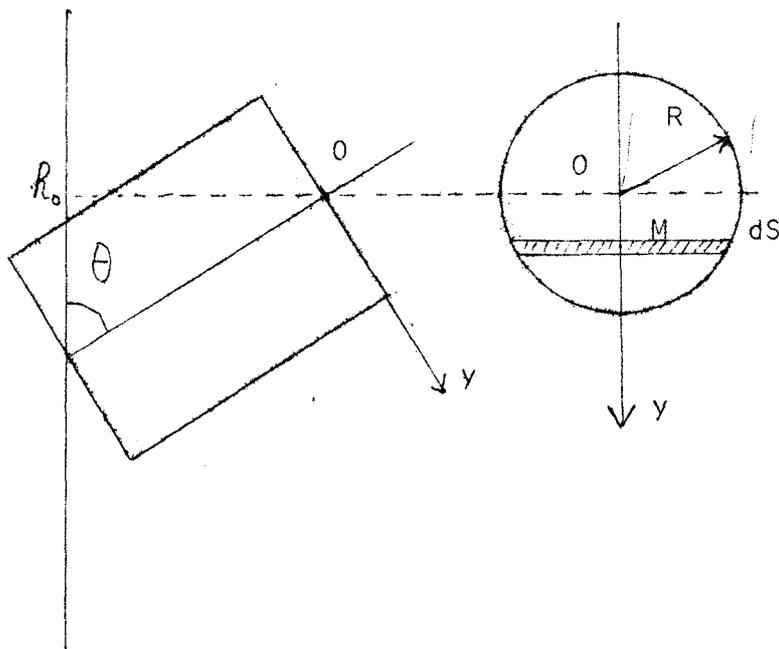


Fig. (III.10)

En appelant r le rayon de cette glace, h_0 la profondeur de son centre O , et en admettant que l'extinction du faisceau est de la forme $e^{-\rho h}$ on relève en fait le flux

$$\Phi_1 = \Delta \omega \int_{-r}^r I(\mu, h_0) e^{-\rho y \sin \theta} \sqrt{r^2 - y^2} dy$$

au lieu de

$$\Phi_2 = \pi r^2 \Delta \omega I(\mu, h_0)$$

Ce qui donne

$$\frac{\Phi_1}{\Phi_2} = J_0(-iA) + J_2(-iA) \text{ avec } A = -\rho r \sin \theta$$

où J_0 et J_2 sont les fonctions de Bessel classiques. En développant on trouve une erreur maximum à $\pi/2$ ne dépassant pas 1%.

Comme il ne semble pas que ces diverses causes d'erreur

puissent justifier à elles seules le désaccord entre résultats théoriques et expérimentaux, nous sommes amenés à reprendre la détermination du milieu et en particulier la fonction de phase du diffusant ainsi que son albédo

II / NOUVELLE DETERMINATION DU MILIEU /

1. Détermination expérimentale de la fonction de phase

Sur la détermination de la fonction de phase à partir de la granulométrie il convient de faire certaines réserves car cette façon de procéder présente une incertitude dont il est difficile d'évaluer l'importance. Elle est liée d'une part à la nature des Afcolacs et à leur comportement sous un faisceau d'électrons. D'autre part nous avons supposé que ces particules vérifient la théorie de Mie. Or des mesures en diffusion primaire effectuées sur divers produits en collaboration avec M.HERMAN font état d'un désaccord avec l'indicatrice déduite de la granulométrie. De plus les mesures effectuées en régime asymptotique présentent le même désaccord avec les résultats théoriques déduits à partir de cette fonction de phase.

Ces résultats expérimentaux sont par contre en bon accord avec ceux déduits à partir de l'indicatrice obtenue par des mesures en diffusion primaire. Nous nous proposons donc de déterminer expérimentalement la fonction de phase de l'Afcolac A.451.95.5 et de comparer nos mesures avec les résultats déduits à partir de celle-ci.

a) Dispositif expérimental

A cet effet nous utilisons un diffusiomètre construit par la maison AMINCO dont on a donné fig (III.11) le schéma de principe

L'appareil comprend essentiellement un bloc d'éclairage enfermé dans un premier compartiment étanche (1) qui le met à l'abri de la lumière parasite extérieure et un bloc de détection.

Eclairage

- la source lumineuse est une lampe haute pression à vapeur de mercure (L)

- un condensateur (A) en focalise la lumière au niveau du diaphragme (D_2) le faisceau passant auparavant à travers un premier diaphragme (D_1)
- une série de filtres (F) montés sur un support tournant permet de sélectionner l'une des raies du mercure (365, 405, 436, 546, 578 m μ)
- des filtres gris (B) permettent d'atténuer de 10^{-2} à 10^{-8} fois l'éclairage incident
- on peut également interposer sur le trajet du faisceau un polaroïde (P) pour des mesures en polarisation.
- le faisceau traverse ensuite la lentille de champ (L_1) achromatique

Les dimensions et positions de (D_1), (D_2), et (L_1) déterminent la structure du faisceau incident qui pénètre dans la chambre de diffusion (II) lorsqu'on ouvre l'obturateur (R).

Détection

- un ensemble de diaphragme (D_0) limite la lumière parasite.
- un support (S) au centre de Q, placé sur le trajet du faisceau éclairant, porte la cuve (C) contenant le milieu étudié.
- une platine circulaire horizontale (E), tourne autour d'un axe passant par O, et est graduée en degré sur son pourtour. Cette platine est manoeuvrée de l'extérieur où l'on fait en M, la lecture de l'angle de rotation.
- le bloc de détection proprement dit, solidaire de la platine (E) est constitué dans l'ordre, partant de O :
 - d'une lentille de champ achromatique (L_2)
 - d'un diaphragme amovible (D_3)
 - d'un diaphragme fixe (D_4)
 - d'un verre dépoli V
 et d'un photomultiplicateur (P.M)R.C.A. type I.P 21

- pour des mesures en polarisation, on peut encore placer devant le P.M un polaroïd (P') comme analyseur.

L'alimentation du photomultiplicateur et la détection de son courant se font de l'extérieur.

La cuve (C) est en silice la figure (III.12) en donne une coupe horizontale.

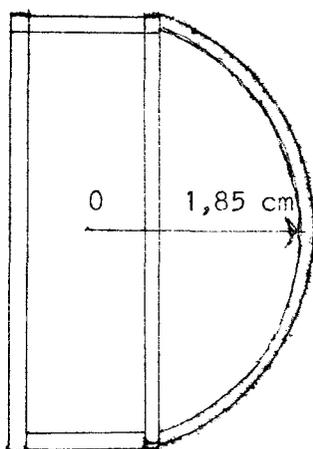


FIG (III.12)

Sa hauteur est de 6 cm, son indice moyen 1,52. Elle comprend 2 compartiments séparés par une lame mince transparente à faces parallèles. Le compartiment parallélépipédique est rempli de la suspension étudiée. Il est placé sur le trajet du faisceau incident dont le parallélisme est conservé par la face d'entrée plane. Le second compartiment hémicylindrique, est rempli d'eau pure. Il ne reçoit pas de lumière directement de la source; tourné vers le photomultiplicateur. Il permet simplement l'émergence des rayons diffusés dans

toutes les directions. La méthode de mesure a déjà été décrite [7]

b) Développement de la fonction de phase en Polynômes de Legendre

Il reste alors à déterminer à partir de la fonction de phase expérimentale les coefficients β_l qui la développent sous la forme

$$(1.30) \quad P(\theta) = \sum_{l=0}^{\infty} \beta_l P_l(u)$$

Nous la supposons à priori développée avec suffisamment d'exactitude par un développement à l'ordre 18. Ceci semble légitime étant donné que le α moyen de la granulométrie est inférieur à 10.

Nous aurons donc

$$(III.1) \quad P(\mu) = \sum_{\ell=0}^{18} \beta_{\ell} P_{\ell}(\mu)$$

Cette relation écrite pour les 19 angles θ_i donne la relation matricielle

$$(III.2) \quad \{P(\theta_i)\} = \{A_i^{\ell}\} \{\beta_{\ell}\} \quad \text{ou} \quad (A_i^{\ell}) = \beta_{\ell}(\mu_i)$$

Les 19 points θ_i étant choisis une fois pour toute $\theta_i = 0^{\circ} \xrightarrow{(10^{\circ})} 180^{\circ}$, on pourra inverser la matrice $\{A_i^{\ell}\}$ et déterminer les β_{ℓ} à partir des mesures $P(\theta_i)$ par

$$\beta_{\ell} = \sum_{i=0}^{18} (A^{-1})_{\ell}^i P(\theta_i)$$

On a obtenu

$\beta_0 = 1,0000$	$\beta_1 = 2,5319$	$\beta_2 = 3,2833$	$\beta_3 = 3,2026$
$\beta_4 = 2,5807$	$\beta_5 = 1,7911$	$\beta_6 = 1,1121$	$\beta_7 = 0,6606$
$\beta_8 = 0,4125$	$\beta_9 = 0,1995$	$\beta_{10} = 0,0630$	$\beta_{11} = 0,0126$
$\beta_{12} = 0,0002$			

On a porté sur la figure (II.8) courbe (b) l'indicatrice obtenue à partir de ces coefficients. On constate un très net désaccord avec l'indicatrice de la granulométrie. On a également reporté ces coefficients β_{ℓ} sur la fig (II.7) (courbe b) qui représente les variations des β_{ℓ} en fonction de α . On voit qu'ici aussi les deux courbes sont fortement décalées et que la courbe (b) indique que la distribution des particules aurait un diamètre moyen supérieur à celui mesuré au microscope électronique.

2. Détermination de l'albédo ω_0 du milieu

En multipliant l'équation (I.28) par $d\mu d\phi$ et en intégrant sur tout l'espace, en tenant compte de (I.8) on obtient

$$(III.3) \quad \frac{d}{d\tau} \int_0^{2\pi} \int_{-1}^{+1} \mu I(\tau, \mu, \phi) d\mu d\phi = \\ (1 - \omega_0) \int_0^{2\pi} \int_{-1}^{+1} I(\tau, \mu, \phi) d\mu d\phi - \omega_0 \pi Fe^{-\tau/\mu_0}$$

En posant

$$(III.4) \quad F(\tau) = \int_0^{2\pi} \int_{-1}^{+1} \mu I(\tau, \mu, \phi) d\mu d\phi = \text{flux diffus}$$

$$(III.5) \quad H(\tau) = \int_0^{2\pi} \int_{-1}^{+1} I(\tau, \mu, \phi) d\mu d\phi$$

(III.3) peut s'écrire

$$(III.6) \quad \frac{dF}{d\tau}(\tau) = (1 - \omega_0) H(\tau) - \omega_0 \pi Fe^{-\tau/\mu_0}$$

Si l'on introduit dans les équations la luminance totale comprenant le rayonnement diffus et le rayonnement transmis soit :

$$(III.7) \quad I'(\tau, \mu, \phi) = I(\tau, \mu, \phi) + \delta(\phi - \phi_0) \pi Fe^{-\tau/\mu_0}$$

Le flux correspondant est

$$(III.18) \quad F'(\tau) = F(\tau) + \mu_0 \pi Fe^{-\tau/\mu_0}$$

et la relation (III.6) s'écrit

$$(III.9) \quad \frac{dF'}{d\tau}(\tau) = (1 - \omega_0) H'(\tau), \text{ ou}$$

$$(III.10) \quad \frac{dF'}{dz}(z) = -b H'(z)$$

Il est donc possible à partir de cette relation de déduire des mesures le coefficient d'absorption du milieu. Ayant au préalable mesuré le coefficient d'absorption de l'absorbant seul, on doit pouvoir déterminer l'absorption propre du diffusant.

Cette façon de procéder présente de grosses difficultés (voir 5^e partie) dans le cas des couches minces, aussi avons nous préféré utiliser le résultat déduit de l'étude du régime asymptotique [7]. On trouve que l'albédo du diffusant est 0.985. On voit donc que l'on a une valeur approchée de ω_0 en le calculant à partir des mesures préalables des coefficients d'extinction

$K = k' + b'$ du diffusant et

b du colorant.

L'albédo réel est en fait

$$\omega_0 = \frac{k'}{k' + b' + b} = \frac{k' + b'}{k' + b' + b} \times \frac{k'}{k' + b'}$$

Albédo exact = Albédo calculé x albédo du diffusant

L'albédo déduit des mesures effectuées au transmissiomètre doit donc être corrigé par une facteur multiplicatif égal à l'albédo propre du diffusant soit 0.985.

III / COMPARAISON DES RESULTATS /

Les calculs théoriques ont été repris avec les nouveaux coefficients β_L et pour les albédos corrigés.

En se reportant à la figure (III.13) sur laquelle on a tracé les diagrammes de luminance pour les épaisseurs optiques $\tau = 0.5; 2, 4, 6$ l'épaisseur optique totale τ_1 étant égale à 8 et l'albédo étant 0.985, on constate cette fois qu'il y a un bon accord entre les résultats expérimentaux et les résultats théoriques. Les figures (III.14) à (III.16) montrent la même comparaison entre les résultats théoriques et expérimentaux pour $\tau_1 = 8, \omega_0 = 0.88$ et $\tau_1 = 8.6, \omega_0 = 0.60$

Sur les figures (III.17) à (III.19) on a tracé, pour les mêmes milieux, la variation de luminance en fonction de la profondeur, pour diverses directions, d'après les mesures et les calculs théoriques.

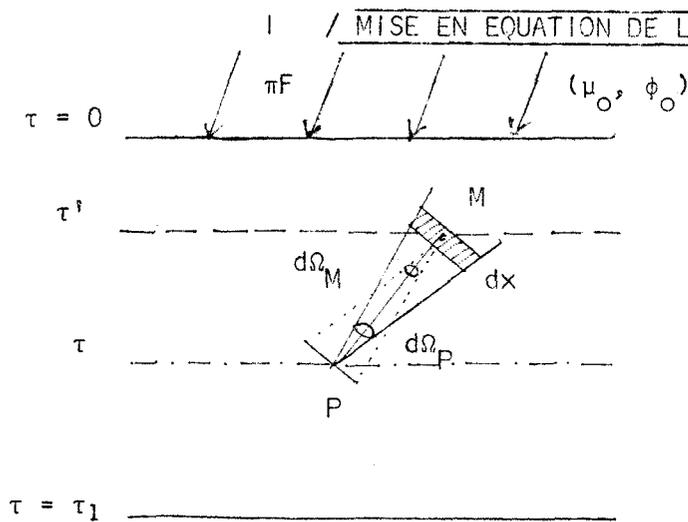
L'accord est en général assez satisfaisant. Il convient toutefois de remarquer la plus grande dissymétrie des diagrammes expérimentaux. Celle ci peut certainement se justifier en partie

par l'imprécision qui subsiste sur la fonction de phase obtenue expérimentalement par suite de l'extrapolation à l'avant. On peut aussi envisager une perturbation des mesures pour les directions ($\theta = 0^\circ$, $\theta = 90^\circ$) qui s'accroît fortement quand ω_0 diminue, car comme nous l'avons déjà signalé pour ces directions l'appareil arrête une partie du faisceau incident. Il en résulte que dans l'intensité mesurée à $\theta = 0^\circ$ par exemple, il n'y a pas d'intensité primaire et il manque une partie de l'intensité diffusée d'ordre supérieur par suite de la présence de l'appareil. L'évaluation exacte de la perturbation causée par celui-ci est hors de question mais l'importance de la diffusion primaire pourra éventuellement nous renseigner quant à son importance.

ème
IV PARTIE

IMPORTANCE DE LA DIFFUSION PRIMAIRE

EFFET D'APPAREIL



Soit $I(\tau, \mu, \phi)$ ($\text{W/m}^2/\text{sr}$)

La luminance en un point P de la couche situé à la profondeur optique τ . Quelle fraction de $I(\tau, \mu, \phi)$ est constituée par de la diffusion primaire ?

Supposons qu'en P on ait une surface receptrice dS_P et que l'on vise dans un angle solide $d\Omega_P$ autour de la direction (μ, ϕ)

Fig (IV.1)

Autour de M, sur la normale à dS_P on considère un élément de volume tronc conique dv de base dS_M et de hauteur dx (fig (IV.1))
Le point M se trouve à la profondeur optique τ' .

$$(IV.1) \quad dv = d\Omega_P PM^2 dx$$

$$(IV.2) \quad dv = d\Omega_P PM^2 \frac{d\tau'}{K|\mu|}$$

cet élément de volume reçoit l'éclairement

$$(IV.3) \quad E = \pi F e^{\tau/\mu_0} \text{ et diffuse vers P l'intensité}$$

$$(IV.4) \quad J = \frac{k}{4\pi} P(\mu, \phi, \mu_0, \phi_0) E dv ;$$

Le flux $d\phi_E$ émis vers P vaut

$$(IV.5) \quad d\phi_E = J d\Omega_M = J dS_P / PM^2$$

Le flux qui arrive en P, après atténuation par la traversée du milieu sera donc

$$(IV.6) \quad d\phi_R = J dS_P / PM^2 \cdot e^{-(\tau - \tau')/\mu}$$

Or ce flux $d\phi_R$ contenu dans $d\Omega_P$ arrivant sur dS_P correspond à une luminance en P

$$(IV.7) \quad dI_1(\tau; \mu, \phi) = \frac{d\phi_R}{d\Omega_P dS_P} = J \frac{e^{-(\tau - \tau')/\mu}}{PM^2 d\Omega_P}$$

Soit

$$(IV.8) \quad dl_1(\tau; \mu, \phi) = \frac{K}{4\pi} P(\mu, \phi; \mu_0, \phi_0) \pi F e^{\tau/\mu_0} e^{-(\tau-\tau')/\mu} \frac{d\tau'}{K|\mu|}$$

$$(IV.9) \quad dl_1(\tau; \mu, \phi) = \frac{\omega_0}{4\pi} P(\mu, \phi; \mu_0, \phi_0) F e^{\tau/\mu_0} e^{-(\tau-\tau')/\mu} \frac{d\tau'}{|\mu|}$$

On aura par intégration sur τ' la luminance $l_1(\tau; \mu, \phi)$ due à la diffusion primaire

a) Cas ou $\mu < 0$

$$(IV.10) \quad l_1(\tau; \mu < 0, \phi) = \frac{\omega_0}{4\pi} P(\mu, \phi; \mu_0, \phi_0) \pi F \frac{e^{-\tau/\mu}}{\mu} \int_{\tau}^{\infty} e^{\tau'(1/\mu_0 - 1/\mu)} d\tau'$$

soit

$$(IV.11) \quad l_1(\tau; \mu < 0, \phi) = \frac{\omega_0}{4\pi} \pi F P(\mu, \phi; \mu_0, \phi_0) \frac{\mu_0}{\mu_0 - \mu} (e^{\tau/\mu_0} - e^{\tau/\mu})$$

b) Cas ou $\mu > 0$

L'expression (IV.9) est toujours valable mais il convient cette fois de l'intégrer pour τ' allant de τ_1 fond de la couche à τ

$$(IV.12) \quad l_1(\tau; \mu > 0, \phi) = \frac{\omega_0}{4\pi} P(\mu, \phi; \mu_0, \phi_0) \pi F \frac{e^{-\tau/\mu}}{\mu} \int_{\tau}^{\tau_1} e^{\tau'(1/\mu_0 - 1/\mu)} d\tau'$$

soit

$$(IV.13) \quad l_1(\tau; \mu > 0, \phi) = \frac{\omega_0}{4\pi} P(\mu, \phi; \mu_0, \phi_0) \pi F \frac{\mu_0}{\mu - \mu_0} e^{\tau/\mu_0} \left(1 - e^{-(\tau-\tau_1)(1/\mu - 1/\mu_0)} \right)$$

Si $\mu = 0$, (IV.11) ou (IV.13) donnent

$$(IV.14) \quad l_1(\tau; \mu = 0, \phi) = \frac{\omega_0}{4\pi} P(\mu, \phi; \mu_0, \phi_0) \pi F e^{\tau/\mu_0}$$

c) Cas ou $\mu = \mu_0$

Si dans l'expression (IV.9) on remplace μ par μ_0 on obtient :

$$(IV.15) \quad dI_1(\tau; \mu = \mu_0, \phi) = \frac{\omega_0}{4\pi} P(\mu_0, \phi; \mu_0, \phi_0) \pi F e^{\tau/\mu} \frac{d\tau'}{\mu_0}$$

$$(IV.16) \quad I_1(\tau; \mu = \mu_0, \phi) = \frac{\omega_0}{4\pi} P(\mu_0, \phi; \mu_0, \phi_0) \pi F e^{\tau/\mu_0} \int_{\tau}^{\infty} d\tau'$$

$$(IV.17) \quad I_1(\tau; \mu = \mu_0, \phi) = \frac{\omega_0}{4\pi} P(\mu_0, \phi; \mu_0, \phi_0) \pi F \frac{\tau}{\mu_0} e^{\tau/\mu_0}$$

Un programme en Algol a été écrit pour calculer I_1 à partir de ces formules (voir annexe) et les calculs ont été effectués sur Bull M.40 au Centre de Calcul Numérique de LILLE

II / RESULTATS - COMPARAISON AVEC L'INTENSITE TOTALE /

On a tracé (fig (IV.1) ; (IV.2) ; (IV.3)) le rapport de la luminance de diffusion primaire à la luminance totale $R = \frac{I_1}{I_{tot}}$ en fonction de τ pour différents angles dans le cas d'une incidence normale; chaque figure se rapporte à un des 3 milieux étudiés précédemment.

On peut d'abord remarquer que l'importance de la diffusion primaire décroît quand ω_0 augmente bien que l'intensité primaire soit proportionnelle à celui-ci. Ceci provient du fait que l'intensité croît très vite avec l'albédo (fig (IV.17) ; IV.18 ; (IV.19)).

On constate en outre que pour $\mu > 0$ l'intensité primaire peut devenir importante au voisinage de la surface surtout si ω_0 est faible ($R = 0,3$ pour $\theta = 0$; $\omega_0 = 0,6$) mais qu'elle décroît assez vite lorsque τ augmente. Par contre elle reste assez importante pour $\mu < 0$ et surtout pour μ voisin de μ_0 . Il faut donc, après avoir mis en évidence l'importance de la diffusion primaire, déterminer dans quelle mesure elle est perturbée par la présence de l'appareil et voir, si elle peut expliquer le désaccord constaté au voisinage de la surface pour $\omega_0 = 0,60$ et $0 < \mu < 1$

III / EFFET D'APPAREIL /

Nous nous limiterons au cas d'une incidence normale ($\mu_0 = -1$). Pour cela considérons un point P de la surface de la glace d'entrée à la distance y du centre et supposons que l'on vise dans un angle solide $d\Omega_P$ autour de la direction (μ, ϕ) de la normale à la surface. Autour de M sur la normale dS_P on considère un élément de volume tronç conique dv de base dS_M et de hauteur dx (fig (IV.4))

$$dv = d\Omega_P \cdot PM^2 \cdot dx$$

Cet élément de volume reçoit l'éclairement

$$E = \pi F_0 e^{-Kx_0} e^{-Ky \sin \theta} e^{-Kx \cos \theta}$$

et diffuse vers P l'intensité une fois diffusée

$$J = \frac{k}{4\pi} P(\theta) E \cdot dv$$

soit un flux $d\phi_E$ émis vers P

$$d\phi_E = J d\Omega_P = J dS_P / PM^2$$

Le flux reçu par dS_P après atténuation par la traversée sera

$$d\phi_R = d\phi_E e^{-Kx} \quad \text{soit}$$

$$d\phi_R = \frac{k}{4\pi} P(\theta) d\Omega_P \pi F_0 e^{-Kx_0} e^{-Kysin\theta} e^{-Kx \cos\theta} e^{-Kx} dS_P dx$$

avec $dS_P = 2 \sqrt{R^2 - y^2} dy$ (fig (IV.4))

$$d\phi_R = \frac{k}{4\pi} P(\theta) d\Omega_P F_0 e^{-Kx_0} e^{-Kysin\theta} e^{-Kx(1+\cos\theta)} \cdot 2 \sqrt{R^2 - y^2} dx dy$$

Si le détecteur était parfaitement transparent le flux dû à l'intensité une fois diffusée dans la direction (θ) serait

$$\phi_1 = \frac{k}{2\pi} P(\theta) d\Omega_P \pi F_0 e^{-Kx_0} \int_{-R}^{+R} e^{-Kysin\theta} \sqrt{R^2 - y^2} \int_0^Y e^{-Kx(1+\cos\theta)} dy dx$$

avec $Y = (H - h_0 \sin \theta) / \cos \theta$

Mais comme l'appareil arrête une partie du faisceau incident, on perd l'intensité une fois diffusée dans le volume qui n'est pas éclairé (volume hachuré sur la figure IV.4). Or celui ci donnerait une contribution $\Phi_{\Delta 1}$ (flux primaire stoppé) au flux primaire Φ_1 égale à

$$\Phi_{\Delta 1} = \frac{k}{2\pi} P(\theta) d\Omega_P \pi F e^{-K h_0} \int_{-R}^R \sqrt{R^2 - y^2} e^{-Ky \sin \theta} \int_0^x e^{-Kx(1+\cos \theta)} dy dx$$

$$\text{avec } x = (l+y)/\text{tg}\theta$$

Nous allons évaluer le rapport

$$Q = \frac{\Phi_{\Delta 1}}{\Phi_1} = \frac{\int_{-R}^{+R} \sqrt{R^2 - y^2} e^{-Ky \sin \theta} \int_0^x e^{-Kx(1+\cos \theta)} dy dx}{\int_{-R}^R \sqrt{R^2 - y^2} e^{-Ky \sin \theta} \int_0^y e^{-Kx(1+\cos \theta)} dy dx}$$

$$\int_0^x e^{-Kx(1+\cos \theta)} dx = \frac{1 - e^{-K(l+y)(1+\cos \theta)/\text{tg}\theta}}{K(1+\cos \theta)}$$

$$\int_0^y e^{-Kx(1+\cos \theta)} dy = \frac{1 - e^{-K(1+\cos \theta)(H-h_0 - y \sin \theta)/\cos \theta}}{K(1+\cos \theta)}$$

$$Q = \frac{\Phi_{\Delta 1}}{\Phi_1} = \frac{L_1 - L_2}{L_1 - L_3}$$

$$\text{avec } L_1 = \int_{-R}^{+R} \sqrt{R^2 - y^2} e^{-Ky \sin \theta} dy$$

$$L_2 = \int_{-R}^{+R} \sqrt{R^2 - y^2} e^{-Ky \sin \theta} e^{-K(l+y)(H+\cos \theta)/\text{tg}\theta} dy$$

$$L_3 = \int_{-R}^{+R} \sqrt{R^2 - y^2} e^{-Kys \sin \theta} e^{-K(1+\cos \theta)(H_0 - h - y \sin \theta)/\cos \theta} dy$$

Calcul des L_1 Posons $\frac{Y}{R} = \cos z$

$$K \sin \theta = \frac{A}{R}$$

$$L_1 = R^2 \int_0^\pi e^{-A \cos z} \sin^2 z \, dz$$

$$\sin^2 z = \frac{1 + \cos 2z}{2}$$

$$L_1 = R^2 \frac{\pi}{2} \left\{ \frac{1}{\pi} \int_0^\pi e^{-A \cos z} \, dz + \frac{1}{\pi} \int_0^\pi e^{-A \cos z} \cos 2z \, dz \right\}$$

$$L_1 = \frac{\pi R^2}{2} \left\{ J_0(+iA) + J_2(+iA) \right\} \quad \text{où } A = RK \sin \theta \quad \text{et}$$

où J_0 et J_2 , sont les fonctions de Bessel modifiées de 1ère espèce

Calcul de L_2 et L_3 : en opérant de la même façon on trouve

$$L_2 = \frac{\pi R^2}{2} e^{-Kl(1+\cos \theta)/\text{tg} \theta} \{J_0(+Bi) + J_2(+Bi)\} \text{ avec } B = +RK(1+\cos \theta)/\sin \theta$$

$$L_3 = e^{-K(H-h_0)(1+\cos \theta)/\cos \theta} \frac{\pi R^2}{2} \{J_0(+iC) + J_2(+iC)\}$$

avec $C = +RK(\sin \theta + \text{tg} \theta(1+\cos \theta))$

Les calculs faits pour divers angles et diverses profondeurs donnent ci-dessous pour les valeurs de Q le tableau suivant :

	$\tau = 0$	$\tau = 6$
$\theta = 0^\circ$	1	1
$\theta = 10^\circ$	0,997	0,999
$\theta = 20^\circ$	0,942	0,945
$\theta = 40^\circ$	0,686	0,687
$\theta = 60^\circ$	0,382	0,383
$\theta = 80^\circ$	0,109	0,109
$\theta = 90^\circ$	0	0

Si on appelle I_{1s} la fraction de la luminance primaire stoppée par l'appareil on a :

$$I_{1s}(\tau, \theta) = Q(\tau, \theta) I_1(\tau, \theta) = Q(\tau, \theta) R(\tau, \theta) I_{totale}$$

Si I_{Mes} est l'intensité mesurée

$$I_{Mes} = I_{totale} - (I_{1s} + I_{2s} + I_{3s} + \dots)$$

ou les I_{ns} sont les contributions des intensités diffusées d'ordre n stoppées par l'appareil.

Supposons les I_{ns} négligeables pour $n \geq 2$ on aura alors $I_{mes} = I_{totale} - I_{1s} = I_{totale} - Q \cdot R \cdot I_{totale}$

$$I_{mes} = I_{totale} (1 - Q(\tau, \theta) R(\tau, \theta))$$

$$\text{soit } I_{tot} = \frac{I_{mes}}{(1 - Q(\tau, \theta) R(\tau, \theta))}$$

Les valeurs expérimentales doivent donc être corrigés par le facteur $\frac{1}{1 - Q(\tau, \theta) R(\tau, \theta)}$ dont le tableau ci dessous donne quelques valeurs pour $\omega_0 = 0,6$, $\tau_1 = 8,6$

$1/(1 - QR)$	$\tau = 0$	$\tau = 0,5$	$\tau = 1$	$\tau = 2$	$\tau = 3$
$\theta = 0^\circ$	1,72	1,44	1,30	1,16	1,10
$\theta = 20^\circ$	1,39	1,26	1,18	1,09	1,05
$\theta = 40^\circ$	1,26	1,18	1,13	1,07	1,04
$\theta = 60^\circ$	1,13	1,08	1,05	1,03	1,01
$\theta = 80^\circ$	1,04	1,02	1,01	1,01	1
$\theta = 90^\circ$	1	1	1	1	1

Sur les figures (III.15) et (III.19) on a porté les points expérimentaux après correction de l'effet d'appareil sur la diffusion primaire : on constate une amélioration des résultats surtout au voisinage de la surface.

Pour $\omega_0 = 0.88$ et 0.985 la correction est très faible étant donné que la diffusion primaire est peu importante. Le tableau ci-dessous donne quelques valeurs de correction

	$\tau = 0$	$\tau = 0,5$	$\tau = 2$
$\theta = 0^\circ$ $\omega_{\odot} = 0.88$	1,09	1,06	1,02
$\omega_{\odot} = 0.985$	1,02	1,01	1
$\theta = 20^\circ$ $\omega_{\odot} = 0.88$	1,06	1,03	1,01
$\omega_{\odot} = 0.985$	1,01	1,01	1
$\theta = 40^\circ$ $\omega_{\odot} = 0.88$	1,04	1,03	1,01
$\omega_{\odot} = 0.985$	1,01	1,01	1

Si la correction apportée, en tenant compte de l'effet d'appareil sur la diffusion primaire apportée une amélioration sensible pour $\omega_{\odot} = 0,6$, il n'en reste pas moins qu'un désaccord persiste dans la zone ($\theta = 0^\circ$, $\theta = 90^\circ$) et il est d'autant plus fort que l'albédo est plus faible et donc que la répartition de la luminance dépend de façon plus directe de la fonction de phase. C'est donc vraisemblablement plus une mauvaise détermination de celle-ci qu'un effet d'appareil sur les diffusions multiples qui est la cause du désaccord constaté.

v^{ème} PARTIE

CALCUL DES FLUX

Nous avons vu comment on déterminait l'albédo pour une diffusion à partir des mesures des coefficients d'absorption et de diffusion au transmissiomètre. Cette façon de procéder n'est possible que parce que l'on utilise deux produits différents pour réaliser les propriétés d'absorption et de diffusion et nous avons vu qu'elle introduit une certaine erreur si le diffusant présente une légère absorption propre. D'une façon générale il semble souhaitable de pouvoir déterminer l'albédo d'un milieu sans pour autant connaître les propriétés et les concentrations de ces constituants. Nous avons vu que cela était possible à partir des relations (III.9) ou (III.10). Il faut pour cela déterminer les fonctions $F^i(\tau)$ et $H^i(\tau)$. Celles-ci peuvent être mesurés avec un fluxmètre plan et un fluxmètre sphérique. Comme nous ne disposons pas de ces appareils dont l'immersion dans la couche provoquerait sans doute de nouvelles perturbations, nous nous proposons de calculer $F^i(\tau)$ et $H^i(\tau)$ à partir des mesures de luminance. Pour calculer

$$F^i(\tau) = \int_0^{2\pi} \int_{-1}^{+1} \mu I^i(\tau; \mu, \phi) \, d\mu \, d\phi$$

$$H^i(\tau) = \int_0^{2\pi} \int_{-1}^{+1} I^i(\tau; \mu, \phi) \, d\mu \, d\phi$$

Nous avons utilisé la méthode de quadrature de Gauss $F^i(\tau)$ et $H^i(\tau)$ ont été calculés avec 48 points pour $\omega = 0,5 \frac{0,5}{8}$ et ce pour les différents milieux réalisés.

Les figures (V.1)(V.2) et (V.3) représentent les variations de $F^i(\tau)$ et de $H^i(\tau)$ en fonction de τ pour

$\tau_1 = 8$	$\omega_0 = 0,985$
$\tau_1 = 8$	$\omega_0 = 0,88$
$\tau_1 = 8,6$	$\omega_0 = 0,6$

Si la méthode de quadrature donne d'excellents résultats pour une fonction monotone, de degré inférieur à 96 en μ il n'en est pas de même lorsqu'elle présente un pic comme c'est le cas au voisinage de la surface.

Toutefois à partir de la profondeur optique $\tau = 3$ ce pic tend à disparaître et l'intégration devient alors meilleure.

Comme la fonction $F'(\tau)$ est monotone et lentement décroissante nous avons considéré que

$$\left[\frac{\partial F'}{\partial \tau} \right]_{\tau = \tau_i} = F'(\tau_i + 0,5) - F'(\tau_i - 0,5)$$

Les figures (V.4) et (V.5) représentent

$$\frac{\partial F'}{\partial \tau} \quad \text{en fonction de } H'(\tau)$$

Pour τ assez grand (faibles valeurs de $F'(\tau)$ et $H'(\tau)$) on constate que la courbe représentative de cette fonction est comme prévu une droite dont la pente doit nous donner le facteur $(1 - \omega_0)$

Pour $\tau_1 = 8,6$ $\omega_0 = 0,6$ on obtient $(1 - \omega_0) = 0,36$
au lieu de 0.40

Pour $\tau_1 = 8$ $\omega_0 = 0,88$ on obtient $(1 - \omega_0) = 0.14$
au lieu de 0.12

On voit que ces résultats sont en assez bon accord avec ceux que l'on pouvait prévoir, mais qu'ils sont insuffisants pour améliorer ω_0 . Pour $\tau_1 = 8$, $\omega_0 = 0,985$ les variations de $F'(\tau)$ sont trop faibles étant donné la précision des mesures et les points s'alignent pratiquement sur une droite ce qui correspondrait à $\frac{\partial F'}{\partial \tau} = \text{constante}$ soit $(1 - \omega_0) = 0$ (milieu non absorbant).

Pour obtenir une meilleure précision il faut réaliser des couches minces dont l'épaisseur optique soit plus importante. On aura alors une meilleure connaissance des fonctions $F'(\tau)$ et $H'(\tau)$. C'est pour cette raison que nous avons préféré choisir l'albédo du diffusant à partir des mesures effectuées en régime asymptotique.

C O N C L U S I O N

De cette étude, il ressort que le modèle réduit d'atmosphère plane, parallèle, et homogène est satisfaisant et que le détecteur optique est assez bien adapté à nos mesures.

L'appareillage a permis une assez bonne vérification des résultats calculés par la méthode des harmoniques sphériques.

La comparaison a confirmé le résultat acquis par M. HERMAN, à savoir que l'indicatrice de diffusion, prévue à partir de la granulométrie et de la théorie de Mie, doit être corrigée par des mesures directes en diffusion primaire. Comme une bonne connaissance de la fonction de phase est nécessaire, il serait très souhaitable de mettre au point un dispositif plus performant que le diffusionomètre utilisé; celui-ci ne permettant pas de faire des mesures dans les directions avant et arrière. L'étape suivante serait alors de reprendre les mesures en couches finies sur différents produits, pour diverses épaisseurs optiques, en faisant varier l'incidence, et de passer au problème plus complet tenant compte de la polarisation, en mettant au point un dispositif de mesure et des méthodes de calcul numériques générales.

ANNEXE

```

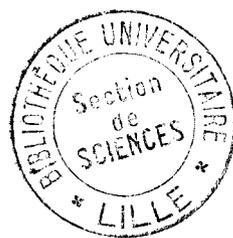
'BEGIN' 'COMMENT' CONTRIBUTION DE LA DIFFUSION PRIMAIRE AU DIAGRAMME
DE LUMINANCE EN INCIDENCE NORMALE;
'INTEGER' L,K,A,V,N;
'REAL' PI,PIZERO, TAU1, F, MUZERO, TAU, TETA, MU, PO, P1, P2, J, IPRIMAIRE;
L:=DATA; K:= DATA; PI := DATA; F := 1/4; MUZERO := -1;
'BEGIN' 'ARRAY' B[0:L], I[0:K];
TEXT("TETA.L\");PRINT(2);
'FOR' A := 0'STEP' 1 'UNTIL' L 'DO' 'BEGIN' B[A]:= DATA;
EDIT("F12.9\,B[A]);PRINT(2); 'END';
'FOR' V := 0 'STEP' 1 'UNTIL' K 'DO' 'BEGIN' TETA := 180 * V/K;
MU := COS(V * PI/K); PO := 0; P1 := 1; I[V] := 1; J := -1;
'FOR' N := 1'STEP' 1 'UNTIL' L 'DO' 'BEGIN'
P2 :=(2 * N - 1)/N * MU * P1 - (N - 1)/I * PO;
I[V] := I[V] + B[N] * P2 * J ;PO :=P1; P1 :=P2; J := -J; 'END';
EDIT("F3.0\,TETA);SPACE(3);EDIT("F18.12\,I[V]); PRINT(2); 'END';
W: PIZERO := DATA; TAU1 := DATA; TEXT("PIZERO=\");EDIT("F6.4\,PIZERO);PRINT(2);
TEXT("TAU1= \");EDIT("F6.3\,TAU1); PRINT(2);
'FOR' TAU :=0, 0.5, 1, 1.5, 2, 2.5, 3, 4, 5, 6, 6.5, 7, 7.5, TAU1 'DO'
'BEGIN' EDIT("F5.3\,TAU); PRINT(3);
'FOR' V :=0'STEP' 1 'UNTIL' K 'DO' 'BEGIN' TETA := 180 * V/K;
MU :=COS(V * PI/K); EDIT("F3.0\,TETA);
'IF' MU>0 'THEN' 'BEGIN'IPRIMAIRE := PIZERO * I[V] * EXP(TAU/MUZERO) *
(1 - EXP((TAU -TAU1) * (1/MU - 1/MUZERO))) / (MU - MUZERO);
EDIT("F18.12\,IPRIMAIRE);PRINT(1); 'END'
'ELSE' 'BEGIN' 'IF' MU = 0'THEN' 'BEGIN' IPRIMAIRE := PIZERO * I V * F *
EXP(TAU/MUZERO);EDIT("F18.12\,IPRIMAIRE);PRINT(1); 'END'
'ELSE' 'BEGIN' 'IF' TETA =180 'THEN' 'BEGIN' IPRIMAIRE := PIZERO *
I[V] * F * TAU *EXP(TAU/MUZERO);EDIT("F18.12\,IPRIMAIRE);PRINT(1); 'END'
'ELSE' 'BEGIN' IPRIMAIRE := PIZERO * I[V] * F * MUZERO * (EXP(TAU/MUZERO)-
EXP(TAU/MU))/(MUZERO- MU);EDIT("F18.12\,IPRIMAIRE);PRINT(1); 'END';
'END'; 'END'; 'END'; 'END'; 'GOTO' W; 'END'; 'END'

```

Un programme similaire a ete ecrit pour une incidence quelconque .

B I B L I O G R A P H I E

- {1} G.MIE. Ann. der. Phys. 25. (1908). 377
- {2} J. LENOBLE. Cours de D.E.A. Optique Atmosphérique
- {3} DAVISON . Neutron. Transport. Theory. Clarendon. Press, Oxford. (1958)
- {4} J.C. GUILLEMOT. Thèse, Fac. Sciences. Lille. (1966)
- {5} J. MARENGO. Thèse, Fac. Sciences. Lille (1968)
- {6} M. HERMAN. C.R. Acad. Sciences, 260. (1965). 468
- {7} M. HERMAN. Thèse, Fac. Sciences. Lille (1968)
- {8} C. DEVAUX. D.E.A. Fac. Sciences. Lille (1966)



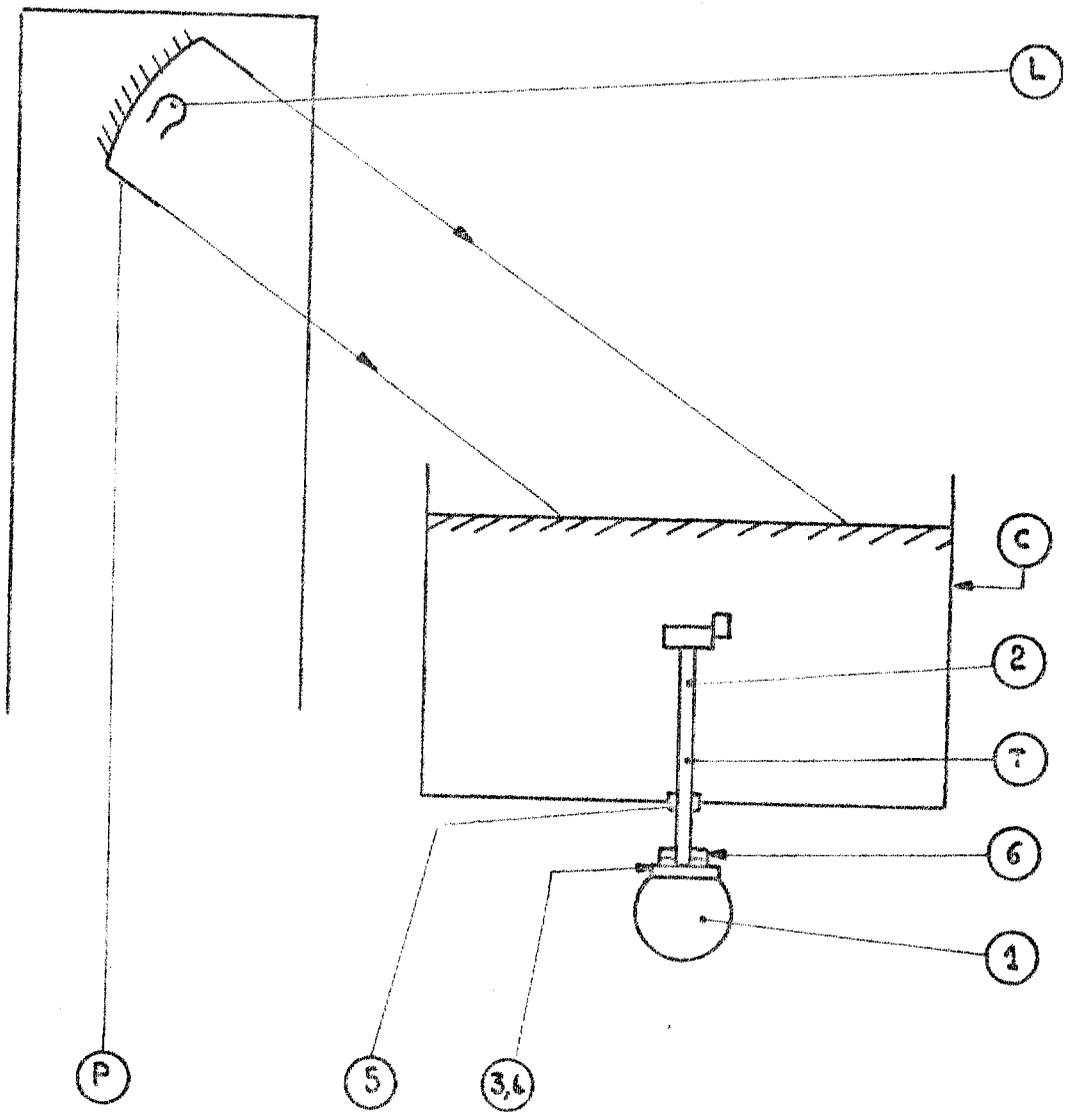


FIGURE (11.1)

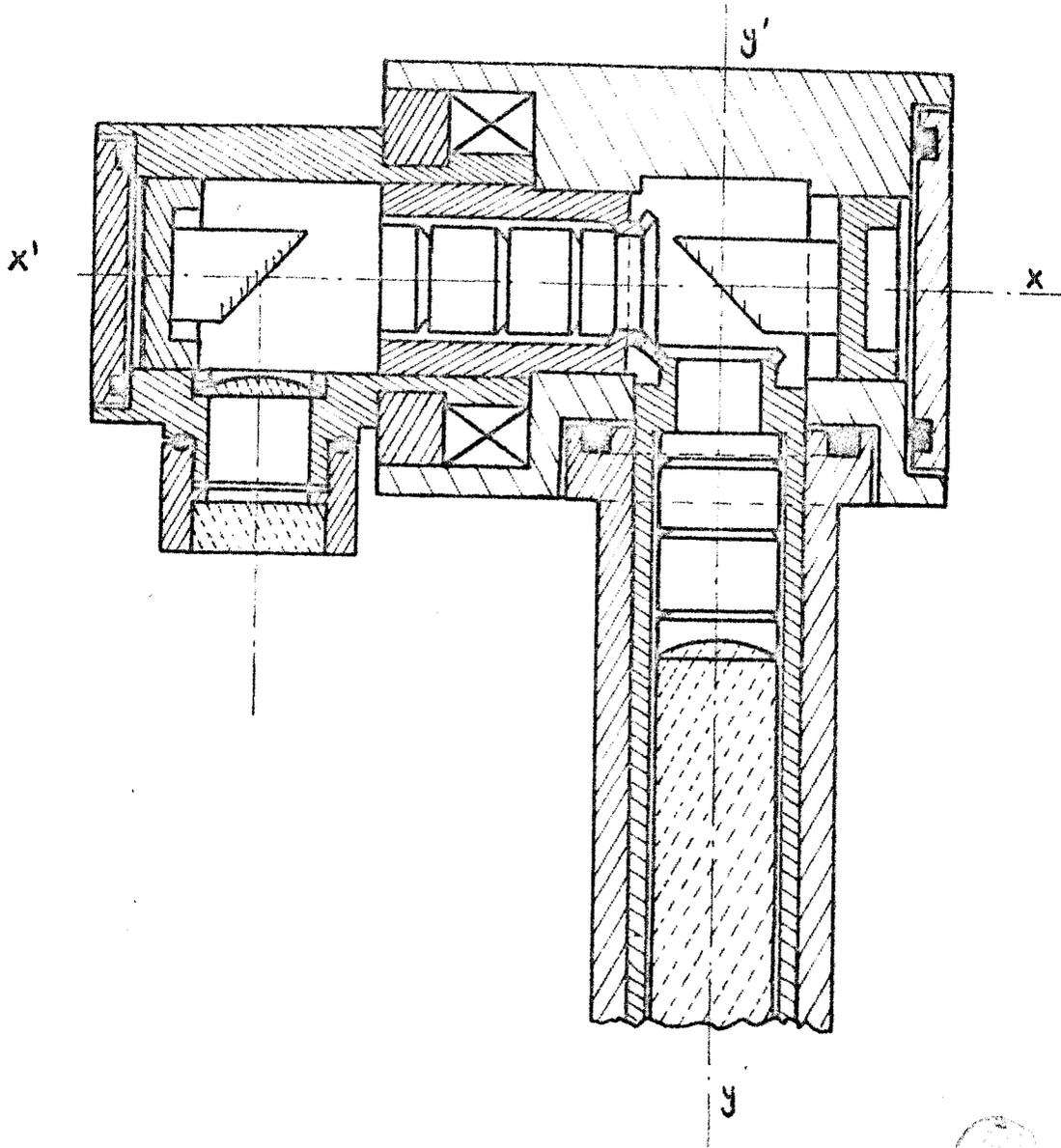


FIGURE (11.2)

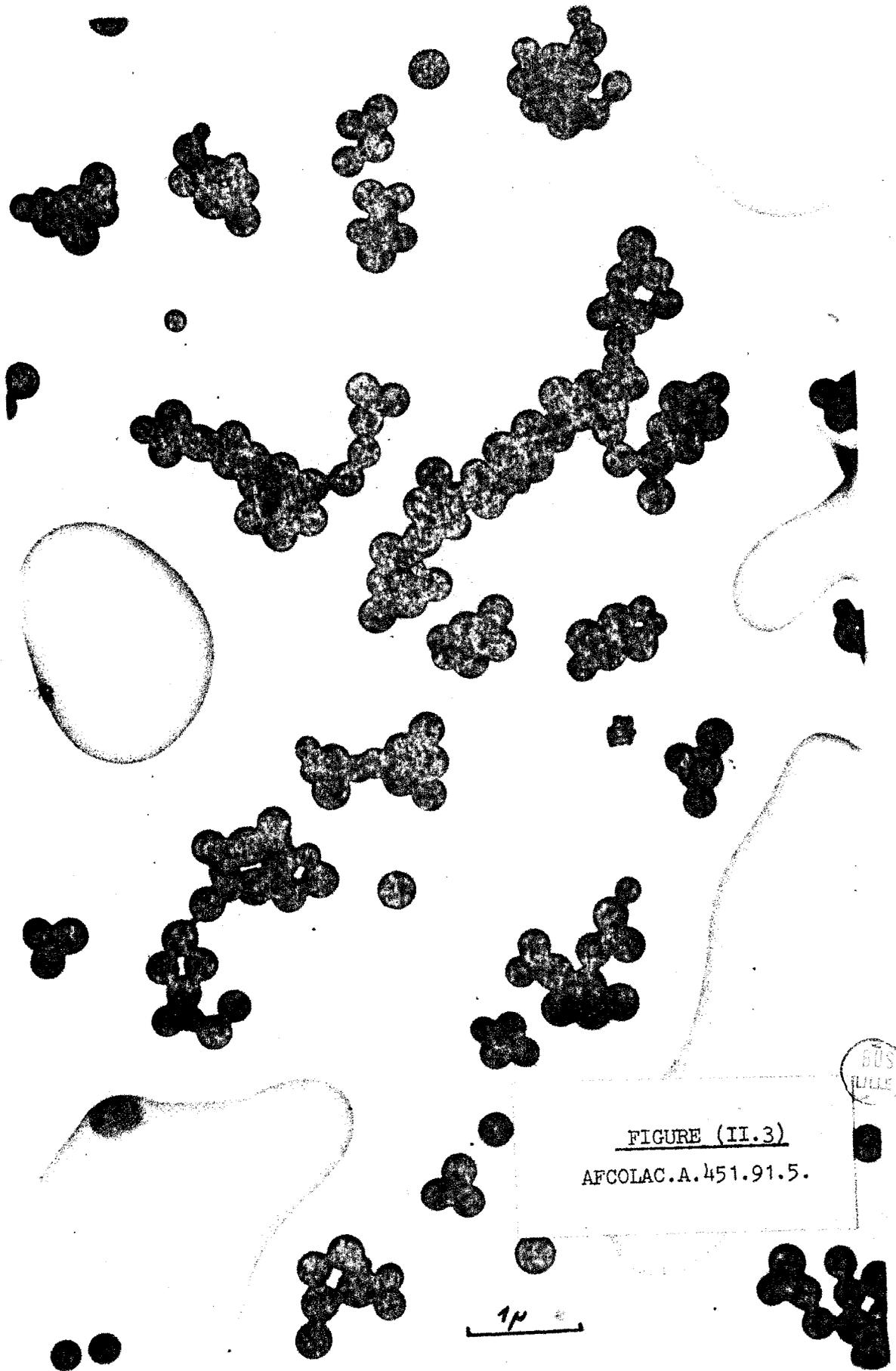


FIGURE (II.3)
AFCOLAC.A.451.91.5.

BUS
MILLER

1μ

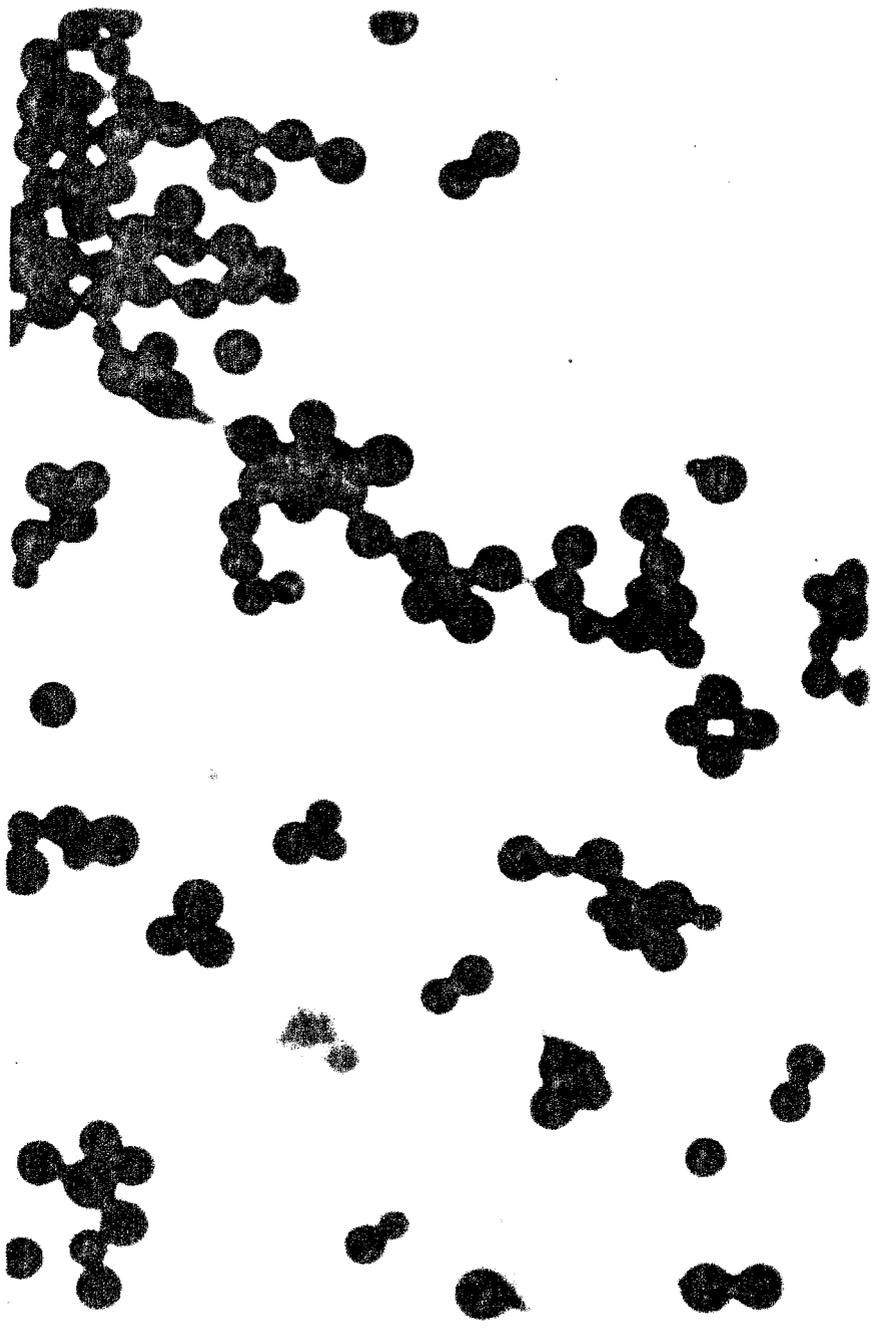
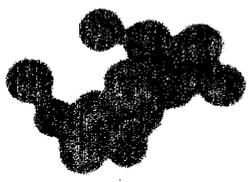
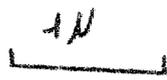
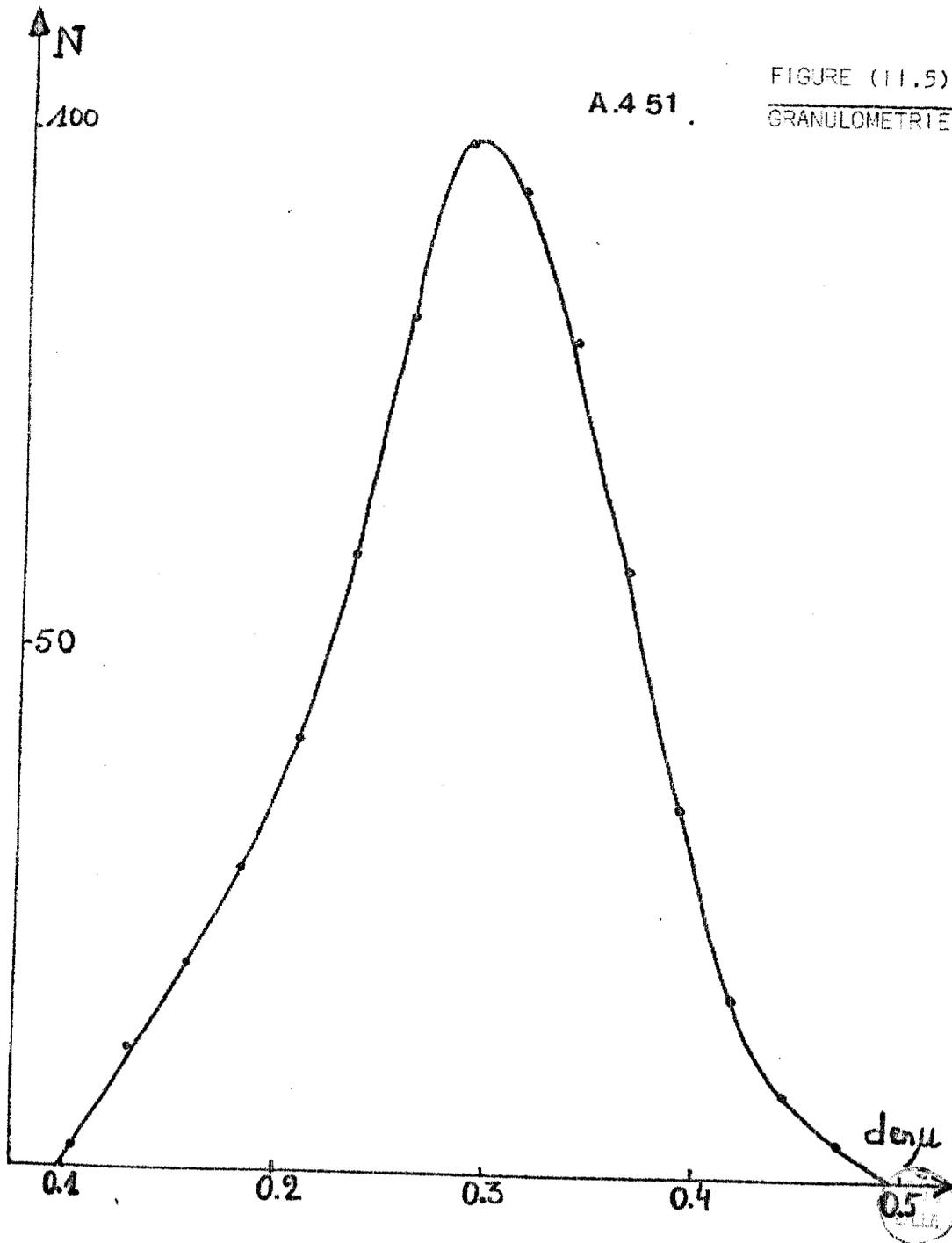


FIGURE (II.4)

AFCOLAC.A.451.91.5.





A.451.

FIGURE (11.5)
GRANULOMETRIE

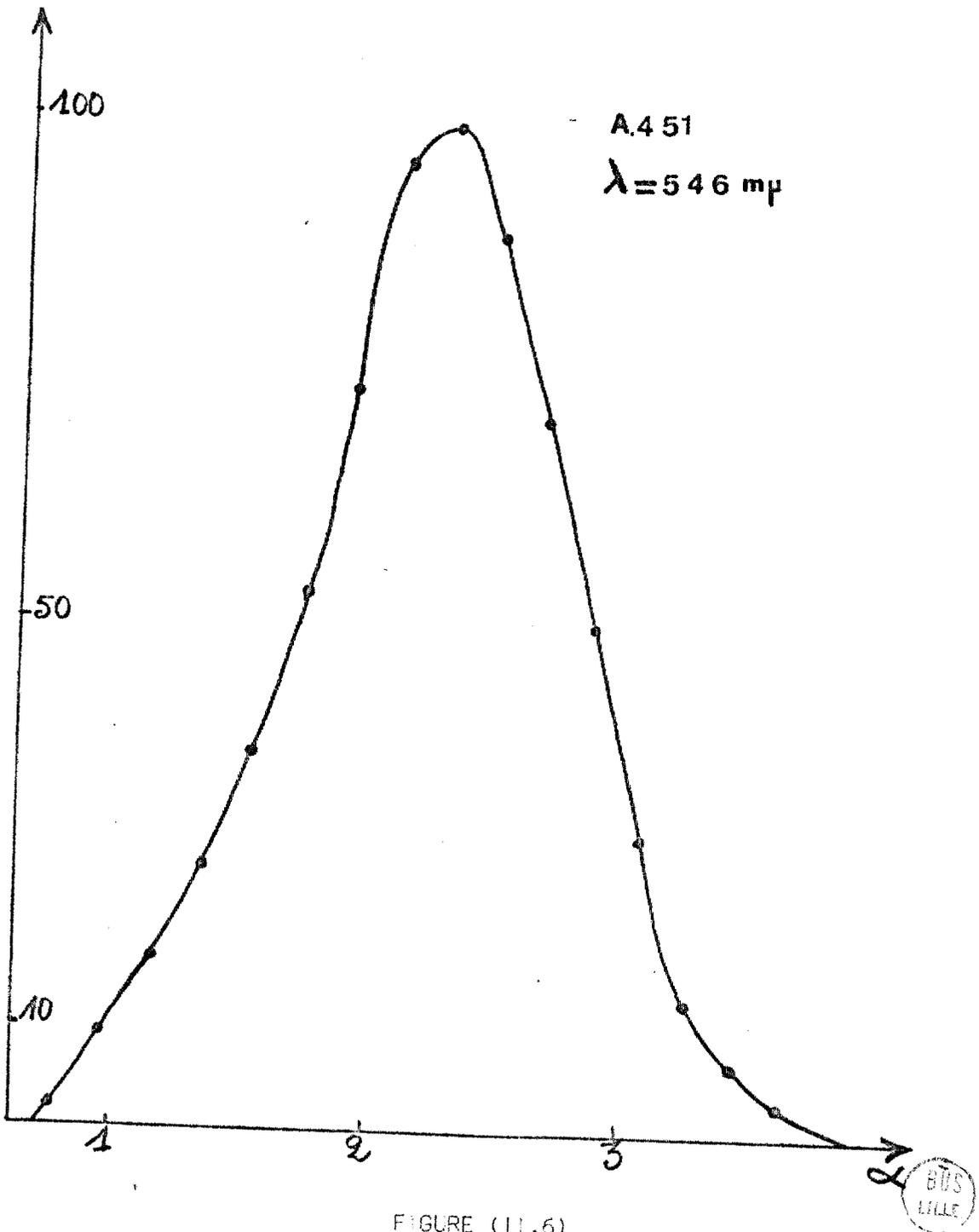


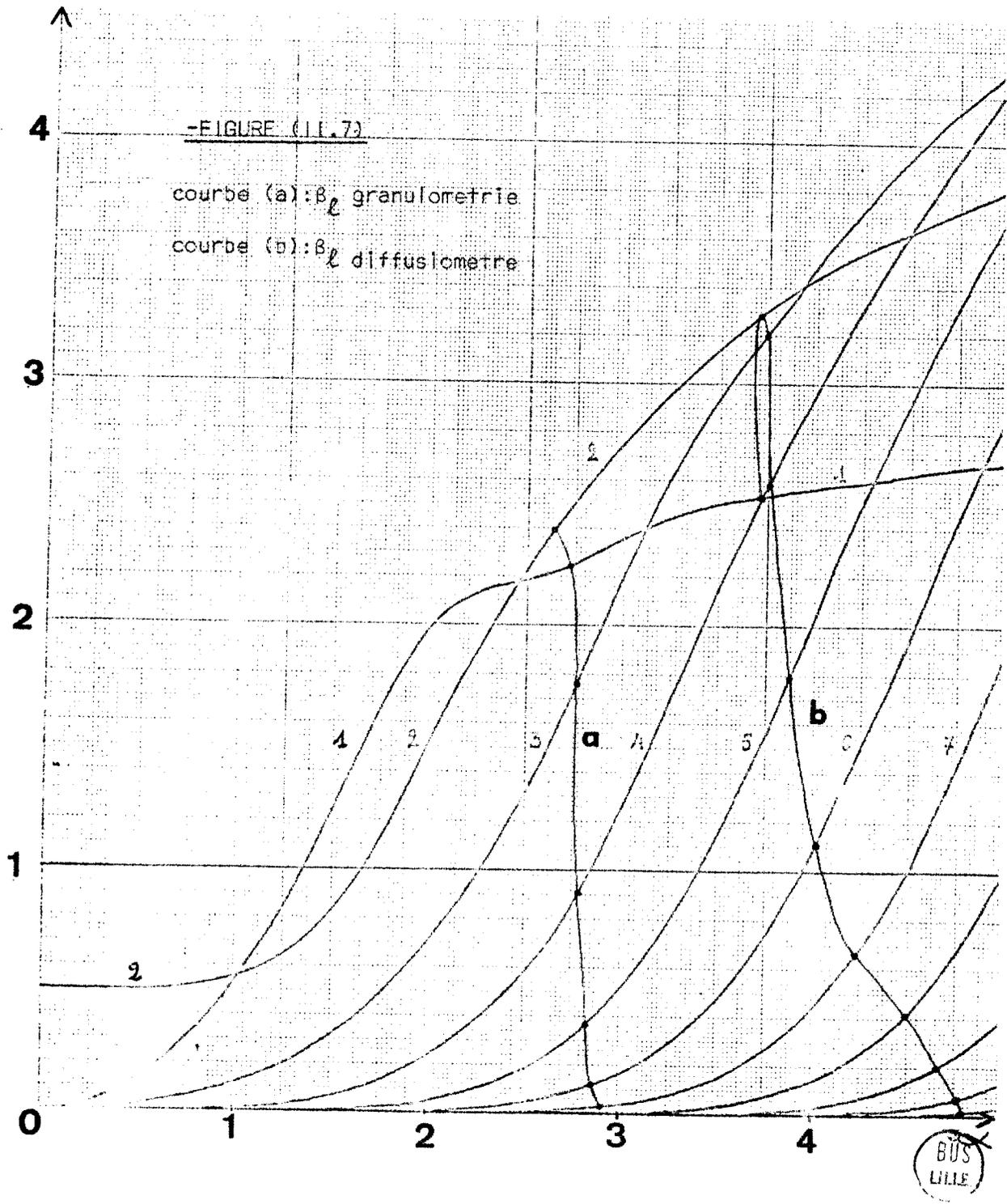
FIGURE (11.6)

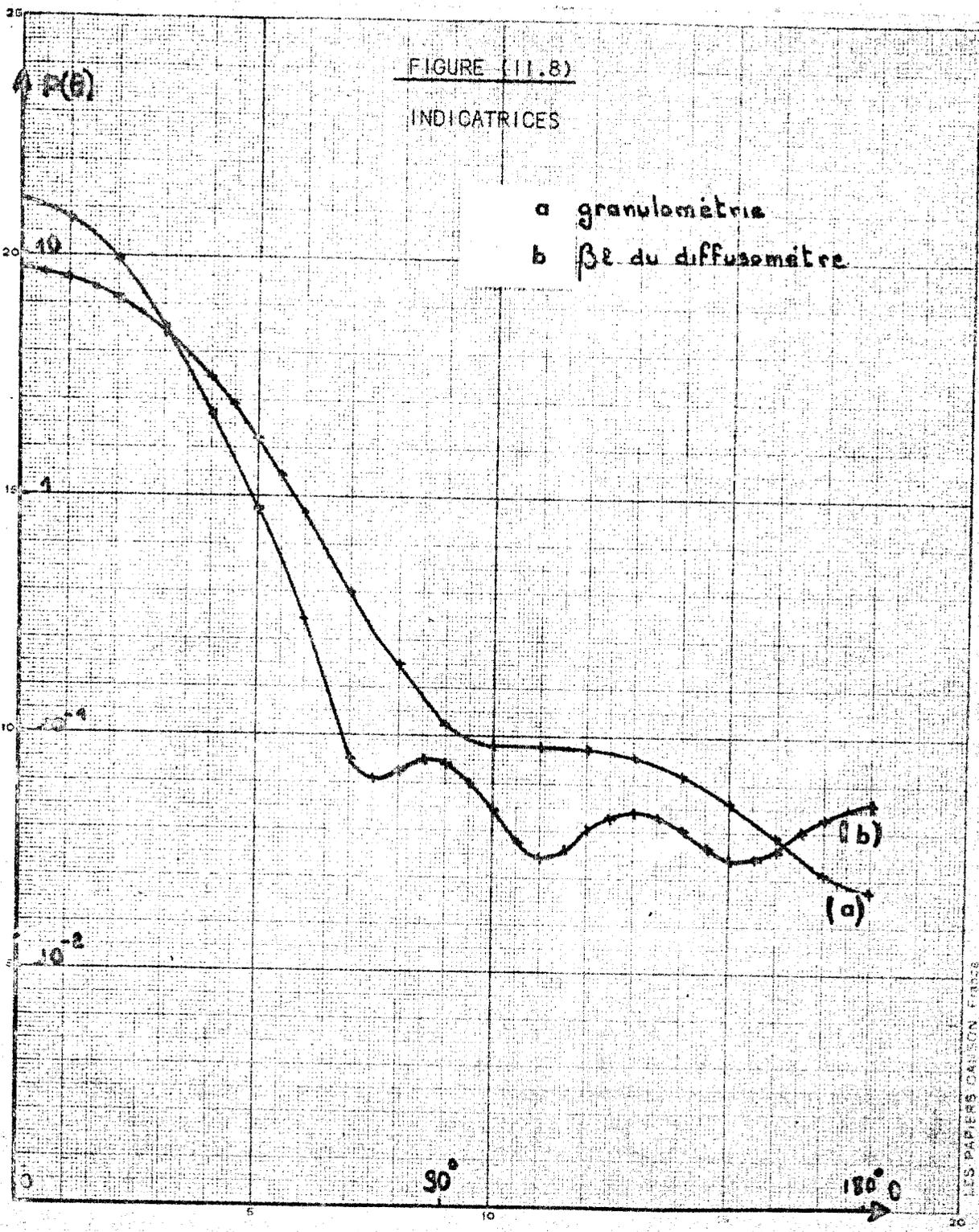
GRANULOMETRIE

-FIGURE (I.L.7)

courbe (a): β_{ℓ} granulometrie

courbe (b): β_{ℓ} diffusiometre





LES PAPIERS CAUSON FRANCE



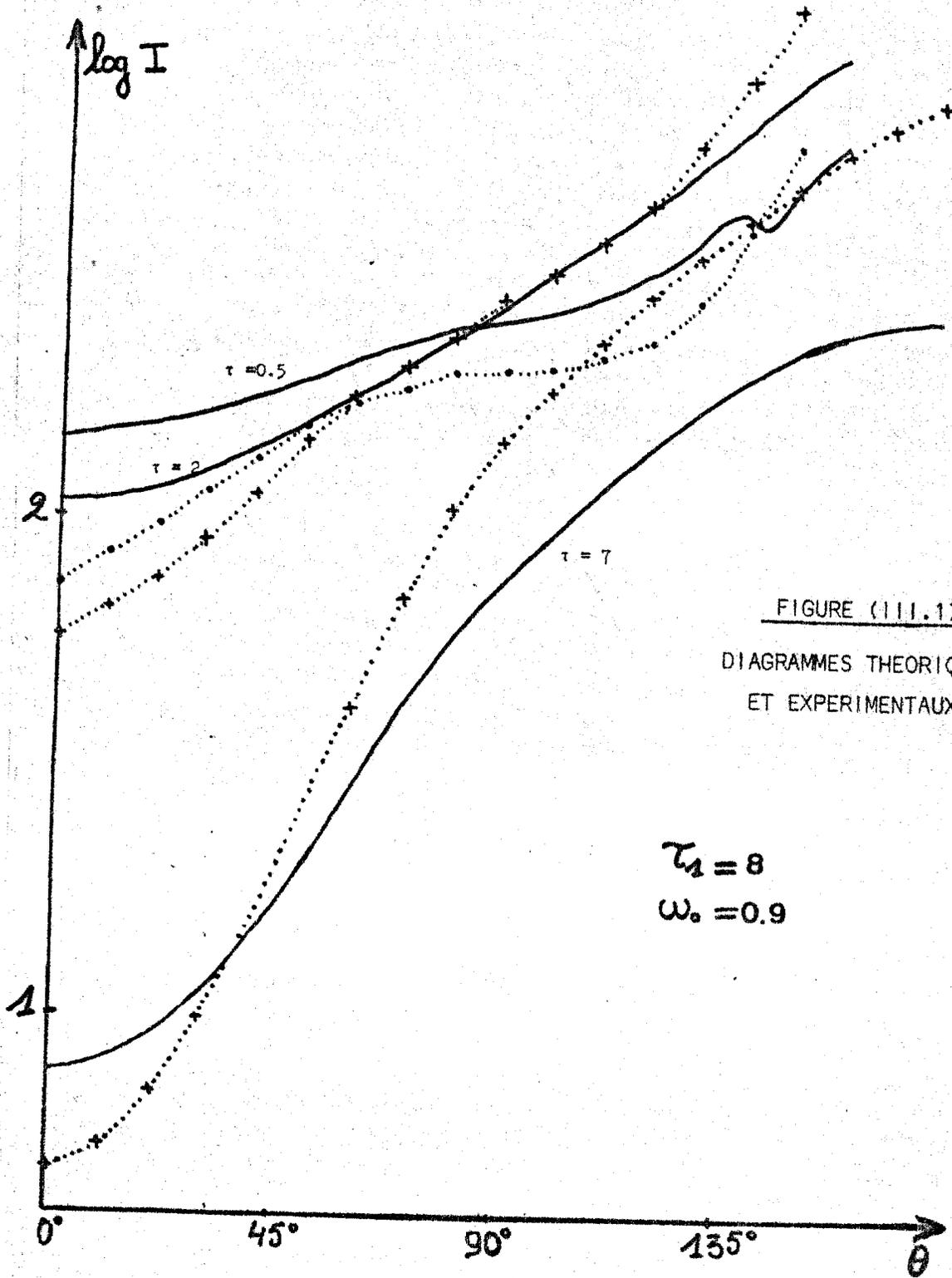


FIGURE (III.1)
 DIAGRAMMES THEORIQUES
 ET EXPERIMENTAUX



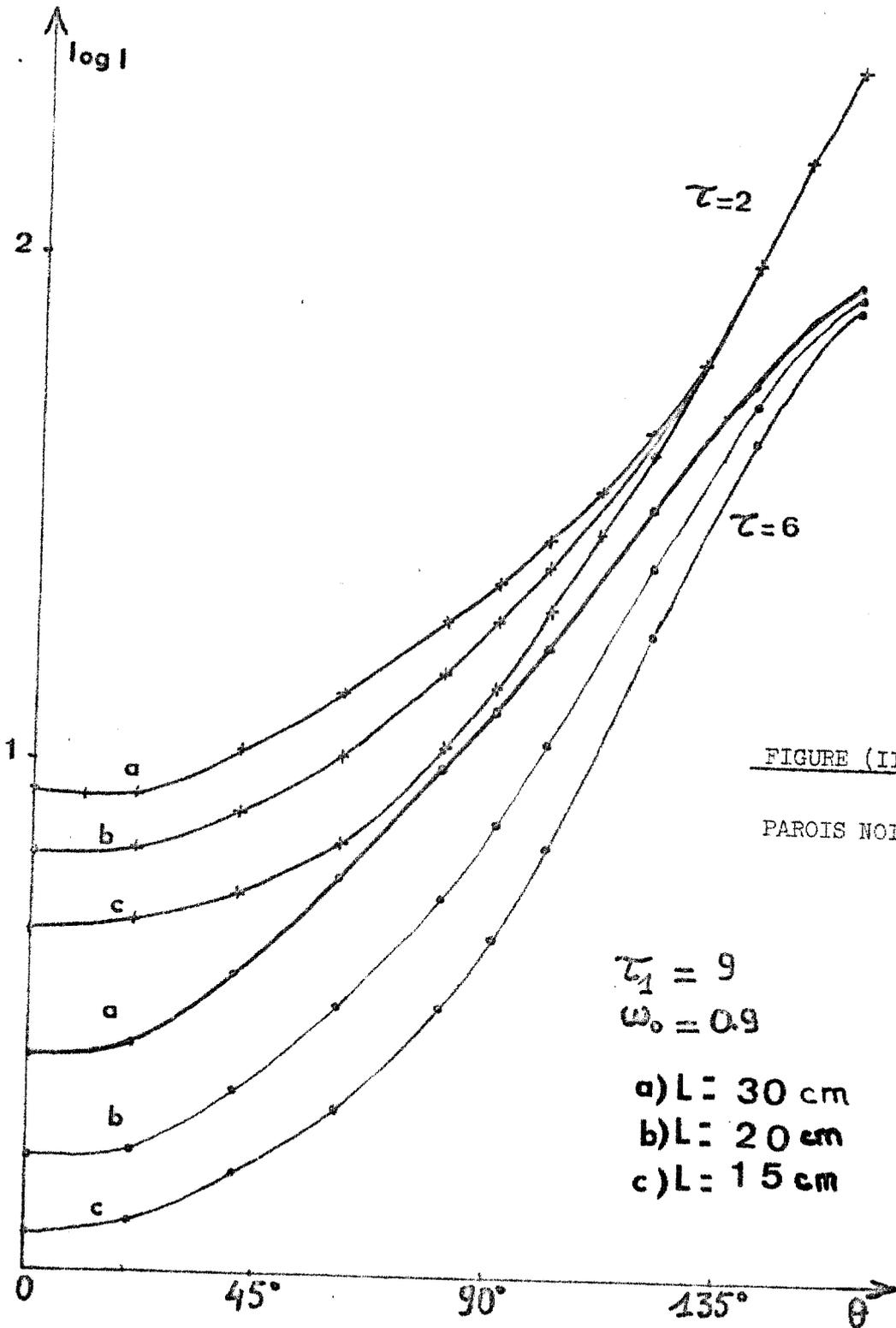


FIGURE (III.2)

PAROIS NOIRES

$\tau_1 = 9$
 $\omega_0 = 0.9$

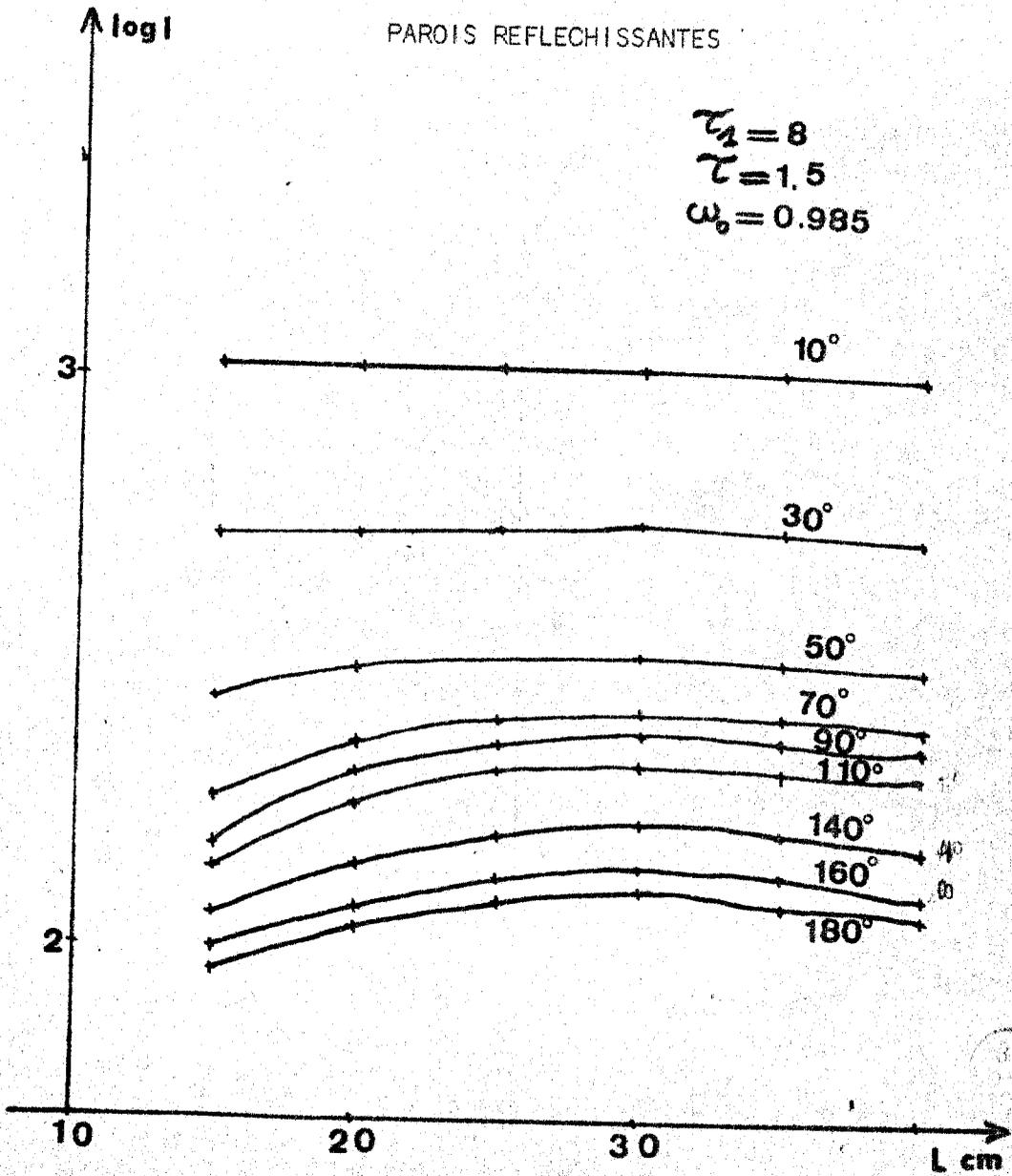
- a) $L = 30$ cm
- b) $L = 20$ cm
- c) $L = 15$ cm



FIGURE (111.3)

PAROIS REFLECHISSANTES

$$\tau_1 = 8$$
$$\tau = 1.5$$
$$\omega_0 = 0.985$$



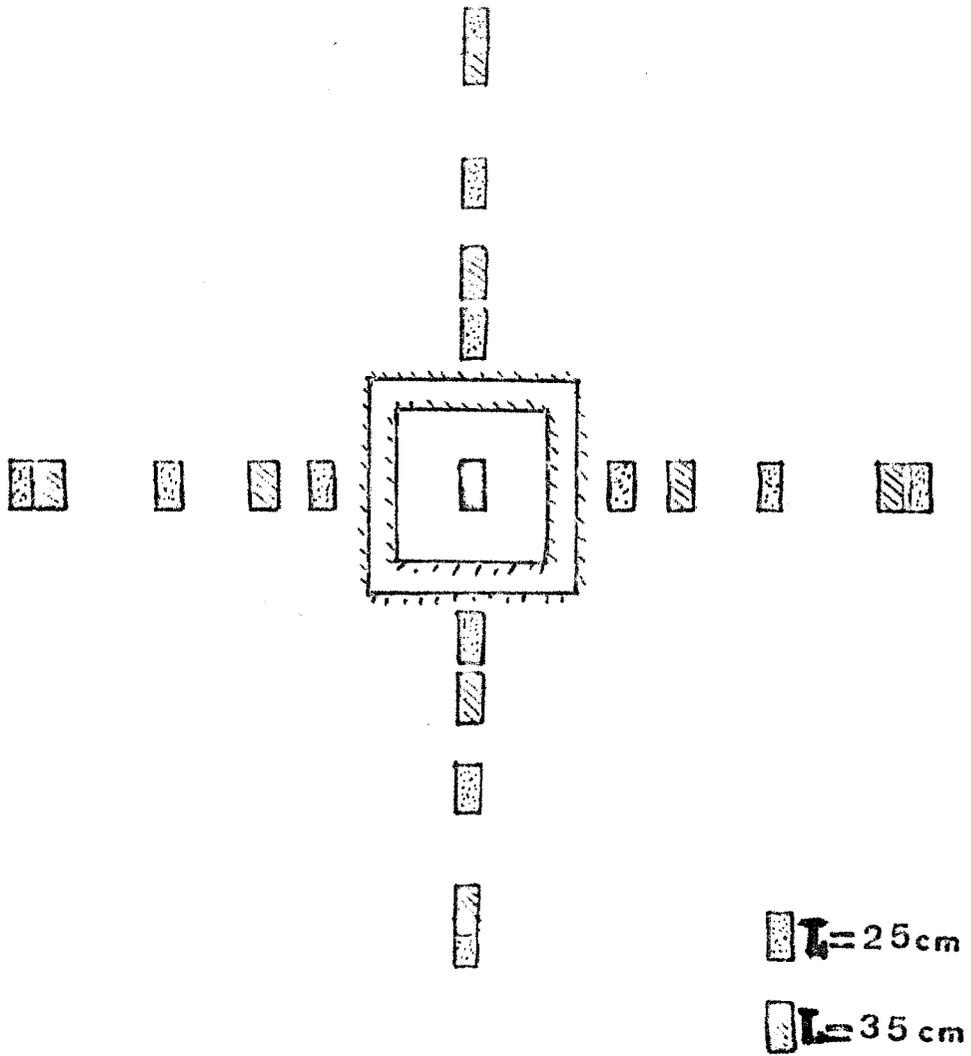


FIGURE (11.4)



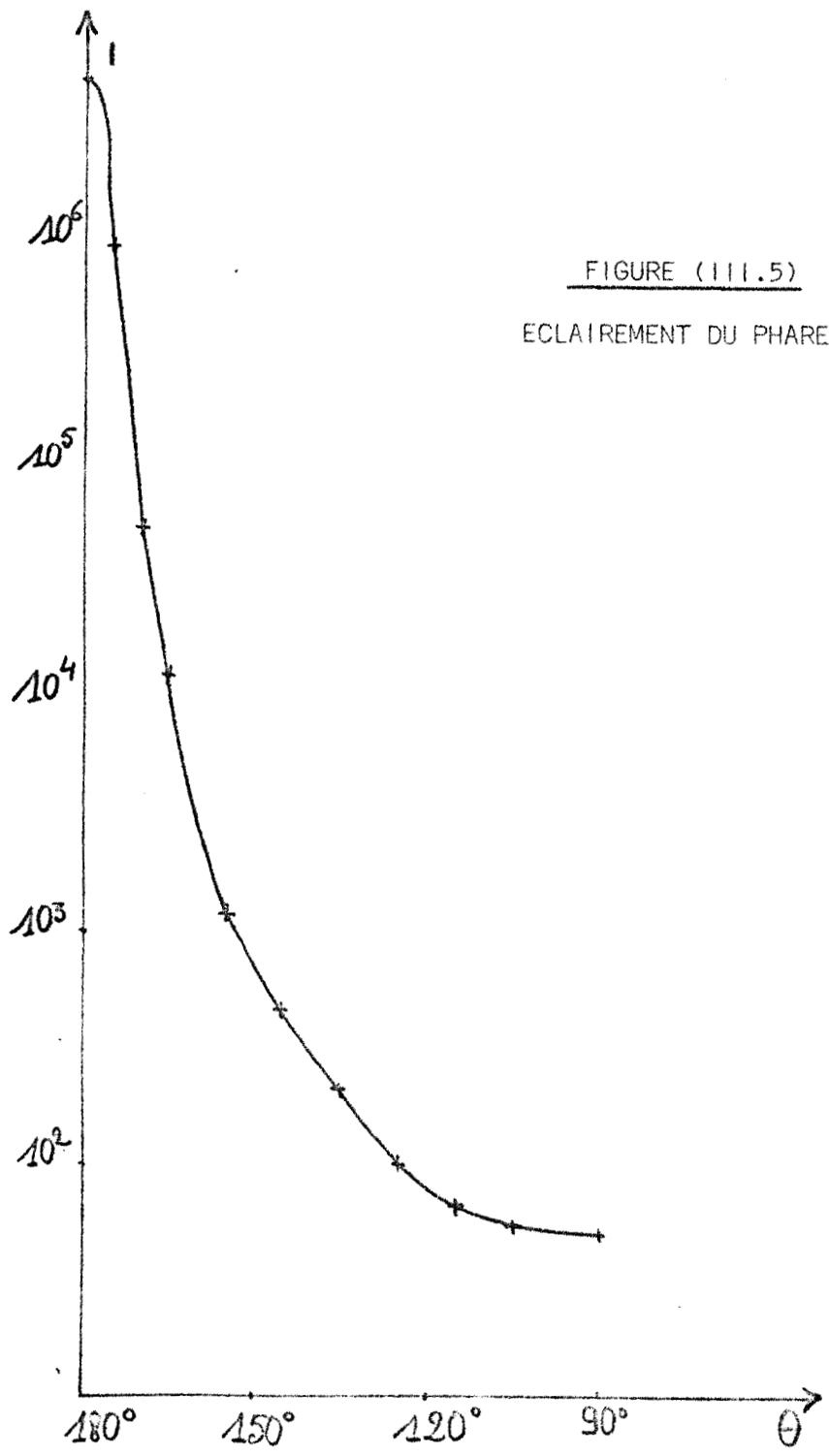
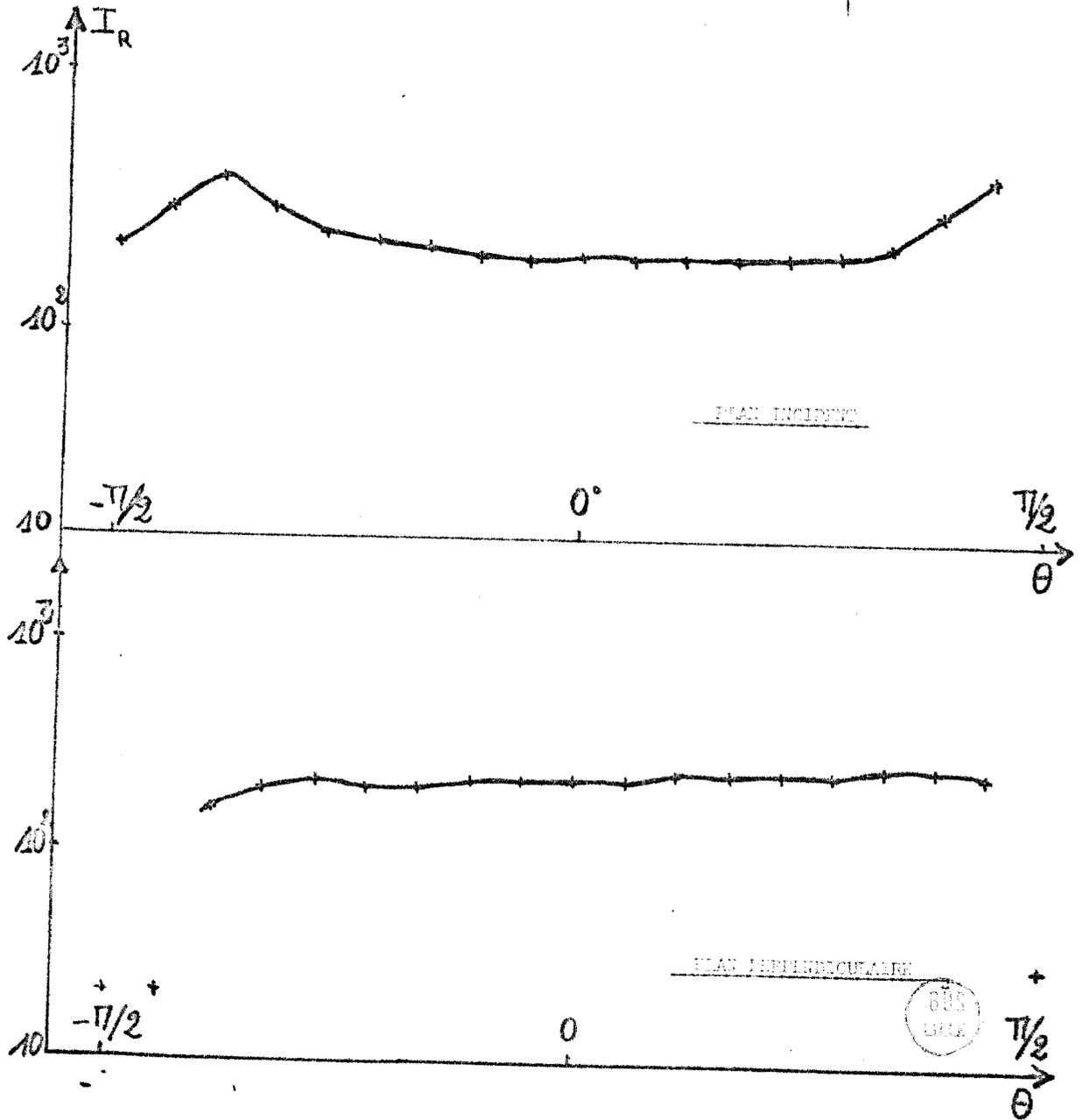
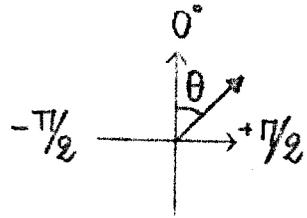


FIGURE (111.5)
ECLAIREMENT DU PHARE



FIGURE (III.6)
REFLEXION DU FOND



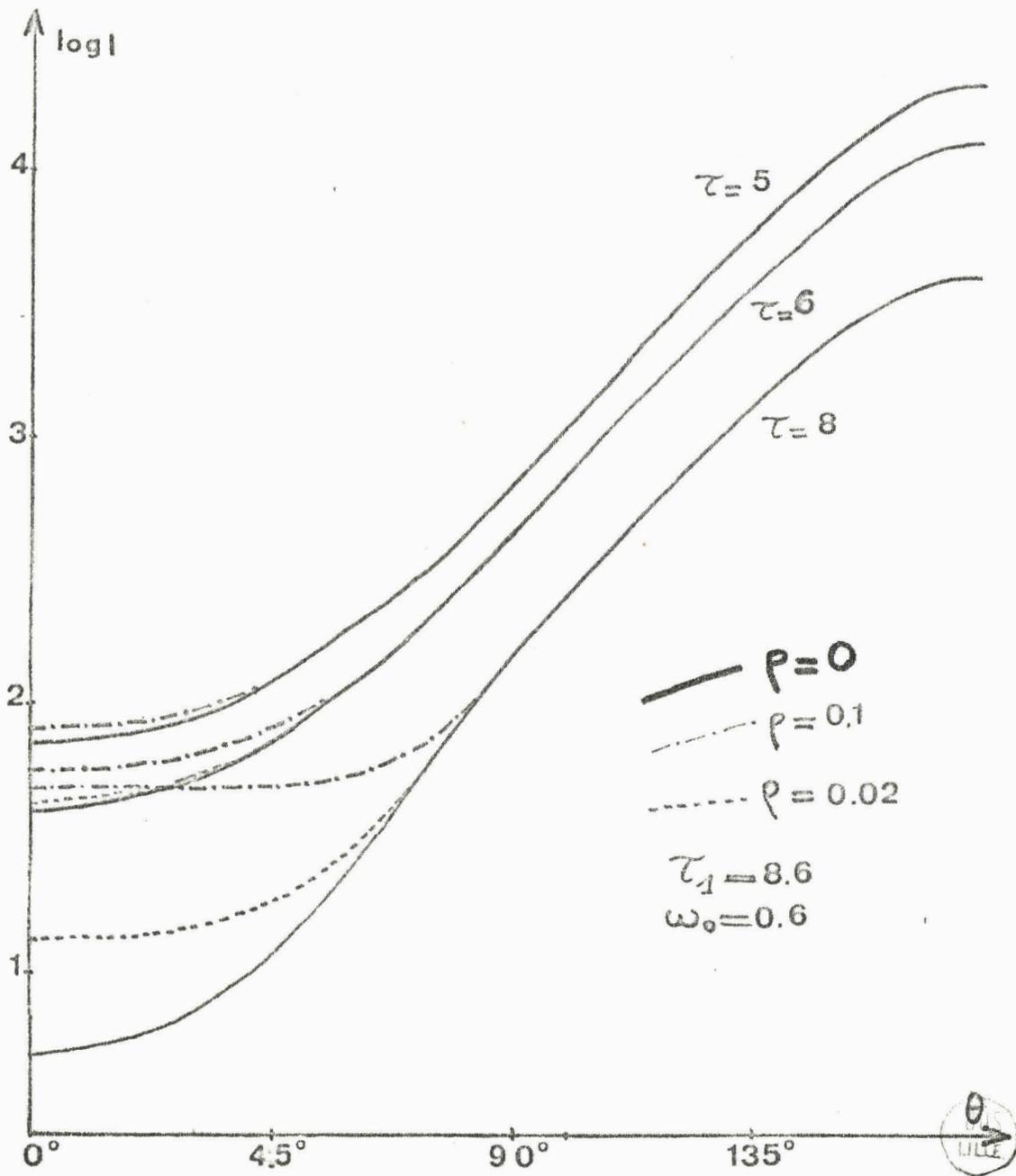


FIGURE (III.7)

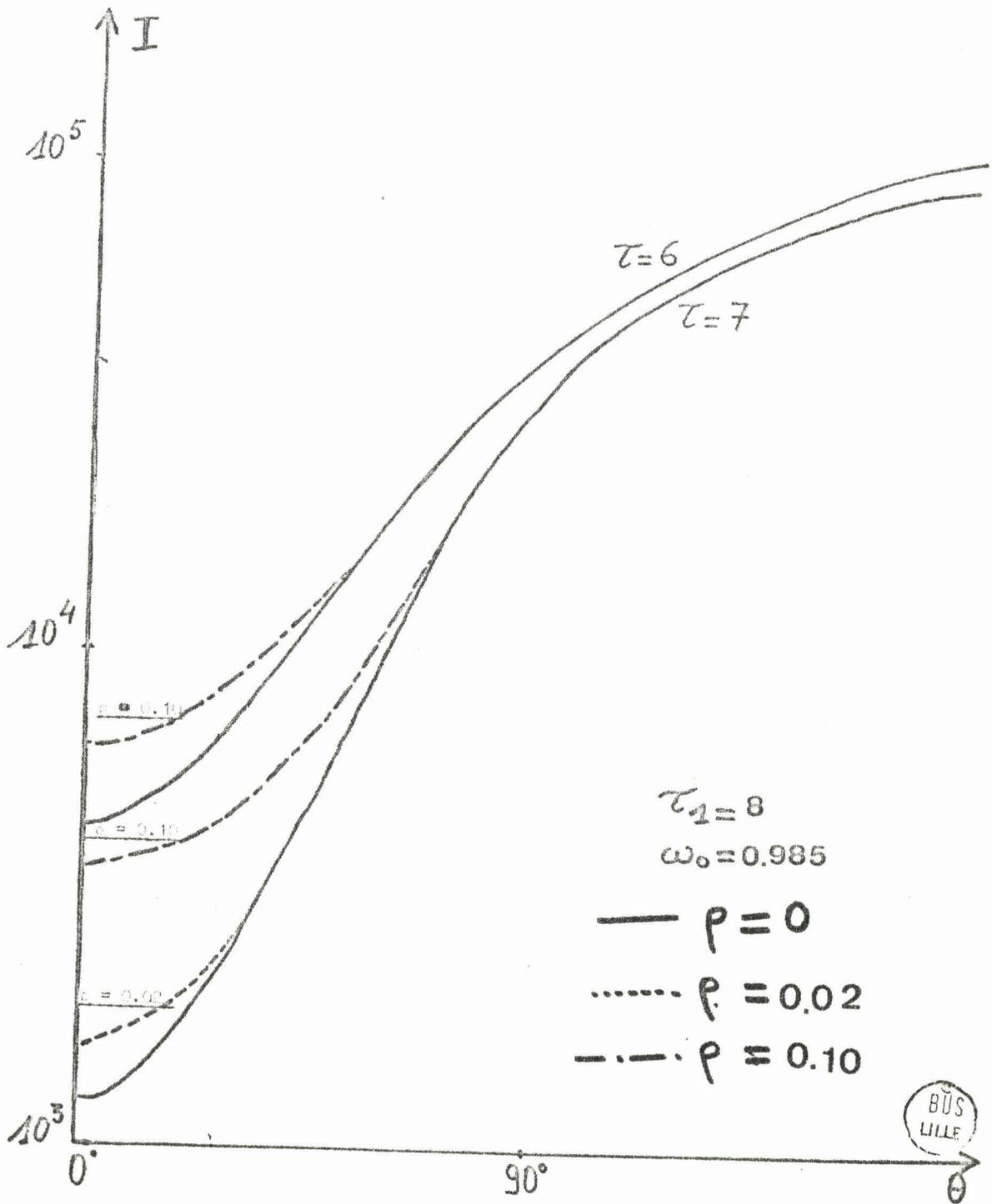


FIGURE (III.8)

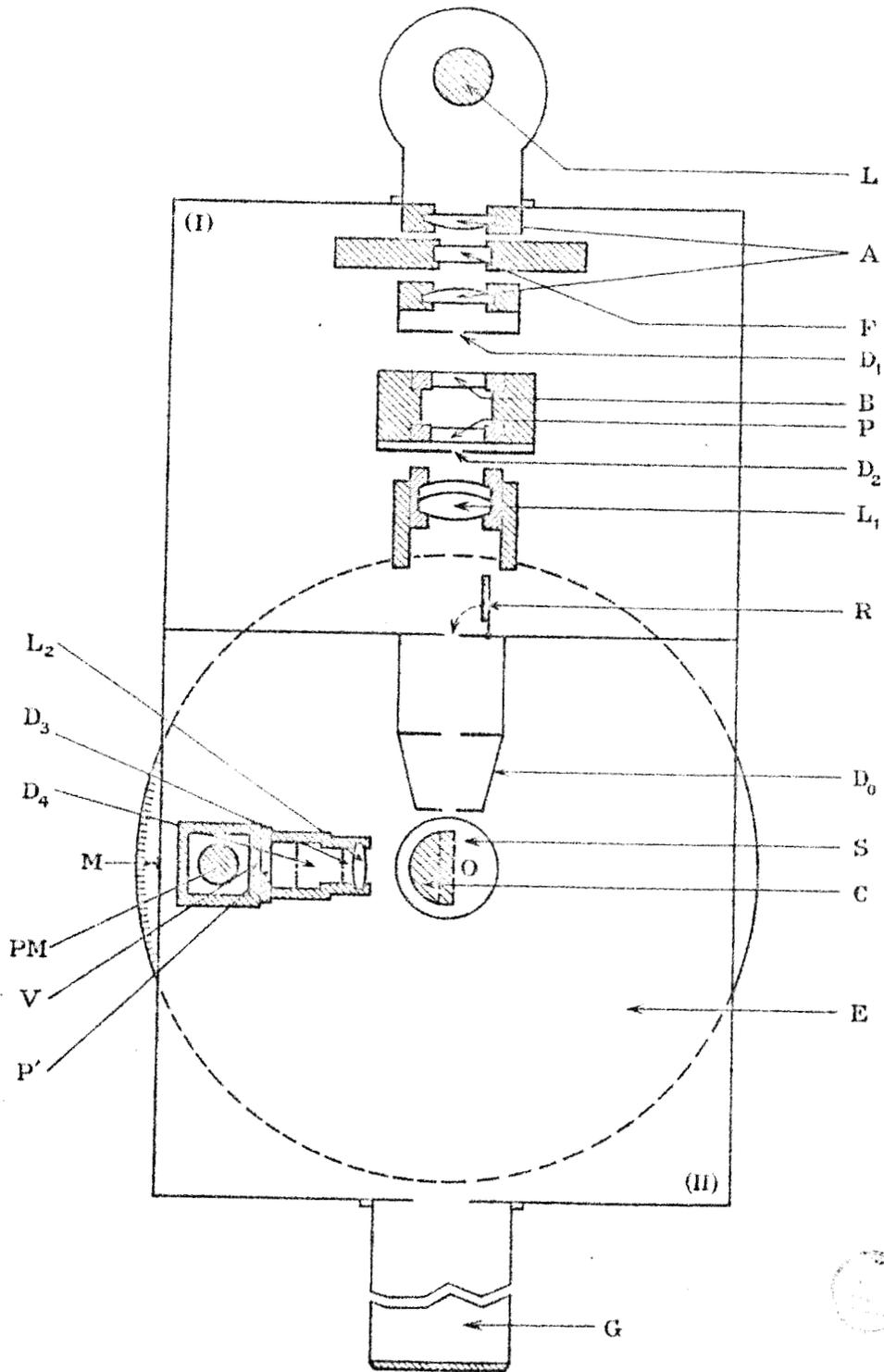


FIGURE (III.11)

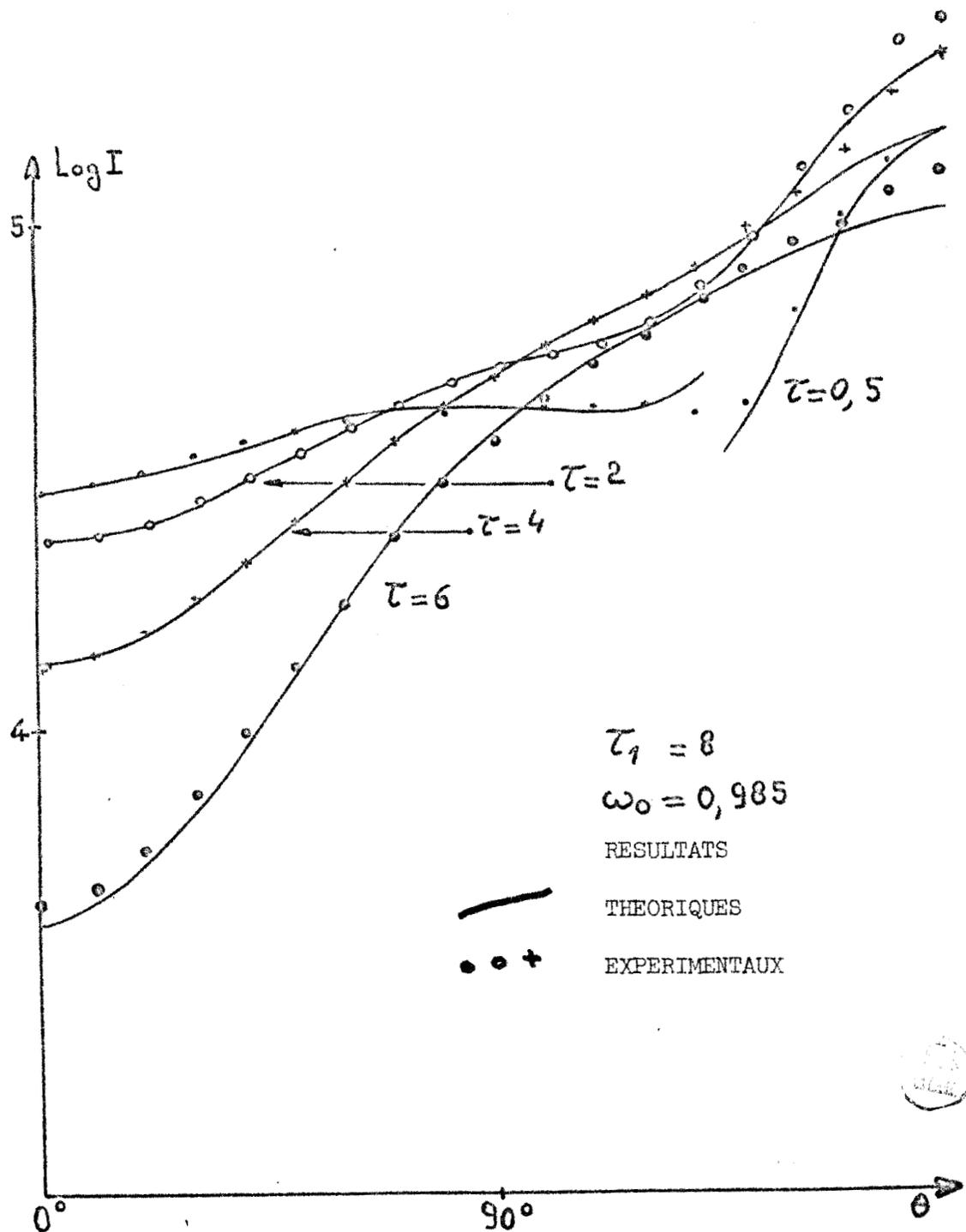


FIGURE (III.13)

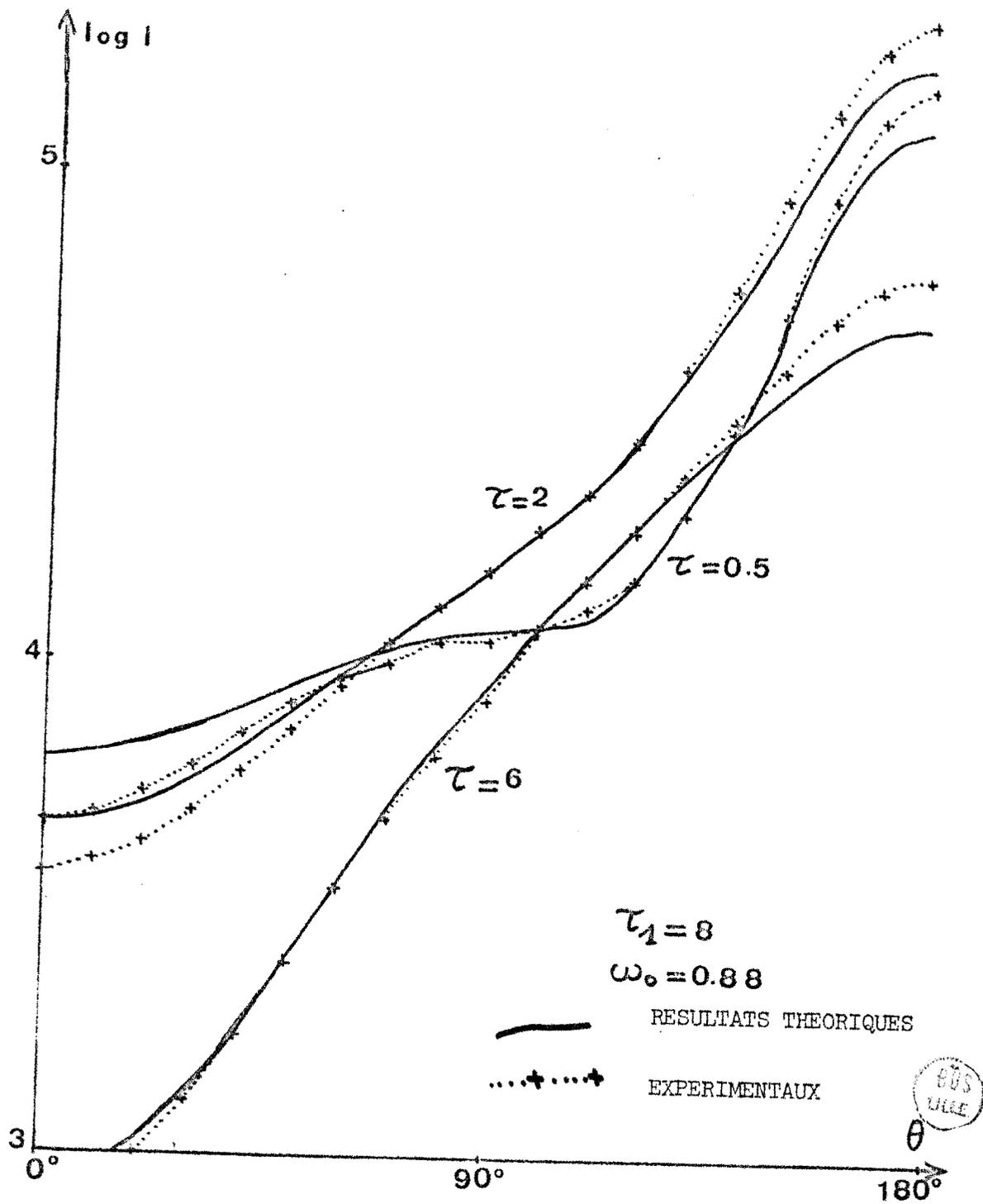


FIGURE (III.14)

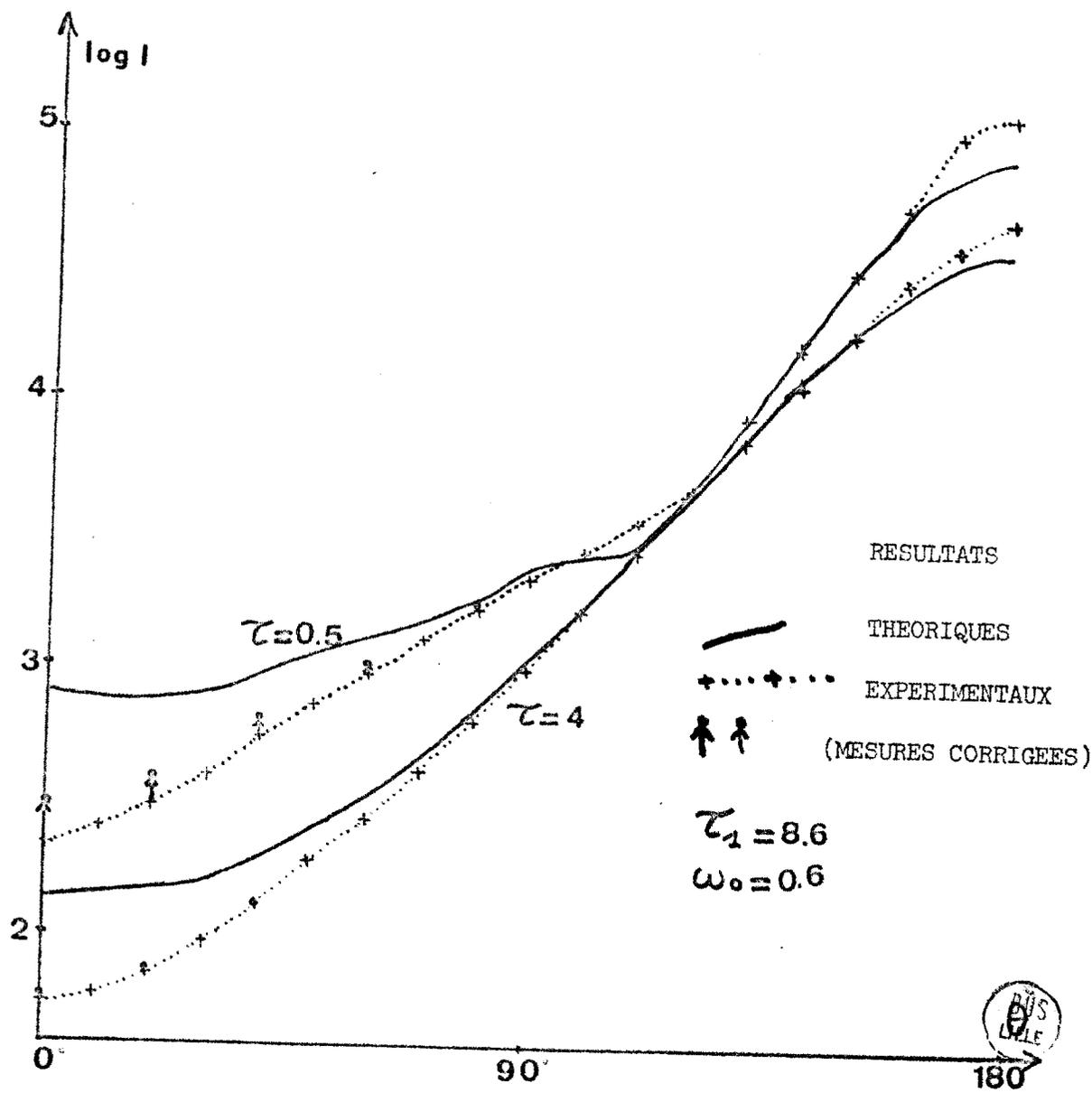


FIGURE (III.15)



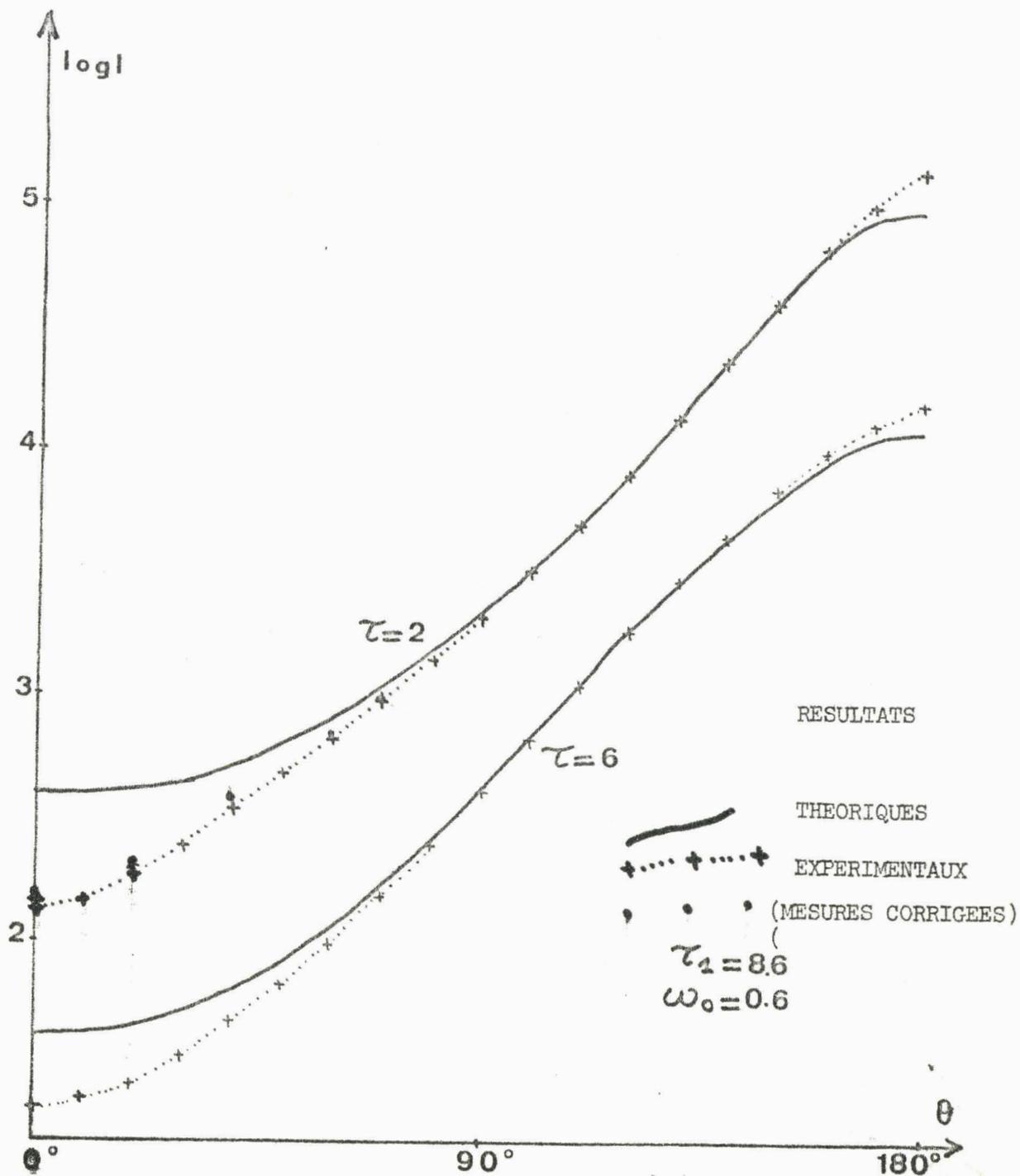


FIGURE (III.16)

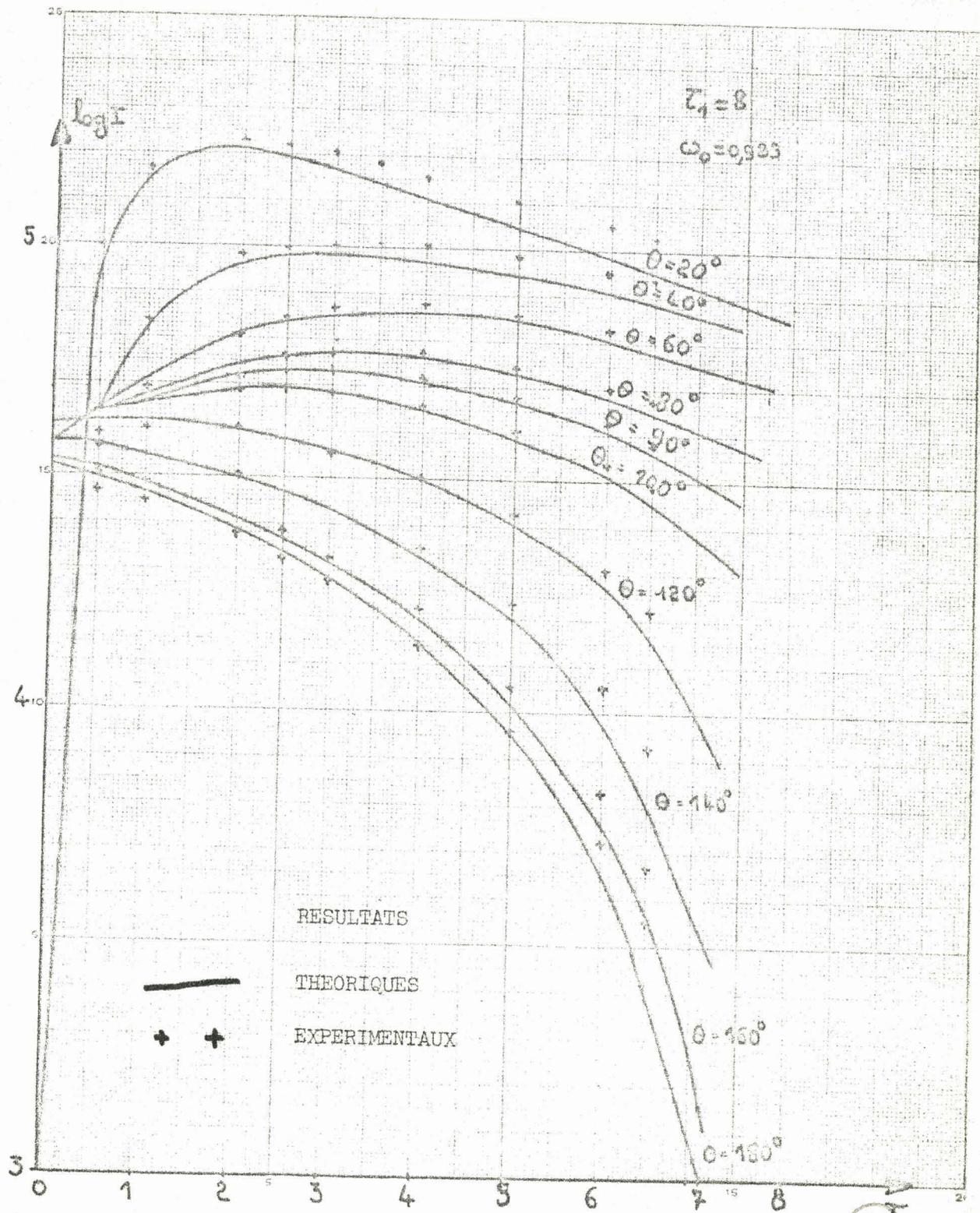


FIGURE (III.17)



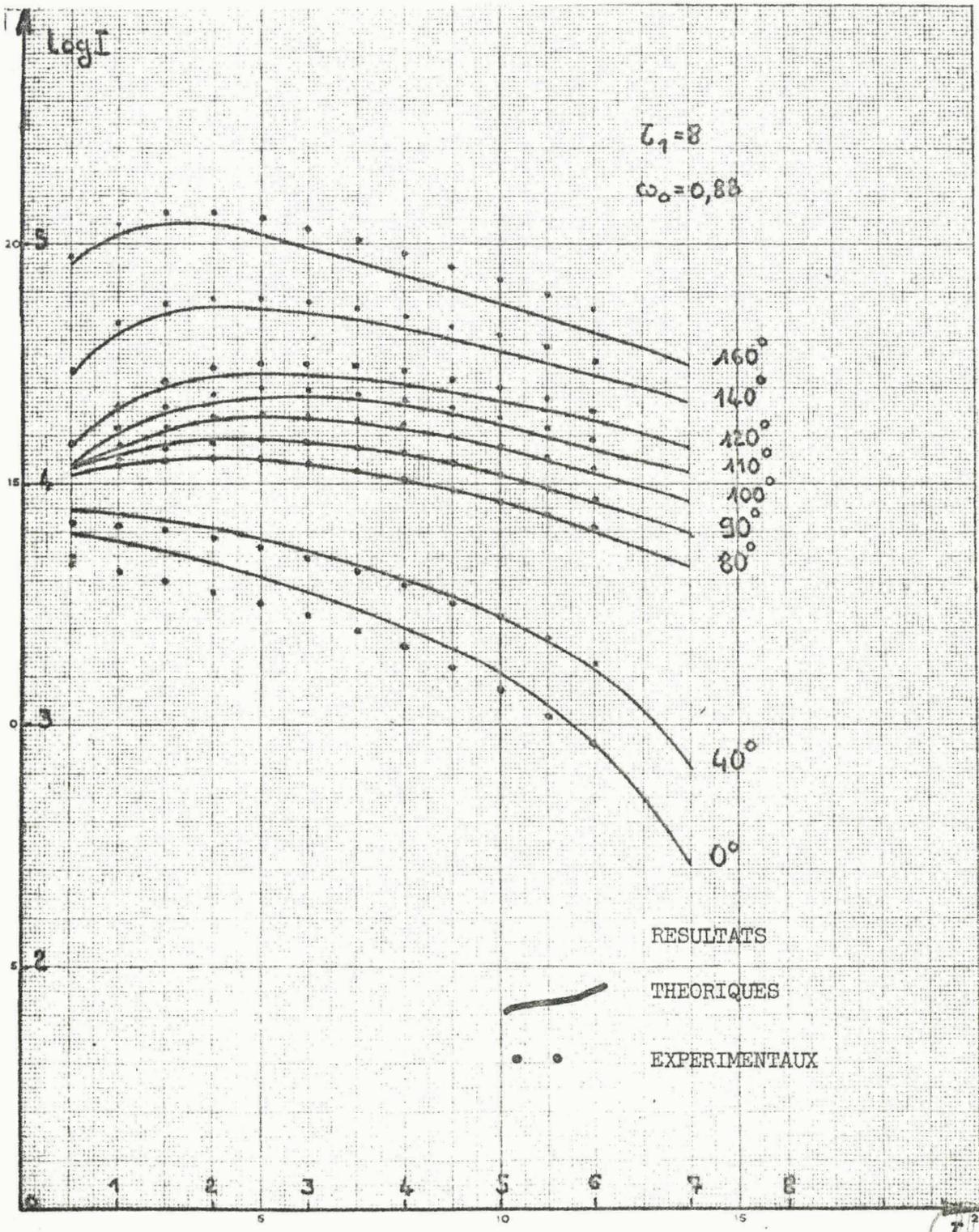


FIGURE (III.18)

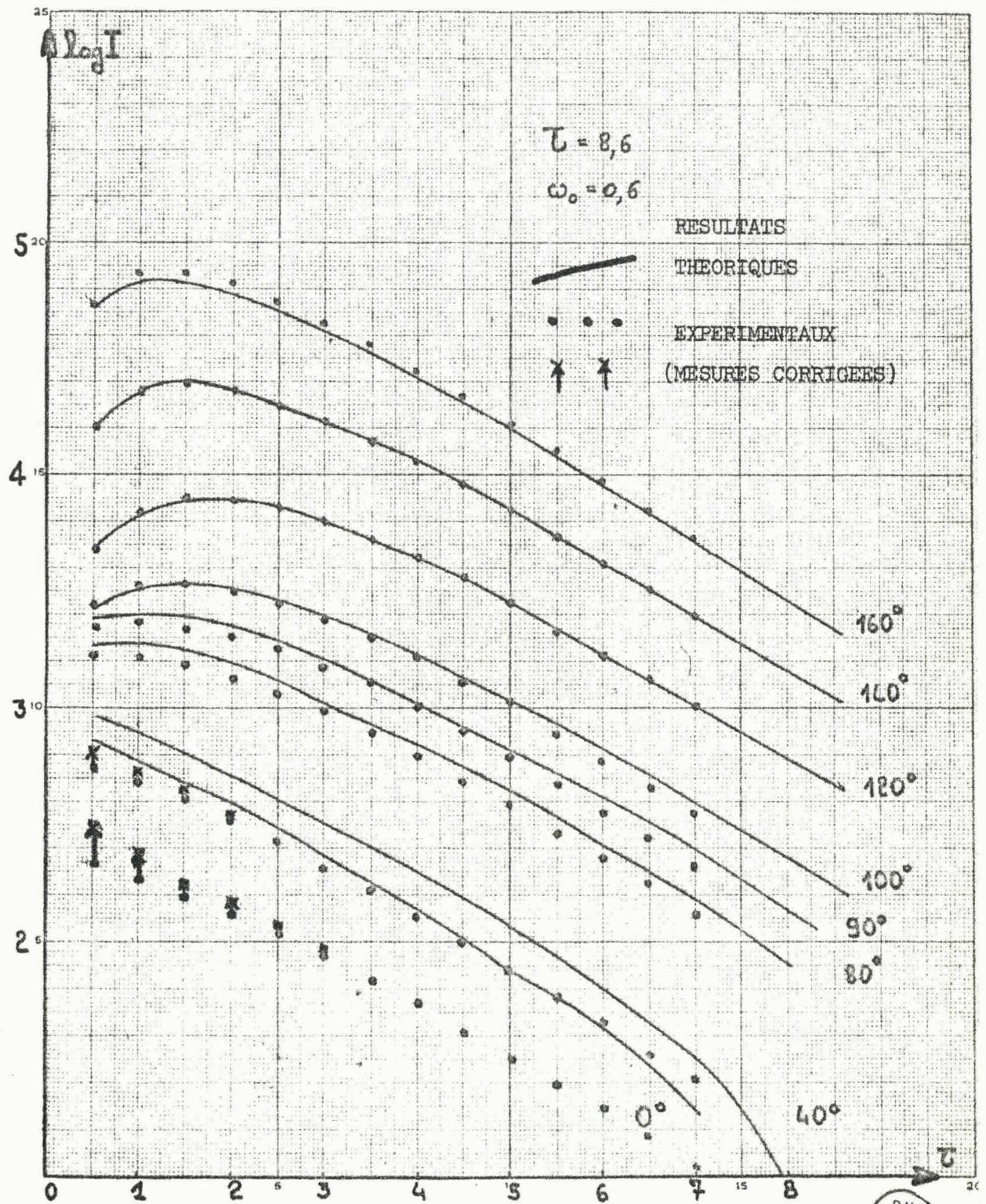


FIGURE (III.19)

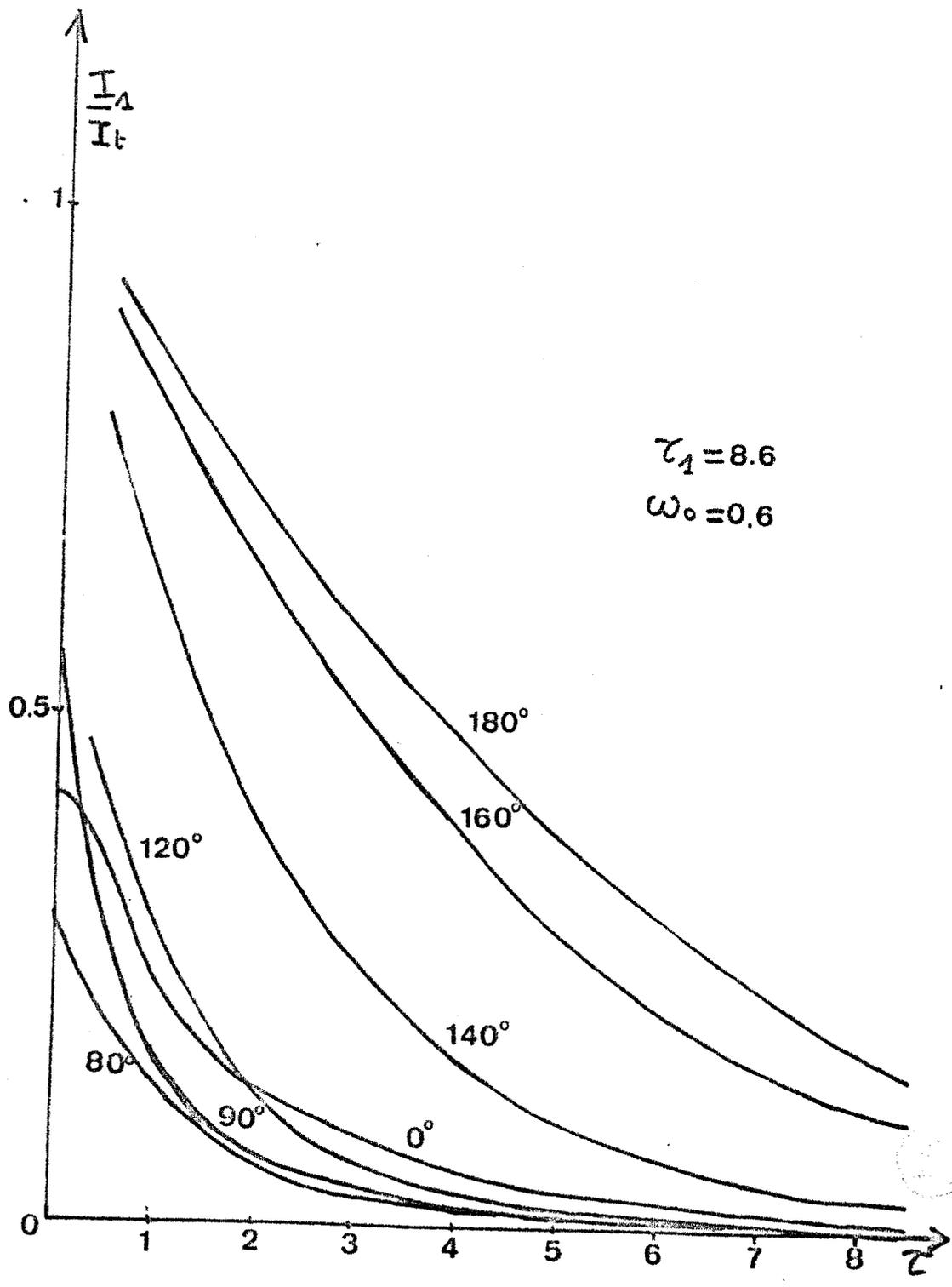


FIGURE (IV.1)

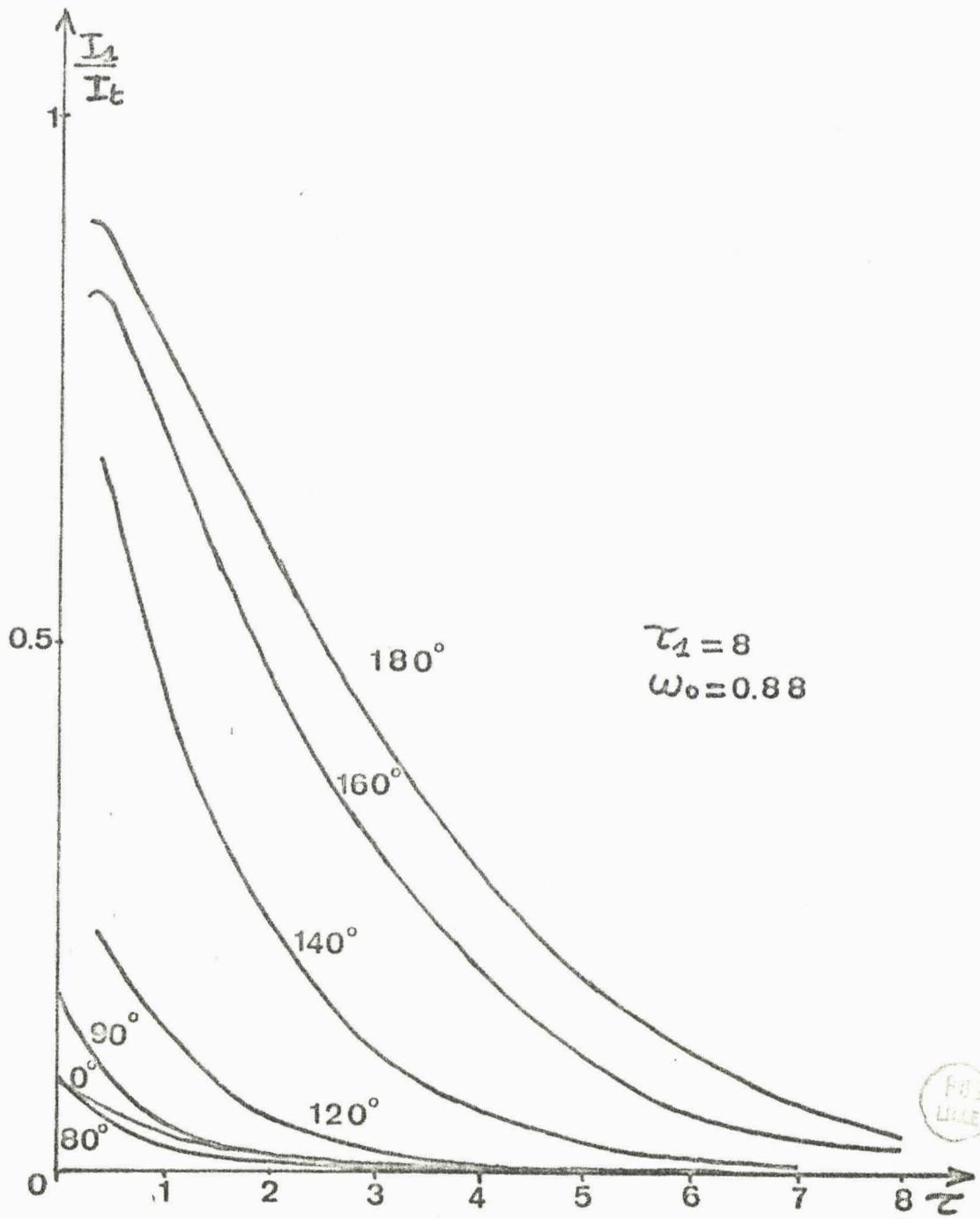


FIGURE (IV.2)

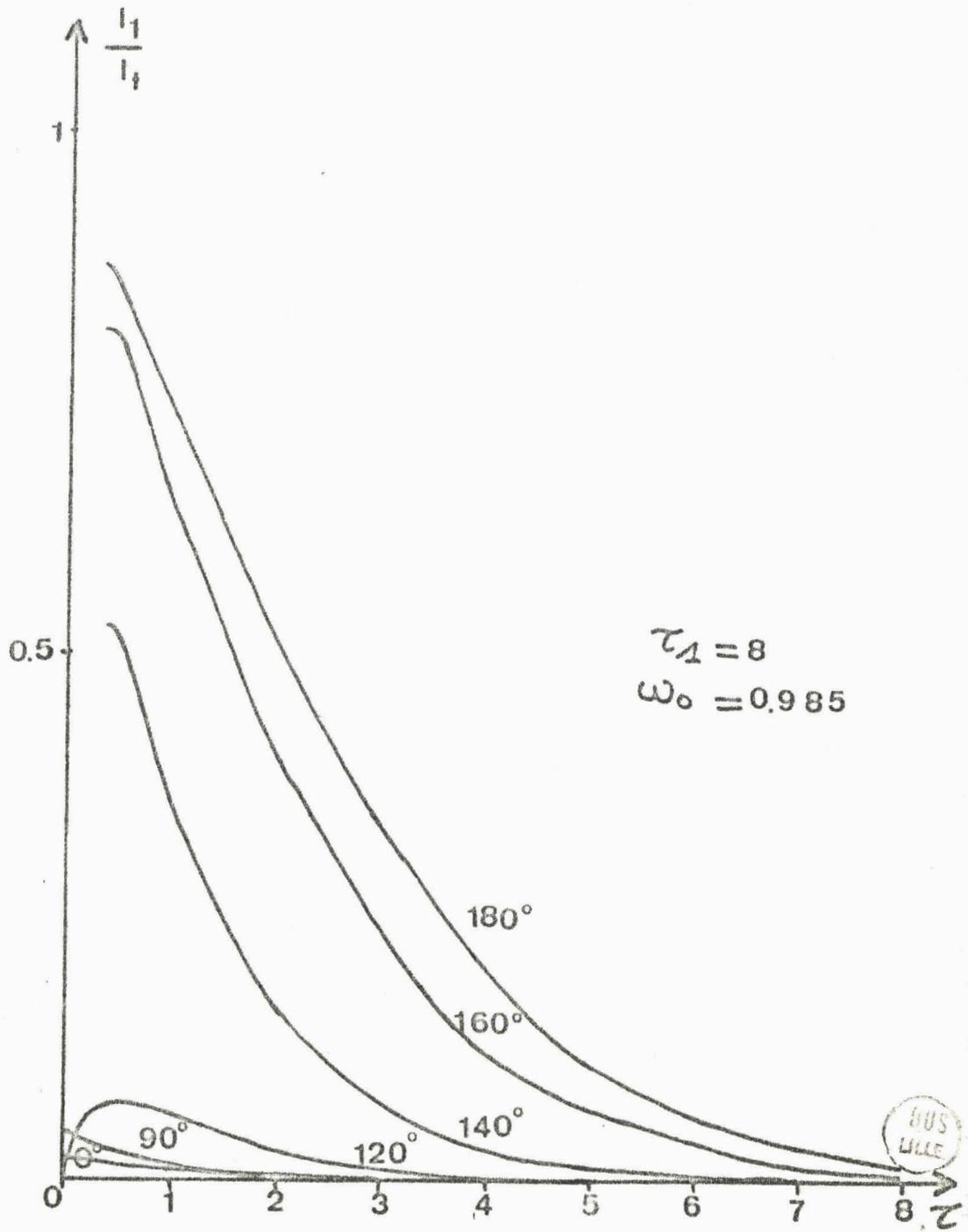


FIGURE (IV.3)

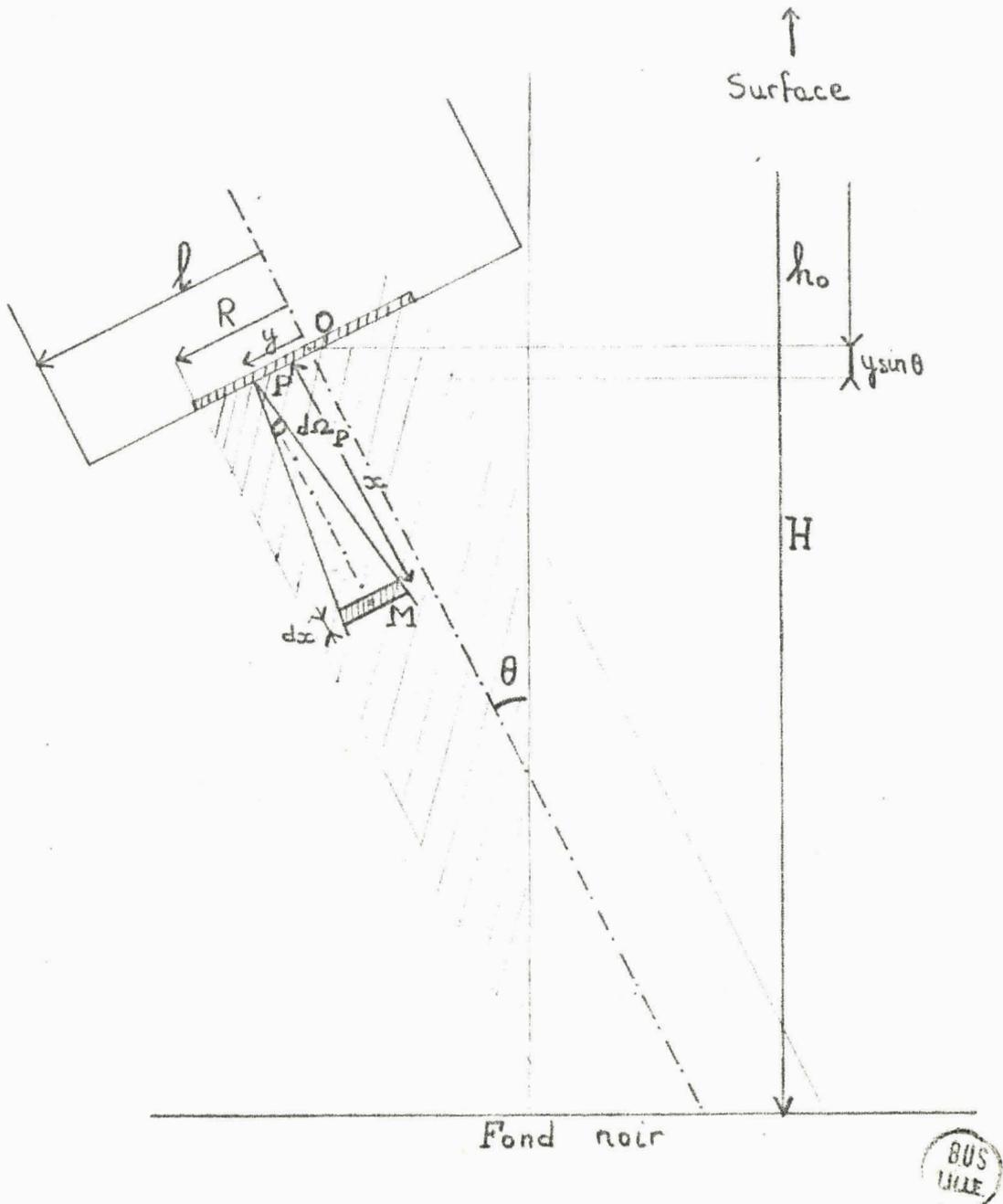
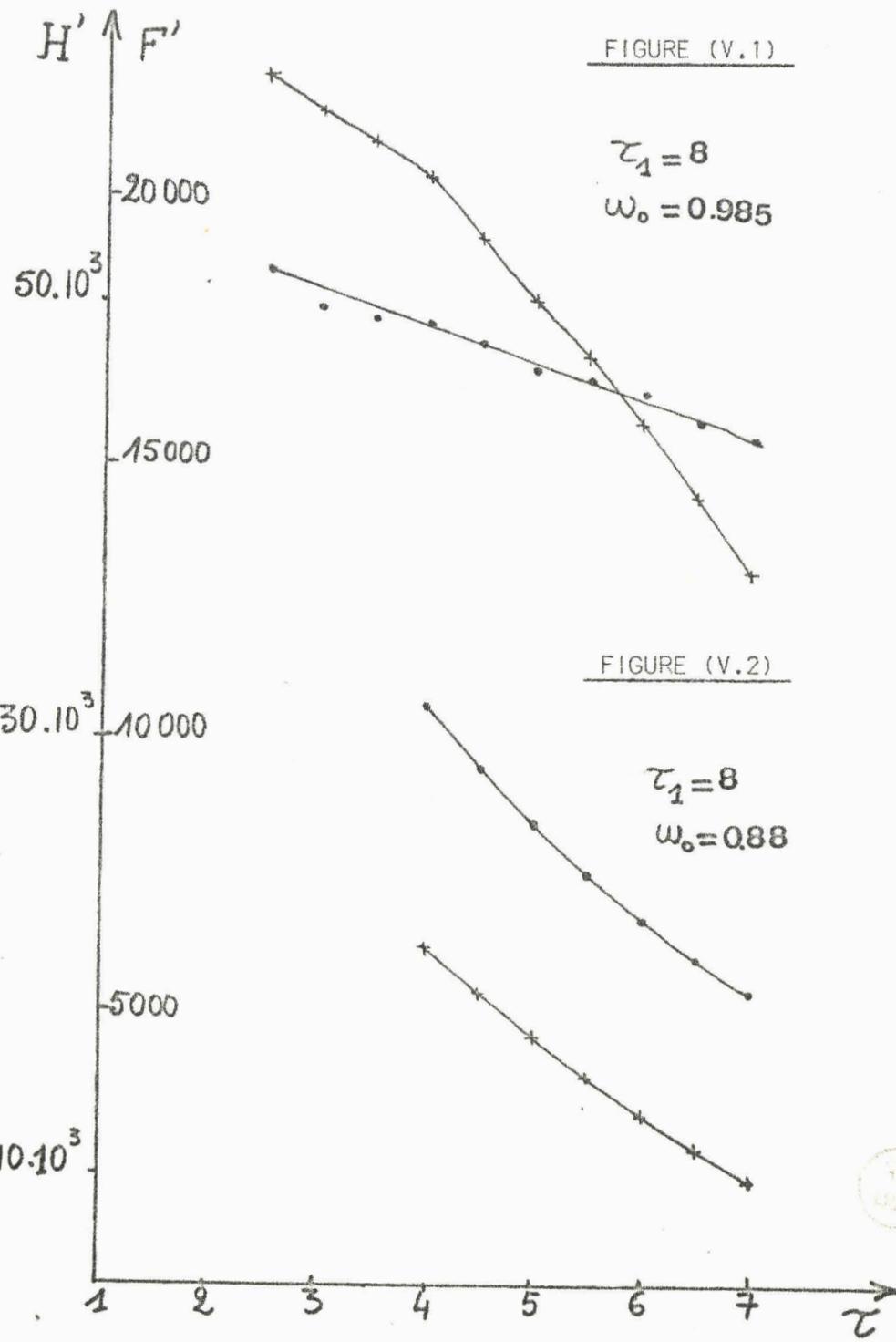


FIGURE (IV.4)



$H' \Delta F'$
 $10^4 - 10000$

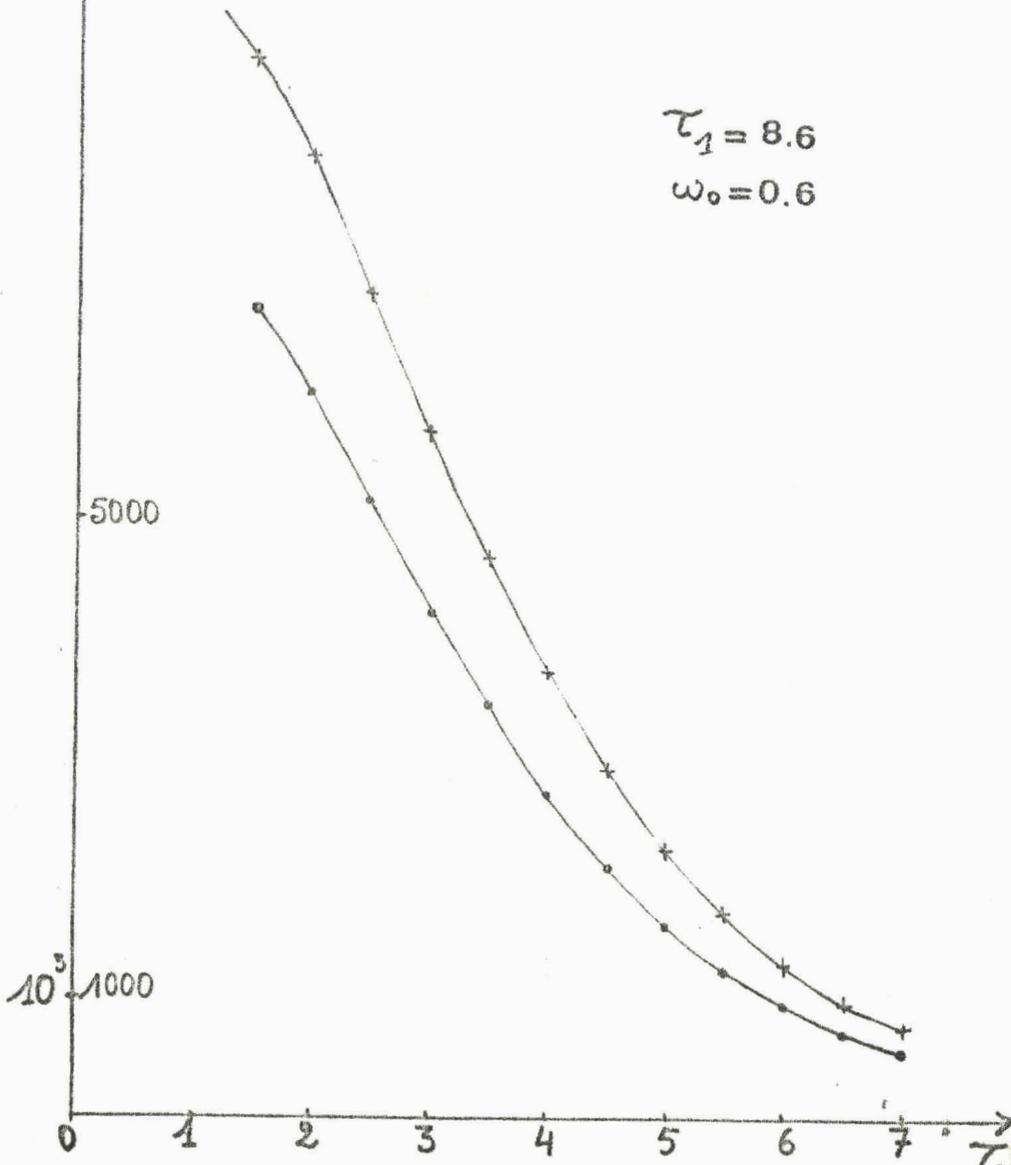


FIGURE (V.3)



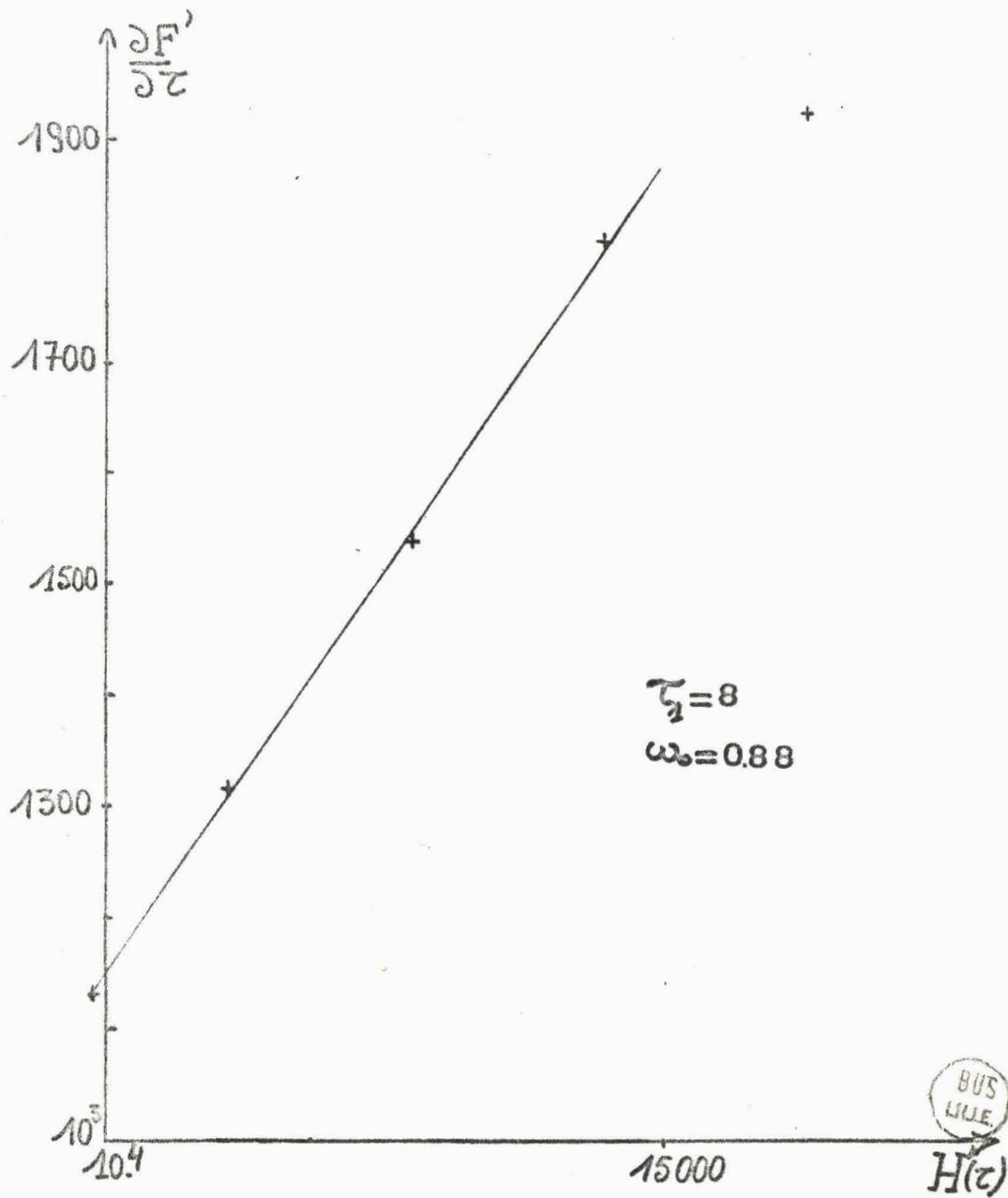


FIGURE (V.4)

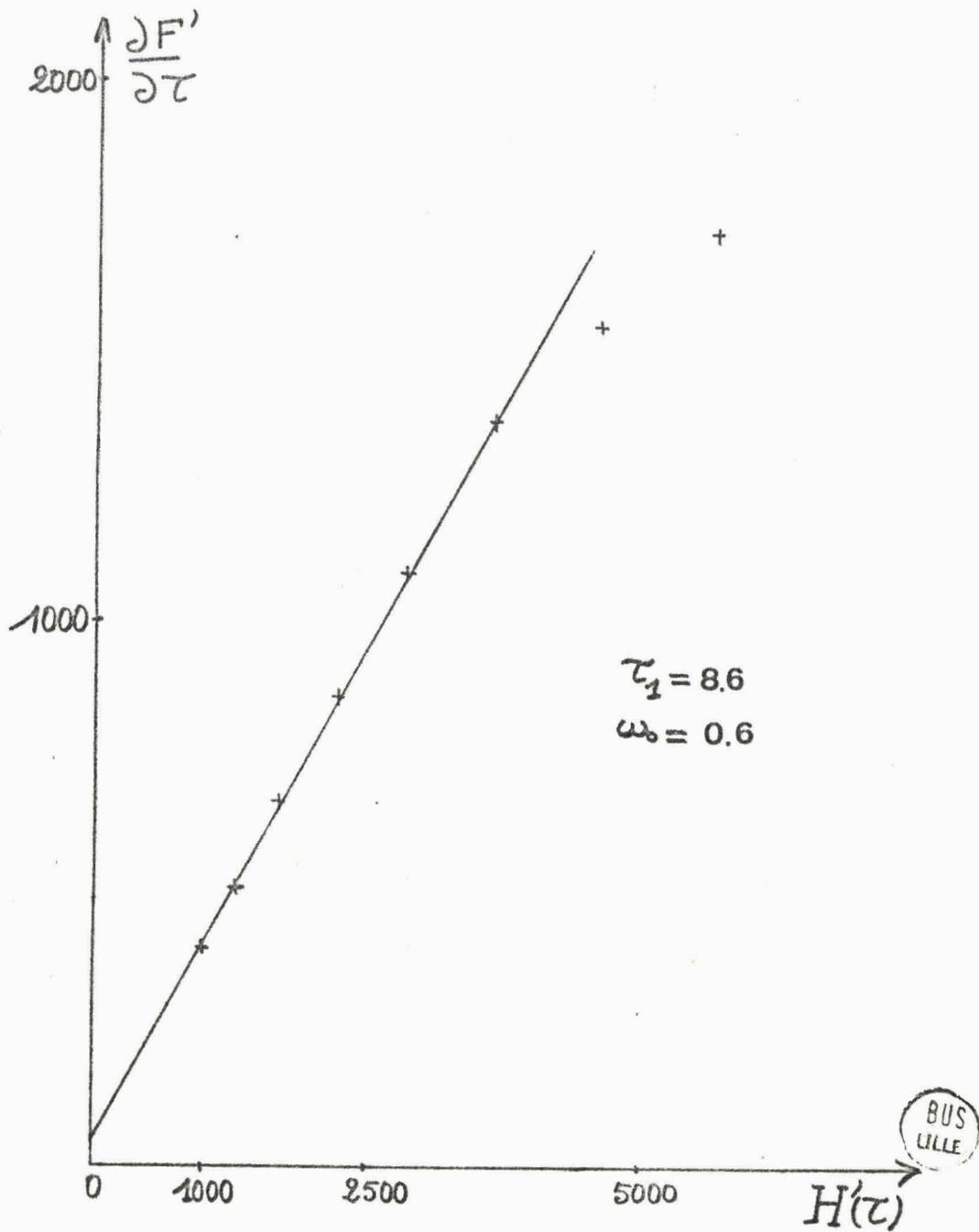


FIGURE (V.5)